

Федеральное агентство по образованию РФ  
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ГЕОДЕЗИИ И КАРТОГРАФИИ

**СБОРНИК ЗАДАЧ  
ПО ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМУ  
(разделы I, II)**

*Для студентов 2 курса*



Москва 2006 г.

УДК 537  
ББК 22.33  
С 23

**Авторский коллектив:**

*проф. Скорохватов Н.А. (общая редакция, разделы I, II),  
проф. Ильин Ю.А. (разделы I, II), проф. Веревошкин Ю.Г. (раздел II),  
доц. Малинникова О.Н. (раздел II), проф. Стрижкин И.И. (раздел II),  
проф. Троицкий В.И. (раздел II), проф. Теофилактова Т.В. (раздел II)*

С 23 Сборник задач по электромагнетизму (разделы I, II):  
— М.: МИИГАиК, 2006. — 60 с., ил.

Учебное пособие составлено в соответствии с утвержденной программой курса «Физика» и рекомендовано кафедрой физики к изданию.

Сборник содержит краткие теоретические сведения по теме «Электромагнетизм» курса «Физика», основные формулы, примеры решения типовых задач и задачи по электромагнетизму, выполняемые студентами в качестве домашнего задания.

УДК 537  
ББК 22.33

© Авторский коллектив, 2006

© Московский государственный университет геодезии и картографии (МИИГАиК), 2006

Оригинал-макет данного издания является собственностью издательства МИИГАиК и его репродуцирование (воспроизведение) любым способом без согласия издательства запрещается

## Введение

---

---

Настоящий сборник содержит типовые задачи по следующим основным темам:

- определение напряженности электрического поля;
- определение потенциала электрического поля;
- емкость и поле в конденсаторах;
- расчет поля в диэлектриках;
- закон Ома и Джоуля-Ленца;
- расчет разветвленных электрических цепей;
- определение магнитной индукции, принцип суперпозиции полей;
- определение силы Ампера, момента сил, магнитного момента;
- работа в магнитном поле;
- закон полного тока;
- закон электромагнитной индукции;
- объемная плотность энергии магнитного поля;
- движение заряженных частиц в магнитном поле.

### **Указания к выполнению и оформлению домашних задач**

К решению задач следует приступать после тщательного изучения теории соответствующего раздела. Каждая задача должна быть оформлена на отдельном листе с указанием фамилии студента, группы, номера варианта и дня сдачи. Условие задачи нужно переписывать полностью.

Решение задачи должно сопровождаться подробными пояснениями. Работы, содержащие в решении только набор формул, к проверке не принимаются. Для замечаний преподавателя целесообразно оставлять поля. Как правило, необходимо делать чертеж (рисунок), поясняющий решение задачи. Решение задачи необходимо получить в общем виде, а затем подставить числовые значения заданных величин, выраженных в единицах системы СИ. В случаях, когда возможно, оцените правдоподобность числового ответа. В ответе записать числовое значение и сокращенное наименование размерности искомой величины.

Ниже, в разделах I и II, приведен ряд примеров решения задач (по одному для каждого типа задач). Приведенные решения следует рассматривать, в определенной мере, и как пример оформления задачи. При решении задач из данного сборника целесообразно использовать таблицы физических констант и справочный материал.

# РАЗДЕЛ I

---

---

## 1. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

1.1. Закон Кулона определяет силу, действующую между точечными зарядами в вакууме, причем одноименные заряды отталкиваются, а разноименные притягиваются

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2},$$

где  $q_1$  и  $q_2$  — величины зарядов,  $r$  — расстояние между ними;  $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$  Ф/м — электрическая постоянная.

Напряженность электрического поля в произвольной точке равна:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q},$$

где  $\vec{F}$  — сила, действующая на пробный заряд  $q$ , помещенный в данную точку.

Напряженность электрического поля, создаваемого системой точечных зарядов, по принципу суперпозиции полей равна  $\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$ .

Напряженность поля точечного заряда, находящегося в однородном изотропном диэлектрике, полностью заполняющим объём, ограниченный эквипотенциальными поверхностями, а также напряженность поля однородно заряженной сферы на расстояниях от центра, больших ее радиуса ( $r > r_0$ ), равна  $E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}$ .

Напряженность поля, создаваемого бесконечно длинной однородно заряженной нитью, находящейся в однородном изотропном диэлект-

рике, полностью заполняющим объём, ограниченный эквипотенциальными поверхностями, равна

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r},$$

где  $r$  — расстояние от нити до точки,  $\tau$  — линейная плотность заряда.

Напряженность поля, создаваемого бесконечным однородно заряженным цилиндром, находящемся в однородном изотропном диэлектрике, полностью заполняющим объём, ограниченный эквипотенциальными поверхностями, вне цилиндра равна

$$E = \frac{\sigma R}{\epsilon\epsilon_0 r},$$

где  $r$  — расстояние от оси цилиндра до точки,  $R$  — радиус цилиндра,  $\sigma$  — поверхностная плотность заряда.

Напряженность поля однородно заряженной бесконечной плоскости с поверхностной плотностью заряда, находящейся в однородном изотропном диэлектрике, полностью заполняющим объём, ограниченный эквипотенциальными поверхностями, равна

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0}.$$

Поле бесконечной однородно заряженной плоскости однородно во всех точках пространства по обе стороны от плоскости.

Электростатическая индукция  $D$  связана с напряженностью поля  $E$  в диэлектрике соотношением  $\vec{D} = \epsilon\epsilon_0 \vec{E}$ .

Система из двух точечных зарядов  $-q$  и  $+q$  называется диполем.

Электрический момент диполя равен  $\vec{p} = q \cdot \vec{l}$ , где  $\vec{l}$  — вектор, проведенный от отрицательного заряда диполя к положительному.

На электрический диполь в электростатическом поле действует момент сил равный  $\vec{M} = [\vec{p} \times \vec{E}]$ .

Потенциальная энергия диполя в электростатическом поле равна

$$W_n = -\vec{p} \cdot \vec{E}.$$

Диполь создает электрическое поле, напряженность которого равна

$$E = \frac{p\sqrt{1+3\cos^2\alpha}}{4\pi\epsilon_0 r^3},$$

где  $\alpha$  — угол, между вектором электрического момента диполя и радиус-вектором.

1.2. Потенциал в данной точке поля равен  $\varphi = \frac{W_n}{q}$ ,

где  $W_n$  — потенциальная энергия пробного заряда  $q$ , помещенного в данную точку поля.

Потенциал электростатического поля точечного заряда в вакууме равен  $\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$ .

Потенциал поля, создаваемого несколькими точечными зарядами, по принципу суперпозиции равен  $\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i$ .

Потенциал поля диполя равен  $\varphi = \frac{p \cos \alpha}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ ,  $\alpha$  — угол, между вектором электрического момента диполя и радиус-вектором.

В общем случае проекция вектора напряженности поля  $E_l$  на направление  $l$  и потенциал связаны соотношением

$$E_l = -\frac{\partial \varphi}{\partial l},$$

или в векторной форме  $\vec{E} = -grad\varphi$ .

Для однородного поля (например, поля внутри плоского конденсатора) разность потенциалов между двумя точками можно рассчитать по формуле  $\Delta\varphi = E \cdot d$ , где  $d$  — расстояние между точками вдоль силовой линии.

В общем случае разность потенциалов между точками 1 и 2 равна  $\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{r}$ .

1.3. Потенциал и заряд уединенного проводника связаны соотношением  $q = C\varphi$ , где  $C$  — электроёмкость проводника.

В частности, электроёмкость уединенного шара радиуса  $r$ , находящегося в однородном изотропном диэлектрике равна  $C = 4\pi\epsilon_0 r$ .

Электроёмкость конденсатора (системы из двух близко расположенных проводников, разделенных диэлектриком) равна  $C = \frac{q}{\Delta\varphi}$ , где  $q$  — заряд на обкладках конденсатора,  $\Delta\varphi$  — разность потенциалов между ними.

Електроёмкость плоского конденсатора с площадью пластин  $S$  и расстоянием между ними  $d$  равна  $C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}$ , где  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость среды между обкладками.

Електроёмкость системы конденсаторов при параллельном соединении равна  $C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$ .

Електроёмкость системы конденсаторов при последовательном соединении равна  $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$ .

1.4. Энергия заряженного конденсатора равна

$$W = \frac{q \cdot \Delta\phi}{2} = \frac{C \cdot \Delta\phi^2}{2} = \frac{q^2}{2C}.$$

Объемная плотность энергии электростатического поля равна

$$w = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} = \frac{D^2}{2\epsilon\epsilon_0} = \frac{E \cdot D}{2}.$$

1.5. Сила тока  $I$  определяется зарядом, протекающим через поперечное сечение проводника в единицу времени  $I = \frac{dq}{dt}$ .

Закон Ома для однородного участка цепи связывает силу тока  $I$ , разность потенциалов  $U$  на концах участка цепи и сопротивление этого участка  $R$  соотношением  $I = \frac{U}{R}$ .

Сопротивление проводника зависит от удельного сопротивления  $\rho$  материала, из которого выполнен проводник, его длины  $l$  и площади поперечного сечения  $S$ :  $R = \frac{\rho \cdot l}{S}$ .

Для замкнутой цепи закон Ома имеет вид  $I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$ , где  $\mathcal{E}$  — электродвижущая сила (ЭДС) источника тока;  $R$  — внешнее сопротивление цепи;  $r$  — внутреннее сопротивление источника.

Закон Ома в дифференциальной форме  $\vec{j} = \frac{\vec{E}}{\rho}$ , где  $\vec{j}$  — плотность тока,  $\vec{E}$  — напряженность электрического поля в проводнике,  $\rho$  — удельное сопротивление проводника. Плотность тока связана с силой тока  $j = I/S$ .



1.6. Работа постоянного электрического тока на участке цепи (или теплота, выделяемая на этом участке) за время  $t$  определяется законом Джоуля-Ленца

$$A = Q = IUt = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t.$$

Если ток изменяется с течением времени, то  $Q = \int_0^t I^2 R dt$ .

Мощность, выделяемая на участке цепи сопротивлением  $R$  равна

$$p = \frac{dA}{dt} = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R}.$$

Источник отдает во внешнюю цепь максимальную мощность при равенстве внутреннего  $r$  и внешнего  $R$  сопротивлений цепи (условие согласования).

Коэффициент полезного действия  $\eta$  источника тока определяется отношением мощности, выделяемой во внешней нагрузке, к полной мощности источника  $\eta = \frac{R}{R + r}$ .

1.7. Для разветвленных электрических цепей справедливы два правила Кирхгофа:

— алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0;$$

— алгебраическая сумма произведений токов на сопротивления ветвей цепи, по которым они текут, в любом замкнутом контуре равна алгебраической сумме ЭДС, содержащихся в этом контуре  $\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{j=1}^n \mathcal{E}_j$ .

При решении задач с применением правил Кирхгофа на электрической схеме в ветвях произвольно указывают стрелками направления токов и направления обхода контуров. Со знаком «+» берутся токи, текущие в направлении обхода. ЭДС, повышающие потенциал в направлении обхода, также считаются положительными. Перед составлением уравнений следует сосчитать число неизвестных токов  $n$  и число узлов в схеме  $Y$ . В соответствии с первым правилом Кирхгофа составляют  $Y - 1$  уравнение. Остальные  $n - Y + 1$  уравнений составляют в соответствии со вторым правилом Кирхгофа для наиболее простых контуров. Если при решении полученной системы уравнений некоторые токи оказались отрицательными, значит они в электрической схеме текут в противоположном направлении.

## 2. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ.

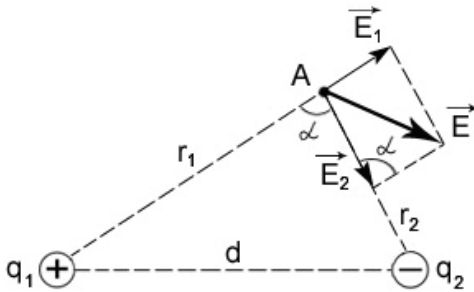


Рис. 2.1

**Пример 1.** Два точечных электрических заряда положительный  $q_1 = 1 \text{ нКл}$  и отрицательный  $q_2 = -2 \text{ нКл}$  находятся в воздухе на расстоянии  $d = 10 \text{ см}$  друг от друга. Определить напряженность и потенциал поля, создаваемого этими зарядами в точке  $A$  (рис. 2.1), удаленной на расстояние  $r_1 = 9 \text{ см}$  от первого за-

ряда и на расстояние  $r_2 = 7 \text{ см}$  от второго заряда.

**Решение.** Напряженность электрического поля  $E$  в точке  $A$  равна векторной сумме напряженностей двух полей, создаваемых зарядами  $q_1$  и  $q_2$ , то есть  $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ , где  $E_1$  — напряженность поля заряда  $q_1$ ,  $E_2$  — напряженность поля заряда  $q_2$ .

На рис. 2.1 вектор  $E_1$  направлен от заряда  $q_1$  так как этот заряд положителен, вектор  $E_2$  направлен в сторону заряда  $q_2$ , так как этот заряд отрицательный. Результирующий вектор  $E$  совпадает по величине и направлению с диагональю параллелограмма, построенного на складываемых векторах. Модуль этого вектора найдем по теореме косинусов

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2 \cos \alpha}.$$

Модули векторов напряженностей  $E_1$  и  $E_2$  определим по формулам:

$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_1^2}, \quad E_2 = \frac{q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r_2^2}.$$

Косинус угла  $\alpha$  выразим по известной формуле через стороны треугольника —  $\cos \alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1 r_2}$ .

Подставляя выраженные в СИ числовые значения в формулы, получаем (при  $\epsilon = 1$ )

$$E_1 = \frac{10^{-9}}{4\pi \frac{1}{9 \cdot 10^9} \cdot (0,09)^2} \text{ В/м} = 1,11 \cdot 10^3 \text{ В/м},$$

$$E_2 = \frac{2 \cdot 10^{-9}}{4\pi \frac{1}{9 \cdot 10^9} \cdot (0,07)^2} \text{ В/м} = 3,68 \cdot 10^3 \text{ В/м},$$

$$\cos \alpha = \frac{(0,09)^2 + (0,07)^2 - (0,1)^2}{2 \cdot 0,09 \cdot 0,07} = 0,238,$$

$$E = \sqrt{(1,11 \cdot 10^3)^2 + (3,68 \cdot 10^3)^2 - 2 \cdot 1,11 \cdot 10^3 \cdot 3,68 \cdot 10^3 \cdot 0,238} \text{ В/м} = 3,58 \cdot 10^3 \text{ В/м}.$$

Потенциал  $\varphi$  результирующего поля, созданного двумя зарядами  $q_1$  и  $q_2$ , равен алгебраической сумме потенциалов  $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$ .

Потенциал поля, созданного точечным зарядом, определяется по формуле  $\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$ . Подставив сюда численные значения величин, получим

$$\varphi_2 = \frac{-2 \cdot 10^{-9}}{4\pi \cdot \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \cdot 0,07} \text{ В} = -257 \text{ В},$$

$$\varphi_1 = \frac{2 \cdot 10^{-9}}{4\pi \cdot \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \cdot 0,09} \text{ В} = 100 \text{ В},$$

$$\varphi = 100 \text{ В} - 257 \text{ В} = -157 \text{ В}.$$

**Пример 2.** Электрическое поле создано бесконечно длинным цилиндром радиусом  $R = 1 \text{ см}$ , однородно заряженным с линейной плотностью  $\tau = 20 \text{ нКл/м}$ . Определить разность потенциалов двух точек этого поля, находящихся на расстоянии  $a_1 = 0,5 \text{ см}$  и  $a_2 = 2 \text{ см}$  от поверхности цилиндра.

**Решение.** Для определения разности потенциалов воспользуемся формулой связи разности потенциалов с напряженностью электрического поля

$$\varphi_2 - \varphi_1 = - \int_{r_1}^{r_2} \vec{E} \cdot d\vec{r}.$$

Вектор напряженности электрического поля бесконечно длинного цилиндра перпендикулярен его оси, и равен

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}.$$

После подстановки и элементарных преобразований получим

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1},$$

или

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

Выразим  $\tau$  и  $\epsilon_0$  в единицах СИ

$$\frac{1}{2\pi\epsilon_0} = 1,8 \cdot 10^{10} \text{ м/Ф}, \quad \tau = 20 \text{ нКл/м} = 2 \cdot 10^{-8} \text{ Кл/м}.$$

Так как величины  $r_1$  и  $r_2$  входят в формулу в виде отношения, то их можно подставлять в любых одинаковых единицах  $r_1 = R + a_1 = 1,5 \text{ см}$ ,  $r_2 = R + a_2 = 3 \text{ см}$ . Подставим числовые значения

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 2 \cdot 10^{-8} \cdot 1,8 \cdot 10^{10} \cdot \ln \frac{3}{1,5} = 3,6 \cdot 10^2 \cdot \ln 2 = 250 \text{ В}.$$

### Пример 3.

Конденсатор емкостью  $C_1 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ Ф}$  был заряжен до разности потенциалов  $40 \text{ В}$ . После отключения от источника конденсатор был соединен параллельно с другим незаряженным конденсатором емкостью  $C_2 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Ф}$ . Какое количество энергии  $\Delta W$  выделится при подсоединении к первому конденсатору второго конденсатора?

### Решение.

По закону сохранения энергии:  $\Delta W = W_1 - W$ , где  $W_1$  — энергия, которой обладал первый конденсатор до присоединения к нему второго конденсатора;  $W$  — энергия, которую имеет батарея, составленная из первого и второго конденсаторов. Энергия заряженного конденсатора определяется по формуле  $W = \frac{CU^2}{2}$ , где:  $C$  — емкость конденсатора или батареи конденсаторов,  $U$  — разность потенциалов на обкладках конденсаторов.

Выразив энергии  $W_1$  и  $W_2$  по формуле и принимая во внимание, что общая емкость параллельно соединенных конденсаторов равна сумме емкостей отдельных конденсаторов, получим

$$\Delta W = \frac{C_1 \cdot U_1^2}{2} - \frac{(C_1 + C_2) \cdot U_2^2}{2},$$

где  $C_1$  и  $C_2$  — емкости первого и второго конденсаторов;  $U_1$  — разность потенциалов, до которой был заряжен первый конденсатор;  $U_2$  — разность потенциалов на зажимах батареи конденсаторов.

Учитывая, что заряд после присоединения второго конденсатора остался прежний, выразим разность потенциалов  $U_2$  следующим образом

$$U_2 = \frac{Q}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 \cdot U_1}{C_1 + C_2}.$$

Подставив найденное значение  $U_2$ , получим

$$\Delta W = \frac{C_1 \cdot U_1^2}{2} - \frac{(C_1 + C_2) \cdot C_1^2 U_1^2}{2(C_1 + C_2)^2}.$$

После простых преобразований, найдём

$$\Delta W = \frac{1}{2} \cdot \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} U_1^2.$$

В полученное выражение подставим числовые значения и вычислим

$$\Delta W = \frac{1}{2} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-3}} \cdot 40^2 \text{ Дж} = 1,5 \text{ Дж}$$

**Пример 4.** Потенциометр с сопротивлением  $R = 100 \text{ Ом}$  подключен к батарее, ЭДС которой  $\mathcal{E}$  равна  $150 \text{ В}$  и внутреннее сопротивление  $r = 50 \text{ Ом}$ . Определить показание вольтметра с сопротивлением  $R_v = 500 \text{ Ом}$ , соединенного с одной из клемм потенциометра и подвижным контактом, установленным посередине потенциометра. Какова разность потенциалов между теми же точками потенциометра при отключении вольтметра?

**Решение.** Показание  $U_1$  вольтметра, подключенного к точкам  $A$  и  $B$ , определяется по формуле  $U_1 = I_1 R_1$ , где  $I_1$  — сила тока в неразветвленной цепи;  $R_1$  — сопротивление параллельно соединённых вольтметра и половины потенциометра (рис 2.2).

Силу тока  $I_1$  найдём по закону Ома для замкнутой цепи

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_0 + r},$$

где  $R_0$  — сопротивление внешней цепи.

Внешнее сопротивление  $R_0$  есть сумма двух сопротивлений

$$R_0 = \frac{R}{2} + R_1.$$

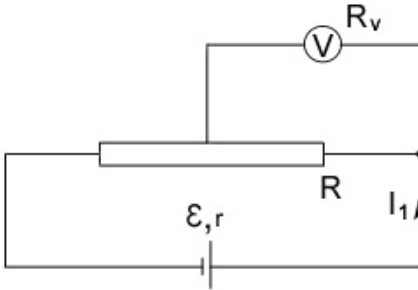


Рис. 2.2

Сопротивление  $R_1$  параллельного соединения вольтметра и половины потенциометра может быть найдено по формуле

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_v} + \frac{1}{R/2},$$

откуда

$$R_1 = \frac{R_v \cdot R}{R + 2R_v}.$$

Подставив числовые значения, найдем

$$R_1 = \frac{100 \cdot 500}{100 + 500} \text{ Ом} = 45,5 \text{ Ом}.$$

Определим силу тока

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R/2 + r + R_1} = \frac{150}{50 + 45,5 + 50} \text{ А} = 1,03 \text{ А}.$$

Рассчитаем по закону Ома показание вольтметра

$$U_1 = 1,03 \cdot 45,5 \text{ В} = 46,9 \text{ В}.$$

Разность потенциалов между точками  $A$  и  $B$  при отключенном вольтметре равна произведению силы тока  $I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R+r}$  на половину сопротивления потенциометра  $U_2 = I_2 \cdot R/2$ .

$$\text{Преобразуем } U_2 = \frac{\mathcal{E}}{R+r} \cdot \frac{R}{2}.$$

Подставляя сюда числовые значения, получим

$$U_2 = \frac{150}{100 + 50} \cdot \frac{100}{2} = 50 \text{ В}.$$

**Пример 5.** Электрическая цепь состоит из двух источников тока, трех сопротивлений и гальванометра. В этой цепи  $r_1 = 100 \text{ Ом}$ ,  $r_2 = 50 \text{ Ом}$ ,  $r_3 = 20 \text{ Ом}$ , ЭДС элемента  $\mathcal{E}_1 = 2 \text{ В}$ . Гальванометр регистрирует ток  $0,5 \text{ А}$ , идущий в направлении, указанном стрелкой. Определить ЭДС второго

элемента  $\mathcal{E}$ . Сопротивлением гальванометра и внутренним сопротивлением элементов пренебречь.

**Решение.** Выберем направление токов, как они показаны на рис. 2.3, и условимся обходить контуры по часовой стрелке.

По первому закону Кирхгофа для узла  $F$  имеем

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

По второму закону Кирхгофа имеем для контура  $ABCDA$

$$-I_1 \cdot r_1 - I_2 \cdot r_2 = -\mathcal{E}_1,$$

или после умножения обеих частей уравнения на минус 1

$$I_1 \cdot r_1 + I_2 \cdot r_2 = \mathcal{E}_1,$$

Соответственно для контура  $AFGHA$  найдём

$$I_1 \cdot r_1 + I_3 \cdot r_3 = \mathcal{E}_2.$$

Исключая из системы уравнений  $I_1$  и  $I_2$ , находим  $\mathcal{E}_2$

$$\mathcal{E}_2 = (\mathcal{E}_1 - I_3 \cdot r_1) \frac{r_1}{r_1 + r_2} + I_3 (r_1 + r_3)$$

Подставляя численные значения, находим

$$\mathcal{E}_2 = (2 - 0,05 \cdot 100) \frac{100}{150} + 0,05 \cdot 120 = 4B.$$

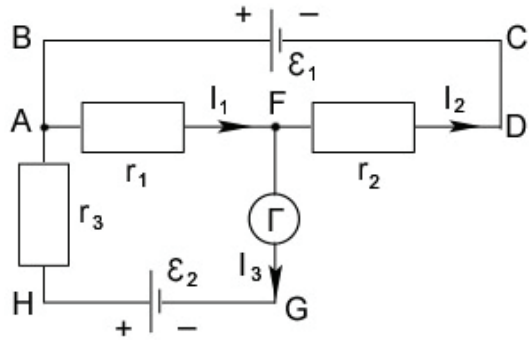


Рис. 2.3

Номер варианта соответствует порядковому номеру фамилии студента в журнале группы. Решение задачи должно включать ее полное условие, последовательное изложение процесса решения с комментариями и рисунком, ответ в общем виде и численные расчеты в системе единиц СИ.

№ вар.	НОМЕРА ЗАДАЧ					
	1	1	17	33	49	65
2	2	18	34	50	66	82
3	3	19	35	51	67	83
4	4	20	36	52	68	84
5	5	21	37	53	69	85
6	6	22	38	54	70	86
7	7	23	39	55	71	87
8	8	24	40	56	72	88
9	9	25	41	57	73	89
10	10	26	42	58	74	90
11	11	27	43	59	75	76
12	12	28	44	60	61	77
13	13	29	45	46	62	78
14	14	30	31	47	63	79
15	15	16	32	48	64	80
16	1	16	33	48	65	80
17	2	17	34	49	66	81
18	3	18	35	50	67	82
19	4	19	36	51	68	83
20	5	20	37	52	69	84
21	6	21	38	53	70	85
22	7	22	39	54	71	86
23	8	23	40	55	72	87
24	9	24	41	56	73	88
25	10	25	42	57	74	89
26	11	26	43	58	75	90
27	12	27	44	59	61	76
28	13	28	45	60	62	77
29	14	29	31	46	63	78
30	15	30	32	47	64	89



1. Две параллельные нити с линейными плотностями зарядов  $\tau_1 = 20 \text{ мкКл/м}$  и  $\tau_2 = -10 \text{ мкКл/м}$  находятся на расстоянии  $d = 5 \text{ см}$  друг от друга. Определить напряженность поля в точке, удаленной на  $r_1 = 3 \text{ см}$  от первой и  $r_2 = 4 \text{ см}$  от второй нити. Определить также силу  $F$ , действующую в этой точке на точечный заряд  $q = 1 \text{ мкКл}$ .

2. Три одинаковых параллельные нити с линейными плотностями зарядов  $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = 20 \text{ мкКл/м}$  находятся в вершинах равностороннего треугольника со стороной  $a = 10 \text{ см}$ . Определить по величине и направлению силу  $f$ , действующую на единицу длины одной из нитей со стороны двух других.

3. Две параллельные нити с линейными плотностями зарядов  $\tau_1 = -40 \text{ мкКл/м}$  и  $\tau_2 = -30 \text{ мкКл/м}$  закреплены на расстоянии  $l = 100 \text{ см}$  друг от друга. Определить, в какой точке на прямой, проходящей через нити, следует поместить точечный заряд так, чтобы он находился в равновесии. Указать, какой знак должен иметь этот заряд для того, чтобы равновесие было устойчивым, если перемещение заряда возможны только вдоль прямой, проходящей через закрепленные нити.

4. Два одинаковых заряженных шарика подвешены к одной точке на нитях одинаковой длины. При этом нити разошлись на угол  $\alpha$ . Шарик погружаются в масло. Какова плотность  $\rho_0$  масла, если угол расхождения нитей при погружении шариков в масло остается неизменным? Плотность материала шарика  $\rho = 1,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ , диэлектрическая проницаемость масла  $\epsilon = 2$ .

5. Тонкое кольцо радиуса  $R = 10 \text{ см}$  однородно заряжено с линейной плотностью  $\tau = 40 \text{ мкКл/м}$ . Найти напряженность электрического поля в точке, расположенной на оси кольца и удаленной от его центра на расстояние  $20 \text{ см}$ . Определить поток вектора напряженности через поверхность сферы, охватывающей кольцо.

6. В вершинах квадрата находятся одинаковые заряды  $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = 8 \cdot 10^{-10} \text{ Кл}$ . Какой отрицательный заряд  $q$  нужно поместить в центре квадрата, чтобы сила взаимного отталкивания положительных зарядов была уравновешена силой притяжения отрицательного заряда?

Определить поток вектора напряженности электрического поля, создаваемого этой системой из 5 зарядов через поверхность сферы, полностью охватывающей систему зарядов.

7. Электрическое поле образовано бесконечно длинным цилиндром радиуса  $R=10\text{ см}$ , равномерно заряженным поверхностной плотностью  $\sigma=10\text{ нКл/м}^2$ . Определить напряженность электрического поля в двух точках, отстоящих от поверхности цилиндра на расстояниях  $r_1=15\text{ см}$  и  $r_2=40\text{ см}$ .

8. Точечный заряд  $q=25\text{ нКл}$  находится в поле, созданном прямым бесконечным цилиндром радиуса  $R=2\text{ см}$ , равномерно заряженным с поверхностной плотностью  $\sigma=0,2\text{ нКл/см}^2$ . Определить силу, действующую на заряд, если его расстояние до оси цилиндра  $r=10\text{ см}$ .

9. Бесконечно длинный тонкий стержень равномерно заряжен с линейной плотностью  $\tau=0,2\text{ мкКл/см}$ . Определить силу, действующую на точечный заряд  $q=10\text{ нКл}$ , находящийся на расстоянии  $r=2\text{ см}$  от стержня.

10. Две длинные прямые параллельные нити находятся на расстоянии  $a=10\text{ см}$  друг от друга. На нитях равномерно распределены заряды с линейными плотностями  $\tau_1=-2\text{ нКл/см}$  и  $\tau_2=4\text{ нКл/см}$ . Определить напряженность электрического поля  $\vec{E}$  в точке, удаленной от первой нити на расстояние  $r_1=6\text{ см}$  и от второй на расстояние  $r_2=8\text{ см}$ .

11. Рассчитать силу кулоновского взаимодействия точечного заряда  $q=10\text{ нКл}$  и электрического диполя с моментом  $p=20\text{ нКл}\cdot\text{м}$ , если заряд расположен на оси диполя на расстоянии  $r=10\text{ см}$  от его центра.

12. Рассчитать силу кулоновского взаимодействия двух электрических диполей с электрическими моментами  $p=20\text{ нКл}\cdot\text{м}$ , если диполи расположены на одной прямой на расстоянии  $r=20\text{ см}$  друг от друга, а векторы электрических моментов диполей параллельны этой прямой.

13. Рассчитать силу кулоновского взаимодействия точечного заряда  $q=15\text{ нКл}$  и электрического диполя с моментом  $p=20\text{ нКл}\cdot\text{м}$ , если заряд расположен на прямой, перпендикулярной оси диполя на расстоянии  $r=10\text{ см}$  от его центра.

14. Рассчитать силу кулоновского взаимодействия точечного заряда  $q = 15 \text{ нКл}$  и электрического диполя с моментом  $p = 30 \text{ нКл}\cdot\text{м}$ , если заряд расположен на прямой, составляющей угол  $45^\circ$  с осью диполя. Расстояние между зарядом и диполем  $r = 10 \text{ см}$ .

15. Электрическое поле образовано шаром радиуса  $R = 10 \text{ см}$ , равномерно заряженным с поверхностной плотностью  $\sigma = 10 \text{ нКл}/\text{м}^2$ . Определить напряженность электрического поля в двух точках, отстоящих от центра шара на расстоянии  $r_1 = 5 \text{ см}$  и  $r_2 = 40 \text{ см}$ .

16. Тонкое кольцо радиуса  $R = 10 \text{ см}$  однородно заряжено с линейной плотностью  $\tau = 40 \text{ мкКл}/\text{м}$ . Найти потенциал электрического поля в центре кольца. Определить поток вектора напряженности через поверхность куба, внутри которого находится кольцо.

17. Тонкое кольцо радиуса  $R = 30 \text{ см}$  однородно заряжено с линейной плотностью  $\tau = 20 \text{ мкКл}/\text{м}$ . Найти потенциал электрического поля в точке, расположенной на оси кольца и удаленной от его центра на расстояние  $40 \text{ см}$ . Определить поток вектора напряженности через поверхность сферы, охватывающей кольцо.

18. Поле образовано точечным диполем с электрическим моментом  $p = 10^{-10} \text{ Кл}\cdot\text{м}$ . Определить разность потенциалов в точках, расположенных симметрично на оси диполя на расстоянии  $r = 10 \text{ см}$  от центра диполя.

19. Пылинка массой  $m = 10^{-9} \text{ г}$ , несущая на себе 5 электронов, прошла в вакууме ускоряющую разность потенциалов  $U = 300 \text{ В}$ . Какова стала кинетическая энергия пылинки? Какую скорость приобрела пылинка?

20. Заряд равномерно распределен по бесконечной плоскости с поверхностной плотностью  $\sigma = 10 \text{ нКл}/\text{м}^2$ . Определить разность потенциалов двух точек поля, одна из которых находится на плоскости, а другая удалена от нее на расстояние  $a = 10 \text{ см}$ .

21. Какую ускоряющую разность потенциалов  $U$  должен пройти электрон, чтобы получить скорость  $V = 8000 \text{ км}/\text{с}$ ?

22. Электрическое поле образовано бесконечно длинной нитью, заряженной с линейной плотностью  $\tau = 10 \text{ нКл/м}$ . Определить разность потенциалов двух точек поля, отстоящих от нити на расстоянии  $r_1 = 5 \text{ см}$  и  $r_2 = 10 \text{ см}$ .

23. Поле образовано бесконечной равномерно заряженной плоскостью с поверхностной плотностью заряда  $\sigma = 10^{-6} \text{ Кл/м}^2$ . Определить разность потенциалов двух точек поля, отстоящих от плоскости  $r_1 = 5 \text{ см}$  и  $r_2 = 10 \text{ см}$ .

24. Две параллельные заряженные плоскости с поверхностными плотностями  $\sigma_1 = 0,2 \text{ мкКл/м}^2$  и  $\sigma_2 = 0,3 \text{ мкКл/м}^2$  находятся на расстоянии  $d = 0,5 \text{ см}$  друг от друга. Определить разность потенциалов между плоскостями.

25. Электрическое поле образовано шаром радиуса  $R = 10 \text{ см}$ , равномерно заряженным с поверхностной плотностью  $\sigma = 10 \text{ нКл/м}^2$ . Определить разность потенциалов электрического поля в двух точках, отстоящих от центра шара на расстоянии  $r_1 = 20 \text{ см}$  и  $r_2 = 40 \text{ см}$ .

26. Электрон с кинетической энергией  $W = 100 \text{ эВ}$  (в бесконечности) движется вдоль силовой линии по направлению к поверхности металлической заряженной сферы радиусом  $R = 5 \text{ см}$ . Определить минимальное расстояние, на которое приблизится электрон к поверхности сферы, если заряд ее  $q = -10^{-9} \text{ Кл}$ .

27. Два металлических шарика радиусами  $R_1 = 5 \text{ см}$  и  $R_2 = 10 \text{ см}$ , находящиеся на большом расстоянии друг от друга, имеют: первый — заряд  $q_1 = 40 \text{ нКл}$ , второй — заряд  $q_2 = -20 \text{ нКл}$ . Найти энергию  $W$ , которая выделится при разряде, если шары соединить проводником.

28. Две длинные прямые параллельные нити находятся на расстоянии  $d = 20 \text{ см}$  друг от друга. На нитях равномерно распределены заряды с линейными плотностями  $\tau_1 = -2 \text{ нКл/см}$  и  $\tau_2 = 4 \text{ нКл/см}$ . Определить напряженность электрического поля в точке, удаленной от первой нити на расстояние  $r_1 = 12 \text{ см}$  и от второй на расстояние  $r_2 = 16 \text{ см}$ .

29. Электрическое поле образовано бесконечно длинным цилиндром радиуса  $R=10$  см, равномерно заряженным с поверхностной плотностью  $\sigma=10$  нКл/м<sup>2</sup>. Определить разность потенциалов электрического поля в двух точках, отстоящих от поверхности цилиндра на расстоянии  $r_1=15$  см и  $r_2=40$  см.

30. Две параллельные нити с линейными плотностями зарядов  $\tau_1=20$  мкКл/м и  $\tau_2=-10$  мкКл/м находятся на расстоянии  $d=5$  см друг от друга. Определить напряженность поля в точке, удаленной на  $r_1=6$  см от первой и  $r_2=4$  см от второй нити. Определить также силу  $F$ , действующую в этой точке на точечный заряд  $q=1$  мкКл.

31. Плоский конденсатор с площадью пластин  $S=300$  см<sup>2</sup> каждая заряжен до разности потенциалов  $U=1000$  В. Расстояние между пластинами  $d=4$  см. Между пластинами находится диэлектрик с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon=6$ . Определить энергию поля конденсатора и объёмную плотность энергии поля.

32. Два одинаковых плоских воздушных конденсатора емкостью  $C=100$  нФ каждый соединены в батарею последовательно. Определить, насколько изменится емкость батареи, если пространство между пластинами одного из конденсаторов заполнить парафином с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon=5$ .

33. Два конденсатора емкостью  $C_1=5$  мкФ и  $C_2=8$  мкФ соединены последовательно и присоединены к батарее, с ЭДС  $\mathcal{E}=80$  В. Определить заряд  $q_1$  и  $q_2$  каждого из конденсаторов и разности потенциалов между их обкладками.

34. Плоский конденсатор состоит из двух круглых пластин радиусом  $R=10$  см каждая. Расстояние между пластинами  $d=2$  мм. Конденсатор присоединен к источнику с ЭДС  $\mathcal{E}=80$  В. Определить заряд  $q$  и напряженность  $E$  поля конденсатора в двух случаях: а) диэлектрик — воздух; б) диэлектрик — стекло с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon=6$ .

35. Два одинаковых плоских воздушных конденсатора соединены последовательно в батарею, которая подключена к источнику с ЭДС

$\mathcal{E} = 12 \text{ В}$ . Определить, насколько изменится напряжение на конденсаторах, если один из них погрузить в трансформаторное масло с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = 8$ .

36. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено двумя слоями диэлектриков: стеклом толщиной  $d_1 = 0,2 \text{ см}$  и слоем парафина толщиной  $d_2 = 0,3 \text{ см}$ . Разность потенциалов между обкладками  $U = 300 \text{ В}$ . Определить напряженность поля и разность потенциалов в каждом из слоев, если диэлектрическая проницаемость стекла  $\epsilon_1 = 6$ , а у парафина  $\epsilon_2 = 2$ .

37. Плоский конденсатор с площадью пластин  $S = 200 \text{ см}^2$  каждая заряжен до разности потенциалов  $U = 2 \text{ кВ}$ . Расстояние между пластинами  $d = 2 \text{ см}$ . Диэлектрик — стекло с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = 6$ . Определить энергию поля конденсатора и объёмную плотность энергии поля.

38. Расстояние между пластинами плоского конденсатора  $d = 2 \text{ см}$ , разность потенциалов  $U = 6000 \text{ В}$ . Заряд каждой пластины  $q = 10 \text{ мкКл}$ . Определить энергию  $W$  поля конденсатора и силу  $F$  взаимного притяжения пластин, считая поле между пластинами однородным.

39. К воздушному конденсатору, заряженному до разности потенциалов  $U = 500 \text{ В}$  и отключенному от источника напряжения, присоединили параллельно второй конденсатор таких же размеров и формы, но с другим диэлектриком. Определить диэлектрическую проницаемость этого диэлектрика, если после присоединения второго конденсатора разность потенциалов уменьшилась до  $U_2 = 70 \text{ В}$ .

40. Какую работу надо совершить, чтобы повернуть диполь с электрическим моментом  $p = 5 \text{ нКл}\cdot\text{м}$  из положения по полю с напряженностью  $E = 50 \text{ В/м}$  в положение против поля?

41. Какую работу надо совершить, чтобы повернуть диполь с электрическим моментом  $p = 25 \text{ нКл}\cdot\text{м}$  из положения по полю с напряженностью  $E = 70 \text{ В/м}$  в положение перпендикулярное полю?

42. Какой момент силы нужно приложить к диполю с электрическим моментом  $p = 25 \text{ нКл}\cdot\text{м}$ , чтобы удержать его в положении перпендикулярном полю  $E = 80 \text{ В/м}$  ?

43. Какой момент силы нужно приложить к диполю с электрическим моментом  $p = 20 \text{ нКл}\cdot\text{м}$ , чтобы удержать его в положении, при котором вектор его электрического момента составляет с вектором напряженности электростатического поля  $E = 80 \text{ В/м}$  угол в  $60^\circ$ ?

44. Какую работу надо совершить, чтобы повернуть диполь с электрическим моментом  $p = 25 \text{ нКл}\cdot\text{м}$  из положения по полю с напряженностью  $E = 40 \text{ В/м}$  в положение, при котором вектор его электрического момента составляет с вектором напряженности электростатического поля угол в  $60^\circ$ ?

45. Какую работу надо совершить, чтобы повернуть диполь с электрическим моментом  $p = 25 \text{ нКл}\cdot\text{м}$  из положения, при котором он ориентирован перпендикулярно полю с напряженностью  $E = 10 \text{ В/м}$  в положение, при котором вектор его электрического момента составляет с вектором напряженности электростатического поля угол в  $30^\circ$ ?

46. В некоторой точке однородного изотропного диэлектрика с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon = 2$  вектор электрического смещения равен  $\mathbf{D} = 3 \text{ мкКл/м}^2$ . Найти вектор поляризации  $\mathbf{P}$  в этой точке.

47. В некоторой точке однородного изотропного диэлектрика вектор поляризации равен  $\mathbf{P} = 2 \text{ мкКл/м}^2$ , а вектор электрического смещения равен  $\mathbf{D} = 3 \text{ мкКл/м}^2$ . Найти диэлектрическую восприимчивость диэлектрика.

48. Бесконечная пластина из однородного изотропного диэлектрика с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon = 3$  помещена в перпендикулярное к ней внешнее однородное электрическое поле напряженностью  $E_0 = 2 \text{ В/м}$ . Найти поверхностную плотность связанных зарядов в пластине.

49. Бесконечная пластина из однородного изотропного диэлектрика помещена в перпендикулярное к ней внешнее однородное электри-

ческое поле напряженностью  $E_0 = 3 \text{ В/м}$ . Найти модуль вектора электрического смещения  $\mathbf{D}$  внутри диэлектрика.

50. Бесконечная пластина из однородного изотропного диэлектрика помещена в перпендикулярное к ней внешнее однородное электрическое поле. Найти напряженность этого поля, если модуль вектора электрического смещения  $\mathbf{D} = 2 \text{ мкКл/м}^2$  внутри диэлектрика.

51. Стеклянная пластина с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon = 4$  внесена в однородное электрическое поле с напряженностью  $E_0 = 20 \text{ В/м}$  и расположена так, что угол между нормалью к пластине и направлением внешнего поля равен  $30^\circ$ . Найти напряженность поля внутри пластины.

52. Стеклянная пластина с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon = 5$  внесена в однородное электрическое поле с напряженностью  $E_0 = 20 \text{ В/м}$  и расположена так, что угол между нормалью к пластине и направлением внешнего поля равен  $30^\circ$ . Найти поверхностную плотность связанных зарядов возникших в пластине.

53. Стеклянная пластина с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon = 6$  внесена в однородное электрическое поле с напряженностью  $E_0 = 20 \text{ В/м}$  и расположена так, что угол между нормалью к пластине и направлением внешнего поля равен  $30^\circ$ . Найти угол между нормалью к пластине и направлением поля внутри пластины.

54. Пластина с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon = 4$  внесена в однородное электрическое поле с напряженностью  $E_0 = 30 \text{ В/м}$  и расположена так, что угол между нормалью к пластине и направлением внешнего поля равен  $45^\circ$ . Найти напряженность поля внутри пластины.

55. Пластина с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon = 5$  внесена в однородное электрическое поле с напряженностью  $E_0 = 30 \text{ В/м}$  и расположена так, что угол между нормалью к пластине и направлением внешнего поля равен  $45^\circ$ . Найти поверхностную плотность связанных зарядов возникших в пластине.



56. Пластина с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon=6$  внесена в однородное электрическое поле с напряженностью  $E_0=30 \text{ В/м}$  и расположена так, что угол между нормалью к пластине и направлением внешнего поля равен  $45^\circ$ . Найти угол между нормалью к пластине и направлением поля внутри пластины.

57. Плоскопараллельная пластина с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon=2$  внесена в однородное электрическое поле с напряженностью  $E_0=40 \text{ В/м}$  и расположена так, что угол между нормалью к пластине и направлением внешнего поля равен  $60^\circ$ . Найти напряженность поля внутри пластины.

58. Плоскопараллельная пластина с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon=2$  внесена в однородное электрическое поле с напряженностью  $E_0=40 \text{ В/м}$  и расположена так, что угол между нормалью к пластине и направлением внешнего поля равен  $60^\circ$ . Найти поверхностную плотность связанных зарядов возникших в пластине.

59. Плоскопараллельная пластина с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon=2$  внесена в однородное электрическое поле с напряженностью  $E_0=40 \text{ В/м}$  и расположена так, что угол между нормалью к пластине и направлением внешнего поля равен  $60^\circ$ . Найти угол между нормалью к пластине и направлением поля внутри пластины.

60. Стеклянная пластина с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon=6$  внесена в однородное электрическое поле с напряженностью  $E_0=20 \text{ В/м}$  и расположена так, что угол между нормалью к пластине и направлением внешнего поля равен  $30^\circ$ . Найти электрическое смещение  $D$  внутри пластины.

61. В сеть с напряжением  $U=100 \text{ В}$  включили катушку с сопротивлением  $R=2 \text{ кОм}$  и вольтметр, соединенные последовательно. Показание вольтметра  $U_1=80 \text{ В}$ . Когда катушку заменили другой, вольтметр показал  $U_2=60 \text{ В}$ . Определить сопротивление другой катушки.

62. Амперметр с сопротивлением  $R_A=0,2 \text{ Ом}$  зашунтирован сопротивлением  $R=0,05 \text{ Ом}$ . Амперметр показывает ток  $I_A=10 \text{ А}$ . Найти ток в цепи.

63. Катушка и амперметр соединены последовательно и присоединены к источнику тока. К клеммам катушки присоединен вольтметр с сопротивлением  $R = 4 \text{ кОм}$ . Амперметр показывает силу тока  $I = 0,3 \text{ А}$ , вольтметр — напряжение  $U = 120 \text{ В}$ . Определить сопротивление катушки. Сколько процентов составит ошибка, если при определении сопротивления катушки не будет учтено сопротивление вольтметра?

64. ЭДС батареи  $\mathcal{E} = 80 \text{ В}$ , внутреннее сопротивление  $r = 6 \text{ Ом}$ . Внешняя цепь потребляет мощность  $P = 100 \text{ Вт}$ . Определить силу тока в цепи, напряжение  $U$ , под которым находится внешняя цепь, и ее сопротивление  $R$ .

65. ЭДС батареи  $\mathcal{E} = 24 \text{ В}$ . Наибольшая сила тока, которую может дать батарея,  $I = 10 \text{ А}$ . Определить максимальную мощность, которая может выделяться во внешней цепи.

66. При внешнем сопротивлении  $R_1 = 8 \text{ Ом}$  сила тока в цепи  $I_1 = 0,8 \text{ А}$ , при сопротивлении  $R_2 = 15 \text{ Ом}$  сила тока  $I_2 = 0,5 \text{ А}$ . Определить силу тока короткого замыкания источника.

67. Сопротивление  $R_1 = 5 \text{ Ом}$ , вольтметр и источник тока соединены параллельно. Вольтметр показывает напряжение  $U_1 = 10 \text{ В}$ . Если заменить сопротивление на  $R_2 = 12 \text{ Ом}$ , то вольтметр покажет напряжение  $U_2 = 12 \text{ В}$ . Определить ЭДС и внутреннее сопротивление источника тока. Током через вольтметр пренебречь.

68. В цепь включены последовательно медная и стальная проволоки одинаковой длины и диаметра. Найти отношение количеств теплоты, выделившихся в проволоках за одно и тоже время, а также отношение напряженностей электрического поля внутри проволок, если удельные сопротивления меди и стали соответственно равны  $1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом}\cdot\text{м}$  и  $11 \cdot 10^{-8} \text{ Ом}\cdot\text{м}$ .

69. В цепь включены параллельно медная и стальная проволоки одинаковой длины и диаметра. Найти отношение количеств теплоты выделившихся в проволоках за одно и тоже время, а также отношение напряженнос-

тей электрического поля внутри проволок, если удельные сопротивления меди и стали соответственно равны  $1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом}\cdot\text{м}$  и  $11 \cdot 10^{-8} \text{ Ом}\cdot\text{м}$ .

70. В проводнике за время  $t=10 \text{ с}$  при равномерном возрастании тока от  $I_1=0$  до  $I_2=2 \text{ А}$  выделилось  $Q=2 \text{ кДж}$  теплоты. Найти сопротивление  $R$  проводника.

71. Сила тока в проводнике сопротивлением  $20 \text{ Ом}$  равномерно убывает от  $20 \text{ А}$  до  $10 \text{ А}$  в течении времени  $t=10 \text{ с}$ . Определить количество выделившегося в проводнике тепла.

72. В проводнике за время  $t=20 \text{ с}$  при равномерном возрастании тока от  $I_1=1 \text{ А}$  до  $I_2=2 \text{ А}$  выделилось  $Q=2 \text{ кДж}$  теплоты. Найти сопротивление  $R$  проводника.

73. Сила тока в проводнике сопротивлением  $30 \text{ Ом}$  равномерно убывает от  $50 \text{ А}$  до  $0$  в течении времени  $t=20 \text{ с}$ . Определить количество выделившегося в проводнике тепла.

74. В проводнике сопротивлением  $50 \text{ Ом}$  течет переменный ток с амплитудой  $5 \text{ А}$  и частотой  $50 \text{ Гц}$ . Определить количество теплоты выделившееся в проводнике за время, равное двум периодам колебаний.

75. В проводнике сопротивлением  $20 \text{ Ом}$  течет переменный ток с амплитудой  $10 \text{ А}$  и частотой  $50 \text{ Гц}$ . Определить количество теплоты выделившееся в проводнике за время, равное половине периода колебаний.

76. Определить силу тока в каждом элементе и напряжение на внешнем сопротивлении (рис. 3.1), если  $\mathcal{E}_1=8 \text{ В}$ ,  $\mathcal{E}_2=4 \text{ В}$ ,  $r_1=1 \text{ Ом}$ ,  $r_2=0,5 \text{ Ом}$  и  $R=50 \text{ Ом}$ .

77. Три сопротивления  $r_1=5 \text{ Ом}$ ,  $r_2=1 \text{ Ом}$  и  $r_3=3 \text{ Ом}$ , а также источник тока  $\mathcal{E}_1=1,4 \text{ В}$  соединены, как показано на рис. 3.2. Определить ЭДС источника, который надо подключить в цепь между точками А и В, чтобы в сопротивлении  $r_3$  шел ток силой  $I_3=1 \text{ А}$  в направлении, указанном стрелкой. Сопротивлением источников тока пренебречь.

78. Определить силу тока в сопротивлении  $r_2$  (рис. 3.3 ) и напряжение на концах этого сопротивления, если  $\mathcal{E}_1=4B$ ,  $\mathcal{E}_2=3B$ ,  $r_1=2\text{ Ом}$ ,  $r_2=6\text{ Ом}$ ,  $r_3=1\text{ Ом}$ . Внутренним сопротивлением источников тока пренебречь.

79. Две батареи  $\mathcal{E}_1=10B$  с внутренним сопротивлением  $r_1=2\text{ Ом}$ ,  $\mathcal{E}_2=8B$  с внутренним сопротивлением  $r_2=2\text{ Ом}$  и реостат  $R=6\text{ Ом}$  соединены, как показано на рис. 3.4. Определить силу тока в батареях и реостате.

80. Три батареи с ЭДС  $\mathcal{E}_1=8B$ ,  $\mathcal{E}_2=3B$  и  $\mathcal{E}_3=4B$  с внутренними сопротивлениями  $r=2\text{ Ом}$  каждая соединены параллельно одноименными полюсами. Пренебрегая сопротивлением соединительных проводов, определить токи, идущие через батареи.

81. Два источника тока:  $\mathcal{E}_1=14B$  с внутренним сопротивлением  $r_1=4\text{ Ом}$  и  $\mathcal{E}_2=6B$  с внутренним сопротивлением  $r_2=4\text{ Ом}$ , а также реостат  $r=10\text{ Ом}$  соединены, как показано на рис. 3.5. Определить силы тока в реостате и источниках тока.

82. Сопротивление  $R=4\text{ Ом}$  подключено к двум параллельно соединенным разноименными полюсами источникам тока с ЭДС  $\mathcal{E}_1=2,8B$  и  $\mathcal{E}_2=1,4B$  и внутренними сопротивлениями  $r_1=0,6\text{ Ом}$  и  $r_2=0,4\text{ Ом}$ . Определить ток в сопротивлении  $R$  и разность потенциалов на зажимах второго источника.

83. Три сопротивления  $r_1=6\text{ Ом}$ ,  $r_2=3\text{ Ом}$  и  $r_3=2\text{ Ом}$ , а также источник тока  $\mathcal{E}_1=2,2B$  соединены, как показано на рис. 3.6. Определить ЭДС  $\mathcal{E}_2$  источника, который надо подключить в цепь между точками  $A$  и  $B$ , чтобы в проводнике сопротивлением  $r_3$  шел ток силой  $I_3=1A$  в направлении, указанном стрелкой. Сопротивлением источников тока пренебречь.

84. Определить разность потенциалов между точками  $A$  и  $B$  (рис. 3.7), если  $\mathcal{E}_1=8B$ ,  $\mathcal{E}_2=6B$ ,  $r_1=4\text{ Ом}$ ,  $r_2=6\text{ Ом}$ ,  $r_3=8\text{ Ом}$ . Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь.

85. Определить силу тока  $I_3$  в проводнике сопротивлением  $r_3$  (рис. 3.7) и разность потенциалов между точками  $A$  и  $B$  в левой ветви, если  $\mathcal{E}_1=6B$ ,  $\mathcal{E}_2=8B$ ,  $r_1=4\text{ Ом}$ ,  $r_2=8\text{ Ом}$ ,  $r_3=6\text{ Ом}$ . Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь.

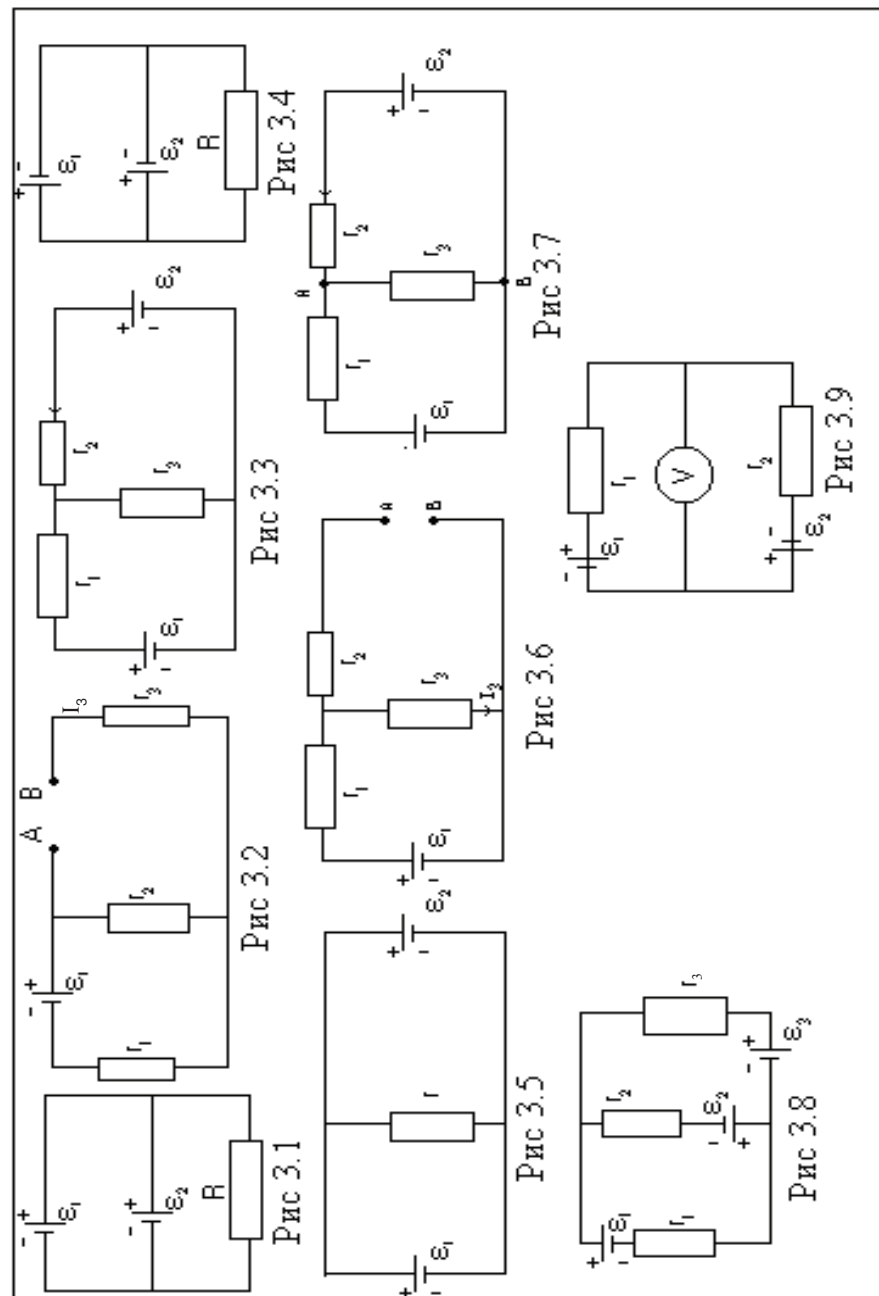
86. В цепи, изображенной на рис. 3.8, найти токи в каждой ветви и разность потенциалов между точками  $A$  и  $B$ , если ЭДС источников тока равны:  $\mathcal{E}_1=2B$ ,  $\mathcal{E}_2=3B$ ,  $\mathcal{E}_3=4B$  и сопротивления  $r_1=2\text{ Ом}$ ,  $r_2=4\text{ Ом}$ ,  $r_3=3\text{ Ом}$ . Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь.

87. В цепи, изображенной на рис. 3.8, найти токи в каждой ветви и разность потенциалов между точками  $A$  и  $B$ , если ЭДС источников тока равны:  $\mathcal{E}_1=4B$ ,  $\mathcal{E}_2=3B$ ,  $\mathcal{E}_3=3B$  и сопротивления  $r_1=2\text{ Ом}$ ,  $r_2=4\text{ Ом}$ ,  $r_3=3\text{ Ом}$ . Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь.

88. В цепи, изображенной на рис. 3.8, найти токи в каждой ветви и разность потенциалов между узлами схемы, если ЭДС источников тока равны:  $\mathcal{E}_1=5B$ ,  $\mathcal{E}_2=3B$ ,  $\mathcal{E}_3=4B$  и сопротивления  $r_1=2\text{ Ом}$ ,  $r_2=4\text{ Ом}$ ,  $r_3=3\text{ Ом}$ . Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь.

89. Элементы цепи, схема которой изображена на рис. 3.9, имеют следующие значения:  $\mathcal{E}_1=2B$ ,  $\mathcal{E}_2=3B$ ,  $R_1=3\text{ кОм}$ ,  $R_2=2\text{ кОм}$ . Определить показание вольтметра, если его внутреннее сопротивление  $5\text{ кОм}$ . Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь.

90. Элементы цепи, схема которой изображена на рис. 3.9, имеют следующие значения:  $\mathcal{E}_1=4B$ ,  $\mathcal{E}_2=3B$ ,  $r_1=3\text{ кОм}$ ,  $r_2=2\text{ кОм}$ . Определить показание вольтметра, если его внутреннее сопротивление  $5\text{ кОм}$ . Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь.



## РАЗДЕЛ II

### ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ФОРМУЛЫ

1. Закон Био-Савара-Лапласа позволяет рассчитать индукцию магнитного поля в вакууме, создаваемого элементом тока длиной  $dl$  по которому течет ток  $I$  на расстоянии  $r$  от элемента тока

$$dB = \frac{\mu_0 I dl \sin \alpha}{4\pi r^2},$$

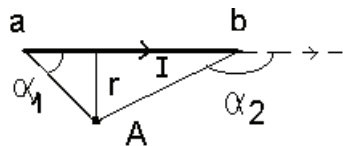
где  $\alpha$  — угол между радиус-вектором  $\vec{r}$  и элементом тока  $I d\vec{l}$ . Вектор магнитной индукции  $d\vec{B}$  перпендикулярен плоскости, в которой лежат векторы  $d\vec{l}$  и  $\vec{r}$ , его направление определяется в соответствии с правилом правого винта.

2. Для определения магнитного поля, создаваемого системой проводников с током используется принцип суперпозиции полей, который может быть записан в следующем виде

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i.$$

3. Индукция магнитного поля в точке  $A$ , создаваемая прямолинейным отрезком  $ab$  проводника с током  $I$  на расстоянии  $r$  от него (см. рис.) равна

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2).$$



4. Индукция магнитного поля, создаваемая прямолинейным бесконечно длинным проводником с током  $I$  равна

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}.$$

5. Индукция магнитного поля в центре кругового проводника радиуса  $R$  с током  $I$  равна

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}.$$

6. Магнитная индукция в центре дуги окружности длиной  $L$  и радиуса  $R$ , обтекаемой током  $I$ , равна

$$B = \frac{\mu_0 IL}{4\pi R^2}.$$

7. Индукция магнитного поля на оси кругового проводника с магнитным моментом  $p_m$  на достаточно большом расстоянии  $r$  от него равна

$$B = \frac{\mu_0 p_m}{2\pi r^3}.$$

8. Индукция магнитного поля внутри бесконечно длинного соленоида равна

$$B = \mu\mu_0 nI,$$

где  $n$  — число витков на единицу длины обмотки.

9. Индукция магнитного поля внутри тороида равна

$$B = \frac{\mu\mu_0 InR}{r},$$

где:  $R$  — радиус внутренней (или внешней) обмотки тороида;  $n$  — число витков на единицу длины внутренней (или внешней) обмотки тороида.

10. Момент сил, действующий на контур с током в магнитном поле равен

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \times \vec{B}],$$

или в скалярном виде

$$M = p_m B \sin \alpha,$$

где:  $p_m = IS$  — магнитный момент контура с током;  $\alpha$  — угол между направлением магнитного поля и нормалью к плоскости контура, в векторном виде  $\vec{p}_m = IS\vec{n}$ .

11. Магнитная индукция  $\vec{B}$  связана с напряженностью  $\vec{H}$  магнитного поля соотношением



$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H},$$

где  $\mu$  — магнитная проницаемость среды (для вакуума  $\mu=1$ );  $\mu_0=4\pi\cdot 10^{-7}$  Гн/м — магнитная постоянная.

12. Объемная плотность энергии магнитного поля равна

$$\omega = \frac{W}{V} = \frac{HB}{2} = \mu\mu_0 \frac{H^2}{2}.$$

13. Закон полного тока для магнитного поля в вакууме (теорема о циркуляции вектора  $\vec{B}$ )

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i.$$

14. Магнитный поток равен

$$\Phi_m = \int_S B_n dS = \int_S \vec{B} d\vec{S}.$$

15. Для однородного поля поток магнитной индукции через поверхность равен:  $\Phi = BS \cos \varphi$ , где  $S$  — площадь поверхности;  $\varphi$  — угол между нормалью к поверхности и направлением индукции магнитного поля  $\vec{B}$ .

16. Потокосцепление (полный магнитный поток) равен

$$\Psi = N\Phi = LI.$$

17. Индуктивность соленоида равна

$$L = \mu\mu_0 \frac{N^2 S}{l},$$

где  $N$  — число витков;  $S$  — площадь витка;  $l$  — длина соленоида.

18. Энергия магнитного поля катушки с током равна

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

19. Сила Ампера, действующая на элемент тока  $I dl$  в магнитном поле равна

$$dF = I dl B \sin \alpha,$$

где  $\alpha$  — угол между направлениями тока и вектором индукции магнитного поля.

20. Сила взаимодействия в вакууме двух прямых длинных прямолинейных параллельных проводников с токами  $I_1$  и  $I_2$  равна

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} l,$$

где  $r$  — расстояние между проводниками;  $l$  — длина проводников.

21. Сила Лоренца, действующая на заряженную частицу, движущуюся со скоростью  $v$  в магнитном поле с индукцией  $B$  равна

$$F = qVB \sin \alpha,$$

где:  $q$  — заряд частицы;  $\alpha$  — угол между направлениями скорости частицы и вектором индукции магнитного поля.

22. Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле равна  $A = I \Delta \Phi$ , где  $\Delta \Phi$  — изменение потока магнитной индукции, пересеченный проводником при движении.

23. Элементарная работа  $dA$ , совершаемая при повороте рамки с током в магнитном поле на угол  $d\alpha$  ( $\alpha$  — угол между направлением нормали к рамке и вектором магнитной индукции  $\vec{B}$ ) равна

$$dA = I d\Phi,$$

где  $d\Phi$  — изменение магнитного потока через плоскость рамки.

24. Закон электромагнитной индукции Фарадея дает значение ЭДС, наводимой в контуре при изменении магнитного потока через поверхность, ограниченную этим контуром

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

25. При изменении тока в контуре (катушке, соленоиде) возникает ЭДС самоиндукции равная

$$\mathcal{E}_S = -L \frac{dI}{dt}.$$

26. Заряд, протекающий по проводящему контуру с сопротивлением  $R$ , при изменении магнитного потока через контур на величину  $\Delta \Phi$  равен

$$q = \frac{\Delta \Phi}{R}.$$

## ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

**Пример 1.** По длинному прямому тонкому проводу течет ток силой  $I = 20 \text{ А}$ . Определить индукцию магнитного поля  $B$ , создаваемого проводником в точке, удаленной от него на расстояние  $r = 4 \text{ см}$ .

**Решение.** Магнитная индукция  $B$  в вакууме, создаваемая прямым бесконечно длинным проводником с током  $I$  в данной точке зависит только от ее расстояния  $r$  до проводника

$$B = \mu_0 H = \frac{\mu_0 I}{2\pi r},$$

где:  $\mu_0$  — магнитная постоянная; ( $\mu = 1$ ).

Подставим числовые значения величин и произведем вычисления

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 20}{2\pi \cdot 0,04} = 10^{-4} \text{ Тл}.$$

**Пример 2.** Два параллельных бесконечно длинных провода  $D$  и  $C$ , по которым текут в одном направлении электрические токи силой  $I = 60 \text{ А}$ , расположены на расстоянии  $d = 10 \text{ см}$  друг от друга. Определить индукцию магнитную поля, создаваемого проводниками с током в точке, отстоящей от оси одного проводника на расстоянии  $r_1 = 5 \text{ см}$ , от оси другого проводника на расстоянии  $r_2 = 12 \text{ см}$  ( $\mu = 1$ ).

**Решение.** Для нахождения магнитной индукции  $\vec{B}$  в указанной точке  $A$  воспользуемся принципом суперпозиции магнитных полей. Для этого определим направления магнитной индукции  $\vec{B}_1$  и  $\vec{B}_2$  полей, создаваемых каждым проводником с током в отдельности, и найдем их векторную сумму

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2.$$

Модуль вектора магнитной индукции  $B$  может быть найден по теореме косинусов

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 - 2B_1B_2 \cos(\pi - \alpha)},$$

где  $\alpha$  — угол между векторами  $\vec{B}_1$  и  $\vec{B}_2$ .

Значения индукции  $B_1$  и  $B_2$  равны

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1}, \quad B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2}.$$

Подставляя  $B_1$  и  $B_2$  в формулу, получим

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1 r_2} \cos \alpha}.$$

Вычислим  $\cos \alpha$ . Заметим, что  $\alpha$  равен углу, образованному  $r_1$  и  $r_2$  (как углы с соответственно перпендикулярными сторонами). Поэтому по теореме косинусов запишем

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos \alpha,$$

где  $d$  — расстояние между проводами. Отсюда

$$\cos \alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1 r_2}.$$

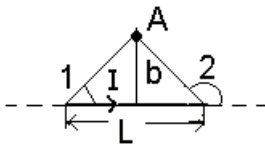
Подставляя значения  $d$ ,  $r_1$  и  $r_2$ , найдем:  $\cos \alpha = 0,576$ .

Подставляя в формулу для  $B$  значения  $\mu_0$ ,  $I$ ,  $r_1$  и  $r_2$  выраженные в единицах СИ, и значение  $\cos \alpha$ , найдем искомую индукцию —  $B = 286 \text{ мкТл}$ .

**Пример 3.** Определить индукцию магнитного поля, создаваемого отрезком бесконечно длинного прямого провода, в точке, равноудаленной от концов отрезка и находящейся на расстоянии  $b = 20 \text{ см}$  от его середины. Сила тока, текущего по проводу,  $I = 30 \text{ А}$ . Длина отрезка  $L = 60 \text{ см}$ .

**Решение.** Воспользовавшись формулой для индукции магнитного поля, создаваемого прямым током, получим ( $\mu = 1$ ):

$$B = \mu_0 H = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2).$$



На рисунке — угол 1 соответствует  $\alpha_1$ , угол 2 соответствует  $\alpha_2$ .

Заметим, что при симметричном расположении точки  $A$  относительно отрезка провода —  $\cos \alpha_2 = \cos \alpha_1$ .

С учетом этого формула примет вид

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b} \cos \alpha.$$

Из рисунка следует, что

$$\cos \alpha = \frac{L/2}{\sqrt{(L^2/4) + b^2}} = \frac{L}{\sqrt{4b^2 + L^2}}.$$

Подставляя выражение  $\cos\alpha_1$  в формулу, получим:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b} \cdot \frac{L}{\sqrt{4b^2 + L^2}}.$$

Выразим величины в единицах СИ:

$$I = 30 \text{ А}, \quad L = 0,5 \text{ м}, \quad b = 0,2 \text{ м}, \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}.$$

Подставим эти значения и произведем вычисления

$$B = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 30}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,2} \cdot \frac{0,6}{\sqrt{4 \cdot (0,2)^2 + (0,6)^2}} \text{ Тл} = 2,49 \cdot 10^{-5} \text{ Тл}.$$

**Пример 4.** Плоский квадратный контур со стороной  $a = 10 \text{ см}$ , по которому течет ток  $I = 100 \text{ А}$ , свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией  $B = 1 \text{ Тл}$ . Определить работу, совершаемую внешними силами при повороте контура относительно оси, проходящей через середину его противоположных сторон, на угол:  $\varphi_1 = 90^\circ$ ;  $\varphi_2 = 3^\circ$ . При повороте контура сила тока в нем поддерживается неизменной.

**Решение.** На контур с током в магнитном поле действует момент сил

$$M = p_m B \sin \varphi,$$

где:  $p_m$  — магнитный момент контура,  $B$  — индукция магнитного поля,  $\varphi$  — угол между вектором  $\vec{p}_m$ , направленным по нормали к плоскости, ограниченной контуром, и вектором  $\vec{B}$ .

По условию задачи в начальном положении контур свободно установился в магнитном поле. При этом момент сил равен нулю ( $M = 0$ ), а значит,  $\varphi = 0$ , то есть векторы  $\vec{p}_m$  и  $\vec{B}$  совпадают по направлению ( $\varphi = \pi$  — соответствует положению неустойчивого равновесия).

Если внешние силы выведут контур из положения равновесия, то возникнет момент сил, который будет стремиться возвратить контур в исходное положение.

Против этого момента и будет совершаться работа внешними силами. Так как момент сил переменный (зависит от угла поворота  $\varphi$ ), то для расчет применим формулу работы в дифференциальной форме

$$dA = M d\varphi.$$

Подставив сюда выражение  $M$  и учтя, что  $p_m = IS = Ia^2$ , где  $I$  — сила тока в контуре,  $S = a^2$  — площадь контура, получим

$$dA = IBa^2 \sin \varphi d\varphi.$$

Взяв интеграл от этого выражения, найдем работу при повороте контура на конечный угол

$$A = IBa^2 \int_0^{\varphi} \sin \varphi d\varphi.$$

1) Работа при повороте на угол  $\varphi_1 = 90^\circ$  равна

$$A_1 = IBa^2 \int_0^{\pi/2} \sin \varphi d\varphi = IBa^2 (-\cos \varphi) \Big|_0^{\pi/2} = IBa^2.$$

Выразим числовые значения величин в единицах СИ:

$$I = 100 \text{ А}; \quad B = 1 \text{ Тл}; \quad a = 0,1 \text{ м}.$$

Тогда:  $A_1 = 100 \cdot 1 \cdot (0,1) \text{ Дж} = 1 \text{ Дж}$ .

2) Работа при повороте на угол  $\varphi_2 = 3^\circ$ . В этом случае, учитывая, что угол  $\varphi_2$  мал ( $\sin \varphi \approx \varphi$ ), получим

$$A_2 = IBa^2 \int_0^{\pi/2} \varphi d\varphi = \frac{1}{2} IBa^2 \varphi^2.$$

Выразим угол  $\varphi_2$  в радианах. После подстановки числовых значений величин найдем

$$A_2 = \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 1 \cdot (0,1)^2 \cdot (0,0523)^2 = 1,37 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} = 1,37 \text{ мДж}.$$

Отметим, что задача могла быть решена и другим способом. Работа внешних сил по перемещению контура с током в магнитном поле равна произведению силы тока в контуре на изменение магнитного потока через поверхность, ограниченную контуром

$$A = -I\Delta\Phi = I(\Phi_1 - \Phi_2),$$

где:  $\Phi_1$  — магнитный поток, пронизывающий контур до поворота;  $\Phi_2$  — магнитный поток, пронизывающий контур после поворота. В первом случае —  $\Phi_1 = BS$ , во втором —  $\Phi_2 = 0$ .

Следовательно,  $A = IBS = IBa^2$ , что совпадает с полученным выше результатом.

**Пример 5.** Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов  $U = 400 \text{ В}$ , попал в однородное магнитное поле напряженностью  $H = 10 \text{ А/м}$ . Определить радиус кривизны траектории и частоту обращения электрона в магнитном поле. Вектор скорости электрона перпендикулярен линиям напряженности поля.

**Решение.** 1) Радиус кривизны траектории электрона (в данном случае — радиус окружности) определим, исходя из следующих соображений. На движущийся в магнитном поле электрон действует сила Лоренца  $F_n = qvB \sin \alpha$  (действием силы тяжести можно пренебречь). Сила Лоренца перпендикулярна вектору скорости и, следовательно, является причиной нормального ускорения

$$a_n = \frac{V^2}{R}.$$

Учитывая, что по условию задачи  $\alpha = 90^\circ$ , запишем 2-й закон Ньютона

$$F_n = eVB = \frac{mV^2}{R},$$

где  $e$  — заряд электрона,  $V$  — скорость электрона,  $B$  — индукция магнитного поля,  $m$  — масса электрона,  $R$  — радиус кривизны траектории. Отсюда

$$R = \frac{mV}{eB}.$$

Входящий в формулу импульс  $mV$  может быть выражен через кинетическую энергию  $W$  электрона

$$mV = \sqrt{2mW}.$$

Но кинетическая энергия электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов  $U$ , определяется равенством  $W = eU$ .

Подставив это выражение в формулу для  $W$ , получим

$$mV = \sqrt{2meU}.$$

Индукция  $B$  может быть выражена через напряженность  $H$  магнитного поля в вакууме соотношением  $B = \mu_0 H$ , где  $\mu_0$  — магнитная постоянная.

Подставив найденные выражения  $B$  и  $mV$  в формулу, найдем

$$R = \frac{\sqrt{2meU}}{\mu_0 eH}.$$

Выразим все величины в единицах СИ:

$$m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}; \quad e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}; \quad U = 400 \text{ В}; \\ \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}; \quad H = 10^3 \text{ А/м}.$$

Подставив эти значения в формулу для  $R$ , найдем —  $R = 5,37 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ .

2) Для определения частоты обращения электрона воспользуемся формулой, связывающей угловые и линейные кинематические характеристики его вращения

$$\omega = 2\pi n = \frac{V}{R}.$$

Подставив сюда выражение для радиуса кривизны, получим после преобразований

$$n = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{e}{m} H.$$

Все величины, входящие в эту формулу, ранее были выражены в единицах СИ. Подставим их и произведем вычисления

$$n = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{2 \cdot 3,14 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31}} \cdot 10^3 \text{ Гц} = 3,5 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}.$$

**Пример 6.** В однородном магнитном поле с индукцией  $B = 0,1 \text{ Тл}$  равномерно с частотой  $n = 10 \text{ об/с}$  вращается рамка, содержащая  $N = 1000$  витков. Площадь рамки  $S = 150 \text{ см}^2$ . Определить мгновенное значение ЭДС, соответствующее углу поворота рамки в  $30^\circ$ .

**Решение.** Мгновенное значение ЭДС индукции  $\mathcal{E}_i$  определяется основным уравнением электромагнитной индукции Фарадея-Максвелла

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Psi}{dt},$$

где  $\Psi$  — полный магнитный поток, связанный с магнитным потоком через один виток  $\Phi$  соотношением  $\Psi = N\Phi$ .

Подставляя выражение  $\Psi$  в формулу, получим

$$\mathcal{E}_i = -N \frac{d\Phi}{dt}.$$

При вращении рамки магнитный поток  $\Phi$ , пронизывающий рамку в момент времени  $t$ , изменяется по закону  $\Phi = BS \cos \omega t$ , где  $B$  — магнитная индукция,  $S$  — площадь рамки,  $\omega$  — круговая частота.

Подставив в формулу выражение для магнитного потока  $\Phi$  и продифференцировав его по времени, найдем мгновенное значение ЭДС индукции  $\mathcal{E}_i = NBS\omega \sin \omega t$ .

Круговая частота  $\omega$  вращения рамки связана с числом оборотов в секунду  $n$  соотношением  $\omega = 2\pi n$ .



Подставляя значение  $\omega$  в формулу для мгновенного значения ЭДС, получим

$$\mathcal{E}_i = 2\pi nNBS \sin \omega t.$$

Выразим данные задачи в единицах системы СИ:

$$n = 10 \text{ с}^{-1}; N = 10^3; B = 0,1 \text{ Тл}; S = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2; \omega t = 30^\circ = \pi/6.$$

Подставив эти значения в расчетную формулу, получим  $\mathcal{E}_i = 47,1 \text{ В}$ .

**Пример 7.** Соленоид с сердечником из немагнитного материала содержит  $N = 1200$  витков провода, плотно прилегающих друг к другу. При силе тока  $I = 4 \text{ А}$  магнитный поток  $\Phi$  равен  $6 \text{ мкВб}$ . Определить: 1) индуктивность  $L$  соленоида; 2) энергию  $W$  магнитного поля соленоида.

**Решение.**

1. Индуктивность соленоида  $L$  связана с полным магнитным потоком  $\Psi$  и силой тока  $I$  соотношением  $\Psi = LI$ .

$$\text{Так как } \Psi = N\Phi, \text{ то } L = \frac{N\Phi}{I}.$$

Выразим все величины в единицах системы СИ:

$$N = 1200 \text{ витков}; \Phi = 6 \cdot 10^{-6} \text{ Вб}; I = 4 \text{ А}.$$

Подставим их в формулу для  $L$  и произведем вычисления

$$L = \frac{1,2 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{4} \text{ Гн} = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}.$$

2. Энергия  $W$  магнитного поля соленоида с индуктивностью  $L$  при силе тока  $I$  протекающего по его обмотке, может быть вычислена по формуле

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

Подставим в эту формулу полученное ранее выражение индуктивности

$$W = \frac{NI\Phi}{2}.$$

Произведем вычисления

$$W = \frac{1}{2} \cdot 1,2 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 10^{-6} = 1,44 \cdot 10^{-2} \text{ Дж}.$$

Номер варианта соответствует порядковому номеру фамилии студента в журнале группы. Решение задачи должно включать ее полное условие, последовательное изложение процесса решения с комментариями и рисунком, ответ в общем виде и численные расчеты в системе единиц СИ.

№ вар.	НОМЕРА ЗАДАЧ						
	1	1	17	33	49	65	81
2	2	18	34	50	66	82	98
3	3	19	35	51	67	83	99
4	4	20	36	52	68	84	100
5	5	21	37	53	69	85	101
6	6	22	38	54	70	86	102
7	7	23	39	55	71	87	103
8	8	24	40	56	72	88	104
9	9	25	41	57	73	89	105
10	10	26	42	58	74	90	91
11	11	27	43	59	75	76	92
12	12	28	44	60	61	77	93
13	13	29	45	46	62	78	94
14	14	30	31	47	63	79	95
15	15	16	32	48	64	80	96
16	1	16	33	48	65	80	98
17	2	17	34	49	66	81	97
18	3	18	35	50	67	82	98
19	4	19	36	51	68	83	99
20	5	20	37	52	69	84	100
21	6	21	38	53	70	85	101
22	7	22	39	54	71	86	102
23	8	23	40	55	72	87	103
24	9	24	41	56	73	88	104
25	10	25	42	57	74	89	105
26	11	26	43	58	75	90	91
27	12	27	44	59	61	76	92
28	13	28	45	60	62	77	93
29	14	29	31	46	63	78	94
30	15	30	32	47	64	89	95

## Индукция магнитного поля

1. Форму проводника с током в виде квадрата изменили на круговую, не изменяя силы тока и длины проводника. Найти отношение магнитных индукций в центре каждой фигуры:  $B_{кв}/B_{ок}$ .

2. Проводник с током в форме квадрата преобразовали в равносторонний треугольник, не изменяя силы тока и длины проводника. Найдите отношение магнитных индукций в центре каждой фигуры:  $B_{кв}/B_{тр}$ .

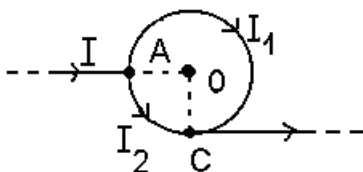
3. Во сколько раз изменится магнитная индукция в центре фигуры, образованной проводником с током, если не изменяя его длины и силы тока, форму фигуры — окружность изменили на равносторонний треугольник?

4. По прямому бесконечно длинному проводнику течет ток  $I_1 = 3,14 A$ . Круговой виток расположен так, что плоскость витка параллельна прямому проводнику, а перпендикуляр, опущенный на него из центра витка, является нормалью к плоскости витка. По витку проходит ток  $I_2 = 3 A$ . Расстояние от центра витка до прямого проводника  $d = 20 \text{ см}$ . Радиус витка  $r = 30 \text{ см}$ . Найдите магнитную индукцию в центре витка.

5. По тонкому проводнику, изогнутому в виде правильного шестиугольника со стороной  $a = 10 \text{ см}$ , идет ток силой  $I = 20 A$ . Определить магнитную индукцию в центре шестиугольника.

6. По контуру в виде равностороннего треугольника идет ток  $I = 40 A$ . Сторона треугольника  $a = 30 \text{ см}$ . Определить магнитную индукцию  $B$  в точке пересечения высот треугольника.

7. Найти в точке  $O$  магнитную индукцию  $B$  поля, создаваемого двумя длинными проводниками с током силой  $0,5 A$  и двумя дугами окружности, если радиус окружности  $20 \text{ см}$  (см. рис).  $A$  и  $C$  — точки ветвления (узлы).



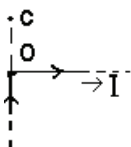
8. По двум параллельным проводам, расстояние между которыми  $a = 6 \text{ см}$ , текут одинаковые токи  $I = 12 \text{ А}$ . Определить индукцию  $B$  и напряженность  $H$  магнитного поля в точке, удаленной от каждого провода на расстояние  $r = 6 \text{ см}$  в двух случаях, если токи текут: 1) в одинаковом направлении, 2) в противоположных направлениях.

9. Найдите в точке  $C$  индукцию магнитного поля, созданного бесконечно длинным проводом согнутым под углом  $90^\circ$ , если ток  $I = 5 \text{ А}$ , а длина отрезка  $OC = 10 \text{ см}$  (см. рис.).

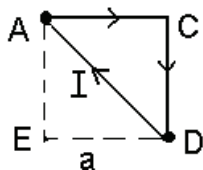
10. Проводник с током  $I = 1,2 \text{ А}$  имеет форму, показанную на рисунке, где  $ACDE$  — квадрат со стороной  $a = 5 \text{ см}$ . Найти индукцию в точке  $E$ .

11. По контуру  $ABC$  течет ток  $I = 0,4 \text{ А}$ . Определить магнитную индукцию в точке  $O$ , если  $OB = OC = R = 10 \text{ см}$ ,  $AB = OA$ ,  $BC$  дуга радиуса  $R$  (см. рис.).

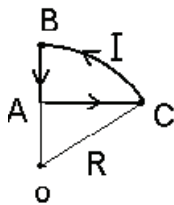
12. Найдите магнитную индукцию  $B$  в точке  $O$ , если проводник с током  $I = 0,6 \text{ А}$  изогнут в форме, показанной на рисунке.  $AmB$  — дуга радиуса  $R = 15 \text{ см}$ ,  $AnB$  — хорда; угол  $AOB$  — прямой (см. рис.).



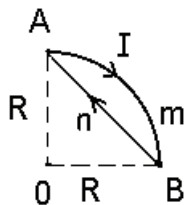
К зад. 9



К зад. 10



К зад. 11



К зад. 12

13. Проволочный виток радиусом  $R = 20 \text{ см}$  расположен в плоскости магнитного меридиана. В центре витка установлена небольшая магнитная стрелка, которая может вращаться вокруг вертикальной оси. На какой угол отклонится стрелка, если по витку пустить ток силой  $I = 12 \text{ А}$ ? Горизонтальную составляющую индукции земного магнитного поля принять равной  $B = 20 \text{ мкТл}$ .

14. Магнитная стрелка помещена в центре кругового витка, плоскость которого расположена вертикально и составляет с плоскостью магнитного меридиана угол  $\varphi = 30^\circ$ . Радиус окружности  $R = 10$  см. Определить угол, на который повернется магнитная стрелка, если по витку пойдет ток силой  $I = 1,6$  А (рассмотреть два случая и дать два ответа). Горизонтальную составляющую индукции земного магнитного поля принять равной  $B = 20$  мкТл.

15. По проводнику, согнутому в виде прямоугольника со стороной  $a = 6$  см и  $b = 10$  см, течет ток силой  $I = 20$  А. Определить напряженность  $H$  и индукцию  $B$  магнитного поля в точке пересечения диагоналей прямоугольника.

### *Проводники с током в магнитном поле*

16. Тонкое кольцо массой  $100$  г и радиусом  $10$  см несет заряд, равномерно распределенный с линейной плотностью  $10$  нКл/м. Кольцо равномерно вращается с частотой  $15$  с<sup>-1</sup> относительно оси, перпендикулярной плоскости кольца и проходящей через центр кольца. Определить: 1) магнитный момент кругового тока, создаваемого кольцом; 2) отношение магнитного момента к моменту импульса кольца.

17. Отрезок провода, по которому течет ток в  $20$  А, подвешен на легких нерастяжимых нитях. Длина провода  $5$  м и масса  $0,01$  кг. Определить угол, на который отклонится провод от вертикали под действием однородного магнитного поля с индукцией  $0,02$  Тл, если вектор магнитной индукции направлен вертикально.

18. Два отрезка провода длиной по  $1$  м каждый и массой по  $0,02$  кг подвешены горизонтально и параллельно друг другу на легких нерастяжимых нитях длиной  $3$  м каждая. На какое расстояние разойдутся провода, если по ним пропустить равные токи по  $1$  А в противоположных направлениях?

19. По круговому витку радиусом  $30$  см течет ток  $I_1 = 2,5$  А. В центре кругового витка находится маленький виток в виде квадратной рамки с током  $I_2 = 0,2$  А. Плоскость рамки составляет  $30^\circ$  с плоскостью витка

ка. Чему равна сторона рамки, если вращающий момент, действующий на рамку, равен  $10^{-10} \text{ Н}\cdot\text{м}$ ?

20. На оси контура с током, магнитный момент которого равен  $0,2 \text{ А}\cdot\text{м}^2$ , находится другой такой же контур. Магнитный момент второго контура перпендикулярен оси. Вычислить момент сил, действующий на второй контур. Расстояние между контурами  $r$  равно  $100 \text{ см}$ . Размеры контуров малы по сравнению с расстоянием между ними.

21. Два отрезка провода длиной по  $1 \text{ м}$  и массой по  $0,1 \text{ кг}$  каждый подвешены горизонтально и параллельно друг другу на легких нерастяжимых нитях длиной  $2,5 \text{ м}$  каждая. Какой величины ток нужно пропустить по проводам, чтобы нити разошлись на угол в  $6^\circ$ , если первоначальное расстояние между ними было пренебрежимо мало.

22. По длинному прямому горизонтальному проводу пропускают ток  $I_1 = 10 \text{ А}$ . Под ним на расстоянии  $1,5 \text{ см}$  находится параллельный ему алюминиевый провод, по которому пропускают ток силой  $I_2 = 1,5 \text{ А}$ . Определить, какой должна быть площадь поперечного сечения алюминиевого провода, чтобы сила магнитного взаимодействия уравновешивала силу тяжести алюминиевого провода. Плотность алюминия  $2,7 \text{ г/см}^3$ .

23. По тонкому проволочному прямоугольнику со сторонами  $a = 20 \text{ см}$  и  $b = 30 \text{ см}$  течёт ток  $I = 1 \text{ А}$ . Перпендикулярно плоскости прямоугольника возбуждено магнитное поле с индукцией  $B = 0,01 \text{ Тл}$ . Найдите силы, растягивающие стороны прямоугольника.

24. Два длинных прямолинейных параллельных проводника с одинаковыми токами, текущими в одном направлении, находятся друг от друга на расстоянии  $R$ . Чтобы их раздвинуть до расстояния равного  $2R$  на каждый метр длины проводника затрачивается работа, равная  $130 \text{ нДж}$ . Определите силу тока в проводниках.

25. Контур провода, изогнутого в форме квадрата со стороной  $a = 0,5 \text{ см}$ , расположен в одной плоскости с бесконечным прямолинейным проводом с током  $I = 5 \text{ А}$  так, что две его стороны параллельны проводу. Сила тока в контуре  $I_1 = 1 \text{ А}$ . Определить силу, действующую на

контур, если ближайшая к проводу сторона контура находится на расстоянии  $b = 10$  см. Направления токов в прямолинейном проводе и ближайшей к нему стороне квадрата противоположны.

26. Электрон в атоме водорода движется по круговой орбите радиуса  $5,28 \cdot 10^{-11}$  м. Определить орбитальный магнитный момент электрона. Заряд электрона равен —  $1,62 \cdot 10^{-19}$  Кл, масса электрона равна  $9,11 \cdot 10^{-31}$  кг.

27. В одной плоскости с бесконечно длинным проводом, по которому идет ток  $I = 5$  А, расположена прямоугольная рамка размерами  $20 \times 10$  см<sup>2</sup>, по которой течет ток  $I = 0,2$  А. Длинные стороны рамки параллельны прямому току, причем ближайшая находится от него на расстоянии  $x_0 = 5$  см, ток в ней сонаправлен току  $I$ . Определить силы взаимодействия прямого тока с каждой из сторон рамки.

28. По проводнику, изогнутому под углом  $90^\circ$  со сторонами, равными 40 см, течет ток  $I = 2$  А. Перпендикулярно плоскости, в которой расположен изогнутый провод, существует магнитное поле с индукцией  $B = 0,03$  Тл. Найдите результирующую силу, действующую на проводник.

29. В одной плоскости с бесконечно длинным проводом, по которому идет ток  $I = 10$  А, расположена квадратная рамка ( $10 \times 10$  см<sup>2</sup>), по которой течет ток  $I = 2$  А. Ближайшая сторона рамки параллельна прямому току, и находится от него на расстоянии  $b = 5$  см; направление тока в ней противоположно току  $I$ . Определить силу, действующую на рамку.

30. Два алюминиевых провода поперечного сечения  $S = 16$  мм<sup>2</sup> и плотностью  $\rho = 2,7$  г/см<sup>3</sup> подвешены горизонтально и параллельно друг другу на лёгких нерастяжимых нитях длиной 2,5 м. На какой угол разойдутся нити, если по проводам пропустить токи  $I_1 = 1$  А и  $I_2 = 3$  А. Первоначальное расстояние между проводами пренебрежимо мало.

### *Работа в магнитном поле*

31. По проводнику, согнутому в виде квадрата со стороной  $a = 10$  см, течет ток силой  $I = 20$  А. Плоскость квадрата составляет угол  $\varphi = 30^\circ$  с си-

ловыми линиями магнитного поля. Определить работу  $A$ , которую необходимо совершить для того, чтобы удалить проводник за пределы поля. Магнитная индукция  $B = 0,01$  Тл. Поле считать однородным.

32. Виток радиусом  $R = 20$  см, по которому течет ток силой  $I = 50$  А, свободно установился в однородном магнитном поле напряженностью  $H = 10^3$  А/м. Виток повернули относительно диаметра на угол  $\varphi = 30^\circ$ . Определить совершенную работу  $A$ .

33. Кольцо радиусом  $R = 10$  см, по которому течет ток  $I = 5$  А, находится в однородном поле с индукцией  $B = 0,0318$  Тл. Плоскость кольца составляет угол  $\varphi = 30^\circ$  с линиями индукции. Определить работу  $A$ , которую необходимо совершить для того, чтобы плоскость кольца стала параллельна линиям индукции.

34. В однородном магнитном поле с магнитной индукцией  $0,01$  Тл находится плоская катушка из 100 витков радиусом  $10$  см, плоскость которой составляет угол  $60^\circ$  с направлением поля. По катушке течет ток в  $10$  А. Определить: 1) вращающий момент, действующий на катушку; 2) работу, которую необходимо затратить для удаления этой катушки из магнитного поля.

35. Два бесконечных прямолинейных проводника с одинаковыми токами, текущими в одном направлении, находятся друг от друга на расстоянии  $b$ . Чтобы их раздвинуть до расстояния  $9b$ , на каждый сантиметр длины проводника затрачивается работа  $4,39$  нДж. Определить силу тока в проводниках.

36. В одной плоскости с бесконечно длинным проводом, по которому идет ток  $I = 5$  А, расположена прямоугольная рамка ( $20 \times 10$  см<sup>2</sup>), по которой течет ток  $I = 0,2$  А. Длинные стороны рамки параллельны прямому току, причем ближайшая находится от него на расстоянии  $a = 5$  см, ток в ней сонаправлен току  $I$ . Определить работу, которую надо совершить, чтобы повернуть рамку на угол  $\alpha = \pi$  вокруг дальней длинной стороны.

37. Плоский контур с током  $I = 10$  А свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией  $B = 0,1$  Тл. Площадь контура



$S = 100 \text{ см}^2$ . Поддерживая ток в контуре неизменным, его повернули относительно оси, лежащей в плоскости контура, на угол  $\alpha = 60^\circ$ . Определить совершенную при этом работу.

38. В однородном магнитном поле перпендикулярно линиям индукции расположен контур площадью  $S = 400 \text{ см}^2$ . Поддерживая в контуре постоянную силу тока  $I = 20 \text{ А}$ , его переместили из поля в область пространства, где поле отсутствует. Определить индукцию  $B$  магнитного поля, если при перемещении контура была совершена работа  $A = 0,2 \text{ Дж}$ .

39. По проволочному кольцу радиусом  $10 \text{ см}$  течет ток  $I = 10 \text{ А}$ . Плоскость кольца перпендикулярна линиям магнитного поля с индукцией  $0,01 \text{ Тл}$ . Форму кольца, не изменяя силы тока, изменили с круглой на квадратную. Определить работу против сил поля.

40. Виток, по которому течет ток силой  $I = 20 \text{ А}$ , свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией  $B = 0,016 \text{ Тл}$ . Диаметр витка  $d = 10 \text{ см}$ . Какую работу нужно совершить, чтобы повернуть виток на угол  $\alpha = \pi/2$  относительно оси, совпадающей с диаметром? Найти работу, если угол  $\alpha = \pi$ .

41. В однородном магнитном поле, индукция которого равна  $0,05 \text{ Тл}$ , движется равномерно проводник длиной  $15 \text{ см}$ . По проводнику течет ток  $3 \text{ А}$ . Скорость движения проводника равна  $20 \text{ м/с}$  и перпендикулярна к направлению индукции магнитного поля. Найти работу перемещения проводника за  $20 \text{ с}$  движения.

42. В однородном магнитном поле с индукцией  $B = 0,08 \text{ Тл}$  находится прямой проводник длиной  $a = 10 \text{ см}$ , расположенный перпендикулярно к линиям индукции. По проводнику течет ток  $I = 2,5 \text{ А}$ , величина которого поддерживается неизменной. Под действием сил поля проводник переместился на расстояние  $l = 10 \text{ см}$ . Найти работу сил поля.

43. По кольцу, сделанному из тонкого гибкого проводника радиусом  $R = 20 \text{ см}$  течет ток  $I = 50 \text{ А}$ . Перпендикулярно плоскости кольца возбуждено магнитное поле, индукция которого  $B = 0,02 \text{ Тл}$ . Собственное маг-

нитное поле кольца и внешнее совпадают. Определить работу внешних сил, при преобразовании кольца в квадрат. Сила тока при этом поддерживалась неизменной. Работой против упругих сил пренебречь.

44. В одной плоскости с бесконечно длинным прямым проводом, по которому идет ток силы  $I_1 = 4 \text{ A}$ , расположена прямоугольная рамка ( $20 \times 10 \text{ см}^2$ ), по которой течет ток силой  $I_2 = 0,5 \text{ A}$ . Длинные стороны рамки параллельны прямому току, причем ближайшая находится от него на расстоянии  $x_0 = 20 \text{ см}$ ; ток в ней сонаправлен току  $I_1$ . Определить работу, которую надо совершить, чтобы повернуть рамку на угол  $\alpha = \pi$  вокруг ближней длинной стороны.

45. Квадратный контур со стороной  $b = 20 \text{ см}$ , в котором течет ток силой  $I = 0,5 \text{ A}$ , находится в магнитном поле с индукцией  $B = 0,2 \text{ Тл}$ . Плоскость контура составляет угол  $\alpha = 60^\circ$  с линиями магнитной индукции. Какую работу нужно совершить, чтобы при неизменной силе тока в контуре изменить его форму на окружность.

### ***Закон полного тока***

46. По сплошному бесконечно длинному цилиндрическому проводнику радиуса  $10 \text{ см}$  течет ток  $I = 1 \text{ A}$ . Найдите магнитную индукцию в точках, расположенных на расстояниях  $5$  и  $20 \text{ см}$  от оси цилиндра соответственно.

47. Ток  $I = 6,28 \text{ A}$  течет по тонкостенному бесконечно длинному цилиндрическому проводнику радиуса  $10 \text{ см}$ . Найдите напряженность магнитного поля в точках, расположенных на расстояниях  $5$  и  $20 \text{ см}$  от оси цилиндра.

48. Ток  $I = 0,5 \text{ A}$  течет по длинному тонкостенному цилиндрическому проводнику радиуса  $10 \text{ мм}$  и возвращается по тонкому проводу, проложенному по оси трубы. Определить магнитную индукцию в точках, удаленных от оси трубы на расстояния  $r_1 = 5 \text{ мм}$  и  $r_2 = 15 \text{ мм}$ .

49. Цилиндрический проводник радиусом  $R_1 = 2 \text{ мм}$  расположен внутри тонкостенного длинного цилиндра радиусом  $R_2 = 2 \text{ см}$  так, что

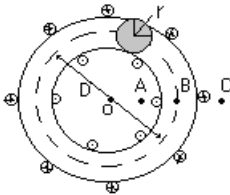
их оси совпадают. По ним текут токи равной величины ( $I = 10 \text{ A}$ ), но противоположные по направлению. Найти напряженность магнитного поля на расстояниях 1 и 3 см от оси системы.

50. По трем коаксиальным тонким цилиндрам 1, 2, 3 текут токи в 1, 2, 3 А соответственно, причем направление тока в цилиндре 3 противоположно двум другим. Радиусы цилиндров 1, 2, 3 м соответственно. Найдите напряженность магнитного поля в точках А, В, С, находящихся на расстоянии  $OA = 0,5 \text{ м}$ ,  $OB = 1,5 \text{ м}$ ,  $OC = 4 \text{ м}$  (см. рис.).

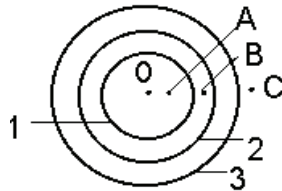
51. По соленоиду без сердечника длиной 1 м, имеющему 1000 витков течет ток 20 А. Определить величину потокосцепления, если диаметр соленоида 2 см.

52. На картонный тороид с внутренним диаметром 18 см и внешним диаметром 24 см намотано 100 витков провода, по которому течет ток силой 10 А. Найдите напряженность магнитного поля в точках А, В, С если  $OA = 5 \text{ см}$ ,  $OB = 10 \text{ см}$ ,  $OC = 15 \text{ см}$ .

53. Диаметр тороида без сердечника по средней линии равен 30 см. В сечении тороид имеет круг радиусом  $r = 5 \text{ мм}$ . По обмотке тороида, содержащей 1000 витков, течет ток силой  $I = 5 \text{ А}$ . Найдите максимальное и минимальное значение магнитной индукции в тороиде.



К зад. 52 и 53



К зад. 50

54. Тороид квадратного сечения содержит 1000 витков провода, по которому течет ток силой 10 А. Наружный диаметр тороида равен 40 см, внутренний — 20 см. Найдите магнитный поток через сечение тороида.

55. Плотность тока в сплошном проводнике цилиндрической формы равна  $2 \text{ мА/м}^2$ . Найдите циркуляцию вектора напряженности магнит-

ного поля вдоль окружности радиусом  $5 \text{ мм}$ , проходящей внутри проводника и ориентированной так, что ее плоскость составляет угол  $30^\circ$  с вектором плотности тока.

56. Тороид квадратного сечения содержит  $500$  витков провода, по которому течет ток силой  $2 \text{ А}$ . Наружный диаметр тороида равен  $20 \text{ см}$ , внутренний —  $10 \text{ см}$ . Найдите величину потокосцепления тороида.

57. Соленоид длиной  $1 \text{ м}$  и сечением  $16 \text{ см}^2$  содержит  $2000$  витков, по которым течет ток  $10 \text{ А}$ . Найдите величину потокосцепления соленоида.

58. По сплошному прямому бесконечному проводнику радиуса  $R = 1 \text{ м}$  течет ток в  $I = 2 \text{ А}$ . Найдите закон изменения напряженности магнитного поля внутри и вне проводника от расстояния  $r$  до оси. Постройте график  $H = f(r)$  в пределах изменения  $r$  от  $0$  до  $10R$ .

59. По проводнику, имеющему форму полого цилиндра с внутренним радиусом  $R_1 = 10 \text{ см}$  и внешним радиусом  $R_2 = 30 \text{ см}$ , течет ток  $I = 5 \text{ А}$ . Считая плотность тока внутри цилиндра постоянной, найдите циркуляцию вектора напряженности магнитного поля вдоль окружности радиусом  $20 \text{ см}$ , проходящей внутри проводника и ориентированной так, что ее плоскость составляет угол  $90^\circ$  с вектором плотности тока, а центр лежит на оси полого цилиндра.

60. По проводнику, имеющему форму полого цилиндра с внутренним радиусом  $R_1 = 10 \text{ см}$  и внешним радиусом  $R_2 = 20 \text{ см}$ , течет ток  $I = 3 \text{ А}$ . Найдите закон изменения магнитного поля  $B$  в зависимости от расстояния  $r$  до оси цилиндра, считая плотность тока внутри цилиндра постоянной. Постройте график зависимости  $B$  от расстояния  $r$  в пределах  $0 \leq r \leq 100 \text{ см}$ .

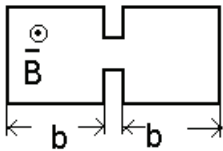
### *Электромагнитная индукция*

61. Цепь состоит из двух квадратных рамок со стороной  $b = 10 \text{ см}$ , соединенных двумя проводами. Одна рамка находится в однородном магнитном поле, вектор индукции которого  $B$  перпендикулярен её плоскости ( $B = 2 \text{ Тл}$ ), а другая рамка и соединяющие рамки провода — вне

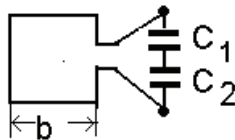
поля. Диаметр проволоки, из которой сделаны рамки,  $d=0,3\text{ мм}$ , а ее удельное сопротивление  $\rho=0,4\cdot 10^{-6}\text{ Ом}\cdot\text{м}$ . Какой заряд пройдет через поперечное сечение проволоки при выключении поля? Сопротивление проводов, соединяющих рамки, не учитывать.

62. Квадратная рамка из проволоки со стороной  $b=1\text{ см}$  расположена в однородном магнитном поле с индукцией, изменяющейся по закону:  $B=kt$  ( $t$  — время,  $k=200\text{ Тл/с}$ . Нормаль к рамке составляет с направлением  $B$  угол  $\beta=30^\circ$ . С помощью двух проводов рамка соединена с двумя последовательно соединенными конденсаторами, емкости которых  $C_1=1\text{ мкФ}$  и  $C_2=2\text{ мкФ}$ . Определить напряжение на конденсаторах, считая, что они полностью зарядились (Конденсаторы и подводящие провода находятся вне магнитного поля).

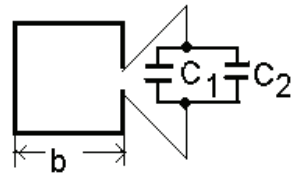
63. Квадратная рамка из проволоки со стороной  $b=1\text{ см}$  расположена в однородном магнитном поле с индукцией, изменяющейся по закону:  $B=kt$  ( $t$  — время,  $k=400\text{ Тл/с}$ ) так, что ее нормаль составляет с направлением  $B$  угол  $\beta=45^\circ$ . С помощью двух проводов рамка соединена с двумя параллельно соединенными конденсаторами, емкости которых  $C_1=1\text{ мкФ}$  и  $C_2=2\text{ мкФ}$ . Определить заряды конденсаторов, считая, что они полностью зарядились (Конденсаторы и подводящие провода находятся вне магнитного поля).



К зад. 61



К зад. 62



К зад. 63

64. В однородном магнитном поле с индукцией  $B=0,5\text{ Тл}$  вращается проводящий стержень длиной  $L=20\text{ см}$  с частотой  $n=10\text{ с}^{-1}$ . Ось вращения параллельна линиям индукции и проходит через один из концов стержня перпендикулярно оси стержня. Определить разность потенциалов между концами стержня.

65. Рамка площадью  $S=100\text{ см}^2$ , содержащая  $N=1000$  витков, равномерно вращается с частотой  $n=10\text{ с}^{-1}$  в магнитном поле напряженностью

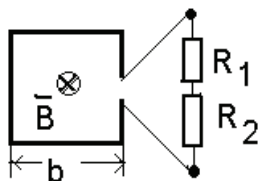
$H=10^4 \text{ А/м}$ . Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям напряженности. Определить максимальную ЭДС индукции и максимальную силу тока в рамке, если ее сопротивление  $100 \text{ Ом}$ .

66. Рамка из проволоки в форме равностороннего треугольника со стороной  $a = 10 \text{ см}$  помещена в однородное магнитное поле с индукцией, изменяющейся по закону:  $B = At + Ct^2$ , где:  $A = 0,04 \text{ Тл/с}$ ,  $C = 0,002 \text{ Тл/с}^2$ ,  $t$  — время. Нормаль к плоскости рамки составляет с линиями магнитной индукции угол в  $30^\circ$ . Какое количество теплоты выделится в рамке за промежуток времени  $\Delta t$  от 0 до  $10 \text{ с}$ , если ее сопротивление  $R = 10 \text{ Ом}$ .

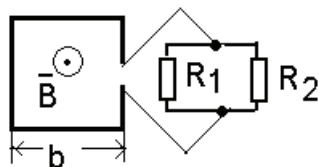
67. Рамка из проволоки в форме равностороннего треугольника со стороной  $a = 10 \text{ см}$  помещена в однородное магнитное поле с индукцией  $B = At^3$ , где  $A = 0,2 \text{ Тл/с}^3$ ,  $t$  — время. Нормаль к плоскости рамки составляет с линиями магнитной индукции угол  $60^\circ$ . Определить силу тока в рамке в момент времени  $t = 10 \text{ с}$ . Сопротивление рамки  $R = 10 \text{ Ом}$ .

68. Квадратная рамка со стороной  $b = 10 \text{ см}$  расположена в однородном магнитном поле с индукцией, изменяющейся по закону:  $B = kt$ , ( $t$  — время,  $k = 200 \text{ мТл/с}$ ) так, что ее плоскость перпендикулярна к вектору магнитной индукции  $B$ . С помощью двух проводов, сопротивлением которых можно пренебречь, она включена в цепь, состоящую из последовательно соединенных резисторов. Определить напряжение на резисторе с сопротивлением  $R_1$ , если  $R_1 = 2r$ , а  $R_2 = 4r$ , где  $r$  — сопротивление рамки. Все элементы цепи, кроме рамки, находятся вне магнитного поля.

69. Квадратная рамка со стороной  $b = 10 \text{ см}$  расположена в однородном магнитном поле с индукцией, изменяющейся по закону:  $B = kt$ , ( $t$  — время,  $k = 100 \text{ мТл/с}$ ) так, что ее плоскость перпендикулярна к вектору магнитной индукции  $B$ . С помощью двух проводов, сопротивлением ко-



К зад.68



К зад.69

торых можно пренебречь, она включена в цепь, состоящую из двух параллельно соединенных резисторов  $R_1$  и  $R_2$ . Определить мощность, выделяющуюся в резисторе сопротивлением  $R_1$ , если  $R_1 = 2r$ , а  $R_2 = 4r$ , где  $r = 10 \text{ Ом}$  — сопротивление рамки. Все элементы цепи, кроме рамки находятся вне магнитного поля.

70. Проводящий круговой виток радиусом  $a = 10 \text{ см}$  вращается в однородном магнитном поле, индукция которого  $B = 0,01 \text{ Тл}$ , так, что угол между нормалью к его плоскости и вектором  $B$  изменяется по закону  $\alpha = \pi t$  ( $t$  — время в секундах). Какое количество теплоты выделяется в витке за промежуток времени  $\Delta t = 0 \dots 0,5 \text{ с}$ , если его сопротивление  $R = 5 \text{ Ом}$ .

71. Рамка в форме равностороннего треугольника помещена в однородное переменное магнитное поле с индукцией  $B = At + Ct^2$  ( $A = 0,04 \text{ Тл/с}$ ,  $C = 0,002 \text{ Тл/с}^2$ ). Нормаль к плоскости рамки составляет с линиями магнитной индукции угол  $\alpha = 30^\circ$ . Найти длину стороны рамки, если в момент времени  $t = 10 \text{ с}$  в ней индуцируется ЭДС равная  $8 \cdot 10^{-4} \text{ В}$ .

72. Квадратная рамка из проволоки со стороной  $a = 10 \text{ см}$  расположена в однородном магнитном поле с индукцией  $B = At^3$ , где  $A = 0,01 \text{ мТл/с}^3$  ( $t$  — время). Нормаль к плоскости рамки составляет с линиями магнитной индукции угол  $30^\circ$ . Какое количество теплоты выделится в рамке за промежуток времени  $\Delta t$  от 0 до 10 с? Диаметр проволоки 0,5 мм, а ее удельное сопротивление  $1,75 \cdot 10^{-8} \text{ Ом}\cdot\text{м}$ .

73. Тонкий провод массой  $m = 5 \text{ г}$  согнут в виде квадрата и его концы замкнуты. Квадрат помещен в однородное магнитное поле с индукцией  $B = 0,002 \text{ Тл}$  так, что его плоскость перпендикулярна к силовым линиям. Определить заряд, который пройдет через поперечное сечение провода, если квадрат, потянув за противоположные вершины растянуть в линию. Плотность и удельное сопротивление материала, из которого изготовлен провод, равны соответственно:  $\rho = 8,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$  и  $\rho_{\text{уд}} = 1,75 \cdot 10^{-8} \text{ Ом}\cdot\text{м}$ .

74. В однородном магнитном поле с индукцией  $B = 0,1 \text{ Тл}$  вращается проводящий стержень длиной  $l = 30 \text{ см}$  с частотой  $n = 5 \text{ с}^{-1}$ . Ось вра-

щения параллельна линиям магнитной индукции, перпендикулярна оси стержня и делит его в отношении 1:2. Определить разность потенциалов между концами стержня.

75. Круговой виток помещен в однородное переменное магнитное поле с индукцией, изменяющейся по закону  $B = At^4$  ( $A = (1/4) \cdot \pi \cdot 10^{-3} \text{ Тл/с}^4$ ) так, что его плоскость перпендикулярна линиям магнитной индукции. Определить радиус витка, если при  $t = 10 \text{ с}$  индукционный ток в нем равен  $1 \text{ мА}$ . Сопротивление витка  $10 \text{ Ом}$ .

### ***Объёмная плотность энергии магнитного поля***

76. Определить объёмную плотность энергии магнитного поля в точке, находящейся на биссектрисе прямого угла, образованного согнутым бесконечно длинным проводником с током  $I = 2 \text{ А}$ , и удаленной от вершины угла на  $3 \text{ см}$ .

77. Определить объёмную плотность энергии магнитного поля в точке, расположенной в центре петли, имеющей форму полуокружности радиуса  $R = 20 \text{ см}$ , образованной бесконечно длинным прямым проводником с током  $I = 5 \text{ А}$ .

78. Определить объёмную плотность энергии магнитного поля на оси воздушного соленоида длиной  $40 \text{ см}$ . По обмотке соленоида, содержащей  $1000$  витков, течет ток  $I = 4 \text{ А}$ .

79. Определить объёмную плотность энергии магнитного поля в точке, расположенной в центре рамки, имеющей форму правильного шестиугольника со стороной  $30 \text{ см}$ . По рамке течет ток  $I = 6 \text{ А}$ .

80. Бесконечно длинный прямой провод с током  $I = 5 \text{ А}$  образует круговой виток радиусом  $R = 20 \text{ см}$ , касательный к проводу. Определить объёмную плотность энергии магнитного поля в центре витка.

81. Определить объёмную плотность энергии магнитного поля в точке, находящейся на биссектрисе угла  $\alpha = 60^\circ$ , образованного согнутым бесконечно длинным проводником с током  $I = 8 \text{ А}$ . Точка удалена от вершины угла на  $8 \text{ см}$ .



82. Определить объёмную плотность энергии магнитного поля в точке, расположенной на пересечении диагоналей ромба, образованного согнутым проводником с током  $I=4\text{ A}$ , если сторона ромба  $30\text{ см}$ , а один из внутренних углов  $\alpha = 60^\circ$ .

83. Определить объёмную плотность энергии магнитного поля на центральной оси воздушного тороида, содержащего 1000 витков и имеющего внутренний и внешний радиусы соответственно  $20\text{ см}$  и  $40\text{ см}$ , если по обмотке тороида течёт ток  $I = 4\text{ A}$ .

84. Определить объёмную плотность энергии магнитного поля в точке, удалённой соответственно на  $b_1=20\text{ см}$  и  $b_2=40\text{ см}$  от двух параллельных бесконечно длинных проводников, по которым текут в противоположных направлениях токи  $I_1=5\text{ A}$  и  $I_2=10\text{ A}$ , если расстояние между проводниками  $30\text{ см}$ .

85. Определить объёмную плотность энергии магнитного поля в точке, расположенной на пересечении диагоналей прямоугольника, образованного согнутым проводником с током  $I = 4\text{ A}$ , если стороны прямоугольника  $20\text{ см}$  и  $30\text{ см}$ .

86. Определить объёмную плотность энергии магнитного поля в точке, удалённой соответственно на  $b_1=30\text{ см}$  и  $b_2=50\text{ см}$  от двух параллельных бесконечно длинных проводников, по которым текут в одном направлении токи  $I_1=9\text{ A}$  и  $I_2=12\text{ A}$ , если расстояние между проводниками  $40\text{ см}$ .

87. Определить объёмную плотность энергии магнитного поля в точке, расположенной в центре рамки с током  $I = 10\text{ A}$ , имеющей форму правильного пятиугольника со стороной  $50\text{ см}$ .

88. Определить объёмную плотность энергии магнитного поля в точке, расположенной между двумя параллельными бесконечно длинными проводниками, по которым текут токи  $I_1=5\text{ A}$  и  $I_2=10\text{ A}$  в противоположных направлениях, если расстояние между проводниками  $50\text{ см}$ , а точка удалена от проводников на расстояния  $40\text{ см}$  и  $30\text{ см}$  соответственно.

89. Определить объёмную плотность энергии магнитного поля в точке, расположенной в центре рамки с током  $I=7\text{ A}$ , имеющей форму правильного треугольника со стороной  $40\text{ см}$ .

90. Определить объёмную плотность энергии магнитного поля в точке, равноудаленной от двух параллельных бесконечно длинных проводников, по которым текут в одном направлении токи  $I_1 = 6\text{ A}$  и  $I_2 = 12\text{ A}$ , если расстояние между проводниками равно  $50\text{ см}$ . Проводники и точка расположены в одной плоскости.

### *Движение заряженных частиц в магнитном поле*

91. Альфа-частица движется в однородном магнитном поле с индукцией  $0,3\text{ Тл}$  по окружности радиусом  $49\text{ см}$  в плоскости, перпендикулярной силовым линиям. Определить скорость и кинетическую энергию частицы, если ее масса  $m_\alpha = 6,65 \cdot 10^{-27}\text{ кг}$ .

92. Заряженная частица, двигаясь в однородном магнитном поле перпендикулярно линиям магнитной индукции, прошла слой свинца и за счет этого потеряла половину своей кинетической энергии. Считая частицу нерелятивистской, определить, как изменится радиус кривизны траектории частицы после прохождения этого слоя.

93. Определить период вращения электрона в магнитном поле с индукцией  $0,02\text{ Тл}$ , если электрон движется в плоскости, перпендикулярной силовым линиям поля.

94. Альфа-частица, двигаясь со скоростью  $V=3,5 \cdot 10^6\text{ м/с}$ , влетает в однородное магнитное поле с индукцией  $B=1,0\text{ Тл}$ , составляющей угол  $\alpha=30^\circ$  с направлением ее скорости. Определить радиус и шаг винтовой линии, по которой будет двигаться частица, если ее масса  $m_\alpha = 6,65 \cdot 10^{-27}\text{ кг}$ .

95. Электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов  $U_0 = 2\text{ кВ}$ , влетел в плоский конденсатор с расстоянием между пластинами  $d=2\text{ см}$  и разностью потенциалов  $U=60\text{ В}$ . Каким должно быть магнитное поле по величине и направлению, чтобы электрон продолжал двигаться прямолинейно, параллельно пластинам конденсатора?

96. Найти угловую скорость обращения электрона по окружности, которую он описывает в однородном магнитном поле, если магнитная индукция поля  $B = 2 \cdot 10^{-2} \text{ Тл}$ .

97. Винтовая линия, по которой движется электрон в однородном магнитном поле индукцией  $0,03 \text{ Тл}$ , имеет диаметр  $3 \text{ см}$  и шаг  $5 \text{ см}$ . Определить кинетическую энергию электрона.

98. Электрон влетает в пространство, где на него действуют два взаимно перпендикулярных магнитных поля с магнитными индукциями  $B_1 = 1,73 \cdot 10^{-6} \text{ Тл}$  и  $B_2 = 2,30 \cdot 10^{-6} \text{ Тл}$ . Начальная скорость электрона  $V$  равна  $5 \cdot 10^5 \text{ м/с}$  и перпендикулярна векторам  $B_1$  и  $B_2$ . Определить траекторию движения электрона и период.

99. Протон и электрон движутся в однородном магнитном поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Во сколько раз отличаются радиусы окружностей, которые описывают частицы, если у них одинаковые кинетические энергии?

Удельные заряды частиц:  $e/m_e = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$ ,  $e/m_p = 9,58 \cdot 10^7 \text{ Кл/кг}$ .

100. Протон и электрон движутся в однородном магнитном поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Во сколько раз отличаются их угловые скорости, если у частиц одинаковые линейные скорости? Удельные заряды частиц:  $e/m_e = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$ ,  $e/m_p = 9,58 \cdot 10^7 \text{ Кл/кг}$ .

101. Однородное магнитное поле, индукция которого  $B = 10,0 \text{ мТл}$ , направлено перпендикулярно однородному электрическому полю напряженностью  $E = 17 \text{ кВ/м}$ . Ион, пройдя ускоряющую разность потенциалов  $U = 15 \text{ кВ}$  и влетев в область, занятую полями со скоростью, направленной перпендикулярно обоим полям, движется равномерно и прямолинейно. Определить отношение  $q/m$  для этого иона.

102. Заряженная частица влетает в скрещенные под прямым углом электрическое и магнитное поля перпендикулярно к векторам  $E$  и  $H$ . При какой начальной скорости частица будет двигаться прямолинейно, если напряженности полей  $E = 40 \text{ В/см}$ ,  $H = 60 \text{ кА/м}$ ?

103. В скрещенные под прямым углом электрическое и магнитное поля перпендикулярно к векторам  $E$  и  $H$  влетает пучок мюонов со скоростью  $V=10^8$  м/с. Какой должна быть напряженность магнитного поля  $H$ , чтобы при  $E=1$  МВ/м, мюоны не отклонялись от первоначального направления?

104. Альфа-частица, ускоренная разностью потенциалов  $U=250$  кВ влетает в слой однородного магнитного поля с индукцией  $B=0,5$  Тл перпендикулярно поверхности слоя и силовым линиям магнитного поля. Определить толщину  $d$  слоя магнитного поля, пройдя который частица отклонилась бы от своего первоначального направления на угол  $90^\circ$ . Масса альфа-частицы  $6,65 \cdot 10^{-27}$  кг.

105. Электрон, прошедший ускоряющую разность потенциалов  $U=500$  В, движется вдоль длинного провода на расстоянии  $d=2$  мм от него. Какая сила будет действовать на электрон, если по проводу пустить ток  $I=200$  мА?