

На правах рукописи



Лэ Ань Куонг

Совершенствование геодезического обеспечения
наблюдения за деформациями гидротехнических сооружений
с применением рекуррентного способа уравнивания

Специальность 25.00.32 – Геодезия

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Москва – 2019

Работа выполнена на кафедре геодезии федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет геодезии и картографии» (МИИГАиК).

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор **Маркузе Юрий Исидорович**

Официальные оппоненты: **Брынь Михаил Ярославович**
доктор технических наук, профессор, ФГБОУ ВО «Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I», кафедра «Инженерная геодезия», заведующий кафедрой.

Симонян Владимир Викторович
кандидат технических наук, доцент, НИУ МГСУ «Национальный исследовательский московский государственный строительный университет», кафедра «Инженерных изысканий и геоэкологии», доцент.

Ведущая организация: ФГБОУ ВО «Сибирский государственный университет геосистем и технологий» (СГУГиТ).

Защита диссертации состоится «06» июня 2019 г. в 12 часов на заседании диссертационного совета Д 212.143.03 при Московском государственном университете геодезии и картографии (МИИГАиК) по адресу: 105064, Москва, Гороховский пер., д. 4, зал заседаний Учёного Совета.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Московского государственного университета геодезии и картографии и на сайте МИИГАиК:

<http://www.miiгаik.ru/science/councils/dissertation/>

Автореферат разослан « ____ » _____ 2019 г.

Учёный секретарь



Вшивкова Ольга Владимировна

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. К наблюдениям за деформациями гидротехнических сооружений предъявляются очень строгие технические требования. Наблюдения выполняются для оценки состояния и обнаружения любых аномалий, возникающих в процессе строительства и эксплуатации сооружений. Основываясь на результатах наблюдений за деформациями, конструкции гидротехнических сооружений сравниваются со стандартами, изложенными на этапе технического проектирования. Наблюдения за деформациями сооружений являются одним из важнейших источников информации для мониторинга и решения проблем и на этапе строительства и на этапе эксплуатации сооружений. Гидротехнические сооружения (ГТС) находятся в состоянии высокого риска катастрофы, поэтому безопасности строительных работ уделяется особое внимание.

Наблюдения за деформациями гидротехнических сооружений являются сложной и проблемной задачей, требующей высокой точности измерений, поэтому в этой области разработаны различные методы измерений и анализа их результатов. В настоящее время персональные компьютеры очень широко используются при обработке результатов геодезических измерений. При помощи компьютера и соответствующего программного обеспечения можно просто и быстро решать задачи с огромным объемом вычислений. Во Вьетнаме компьютерная технология и была первоначально применена для автоматизации процесса вычислений. Имеется несколько программ, но пока они не могут удовлетворять требованиям, предъявляемым к обработке результатов наблюдений за деформациями гидротехнических сооружений. Кроме того, разрабатывается теория оптимального проектирования геодезических сетей наблюдений за деформациями, но эта теория редко применяется на практике.

Поэтому исследования новых алгоритмов при оптимальном проектировании геодезических сетей и обработке результатов измерений для наблюдений за деформациями гидротехнических сооружений являются актуальными.

Степень разработанности темы исследована по опубликованным в открытой печати научным статьям в области теории математической обработки геодезических измерений (ТМОГИ) и прикладной геодезии применительно к задачам наблюдений за деформациями. При написании диссертационной работы автор опи-

рался на труды известных учёных в области ГМОГИ и прикладной геодезии, в частности: Маркузе Ю.И., Большакова В.Д., Карлсона А.А., Марфенко С.В., Левчука Г.П., Новака В.Е, Ключина Е.Б. Конусова В. Г., Герасименко М.Д., Тамутиса З.П., Саати Т, Зангвилла У.И., Зайцева А.К., Михелева Д.Ш, Ха Минь Хоа, Нгуен Вьет Ха, Динь Тхи Ле Ха, Tran Khanh, Nguyen Quang Phuc, Le Duc Tinh, и многих других.

Основной целью диссертационного исследования является совершенствование геодезического обеспечения наблюдений за деформациями гидротехнических сооружений с применением рекуррентного способа уравнивания.

Для достижения поставленной цели следовало решить следующие **задачи**:

- разработать методику оптимального проектирования плановой геодезической сети;
- разработать алгоритм уравнивания геодезической сети с контролем грубых ошибок измерений;
- выполнить уравнивание наблюдений с анализом деформаций при наблюдениях за горизонтальными смещениями ГТС на примере ГЭС Вьетнама.

Научная новизна работы:

- разработанная методика оптимального проектирования плановой геодезической сети позволяет определить схему сети, обеспечивающую оптимальное соотношение количества измеряемых величин и точности полученных результатов;
- разработанный алгоритм уравнивания геодезической сети позволяет объединить в один вычислительный процесс определение уравненных координат пунктов сети, обнаружение грубых ошибок измерений, а также выявление и анализ деформаций ГТС.

Теоретическая значимость диссертационной работы состоит в развитии рекуррентного способа уравнивания для целей оптимального проектирования геодезических сетей и анализа деформаций ГТС.

Практическая значимость работы. Результаты исследований могут быть применены для оптимального проектирования геодезических сетей, создаваемых для контроля деформаций ГТС, и последующего уравнивания результатов измере-

ний с одновременным выявлением и анализом деформаций.

Методология и методы исследования. В диссертационной работе использованы теория и математический аппарат рекуррентного способа уравнивания, экспериментальный и аналитический методы исследования в сочетании с компьютерными технологиями.

Основные положения и результаты, выносимые на защиту. Основанные на рекуррентном способе уравнивания

- методика оптимального проектирования плановой геодезической сети, обеспечивающая максимальную точность полученных результатов при минимальном количестве измеряемых сторон;

- алгоритм обработки результатов измерений, позволяющий в процессе уравнивания выявить возможные грубые ошибки исходных данных и результатов измерений и выбрать оптимальный вариант исключения ошибочных измерений;

- анализ деформаций ГТС по изменению координат наблюдаемых пунктов, обнаруженному в процессе последовательного объединения циклов повторных измерений.

Степень достоверности полученных результатов. Разработанные методика оптимального проектирования сети и алгоритм уравнивания сети основаны на известных теоретических положениях и доказанных преимуществах рекуррентного способа уравнивания. Результаты исследования успешно использованы для проектирования и уравнивания реальных и смоделированных геодезических сетей.

Апробация результатов работы. Основные результаты диссертационной работы были представлены, обсуждены и одобрены на следующих научных конференциях: 71-ой (05 апреля 2016 г.), 72-ой (12 апреля 2017 г.) и 73-ей (03 апреля 2018 г.) научно-технических конференциях студентов, аспирантов и молодых учёных МИИГАиК.

Публикации. По теме диссертации опубликованы 4 статьи в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных ВАК Минобрнауки РФ.

Объём и структура диссертационной работы. Диссертационная работа содержит 124 страницы машинописного текста, состоит из введения, четырех глав с подразделами, включающих в себя 64 таблицы и 22 рисунка, заключения, списка

литературы и приложения. Список литературы включает 79 наименований, в том числе 48 на русском и 31 – на иностранных языках.

Автор выражает благодарность своему научному руководителю, д.т.н., проф. Ю.И. Маркузе, а также всему коллективу кафедры геодезии МИИГАиК за оказанную помощь при работе над диссертацией.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цель и задачи работы, её научная новизна, теоретическая и практическая значимость.

Первая глава носит обзорно - аналитический характер. В ней приведены общие сведения о Вьетнаме, включающие гидрографию, подкрепленную картой страны, географию, климат, сведения о флоре и фауне, полезных ископаемых, населении, административно-территориальном делении. Поясняется важность гидроэлектростанций и энергии, получаемой с их помощью. Приводится список гидроэлектростанций Вьетнама. Также в главе говорится об условиях нормальной работы гидротехнических сооружений и о влиянии природных и техногенных факторов, приводящих к деформациям различного вида: осадке, набуханиям и усадке, оседаниям, подъему или выпучиванию, горизонтальному смещению или сдвигу.

Обычно принято отдельно определять основные составляющие общей деформации в каждой точке сооружения: осадку и горизонтальное смещение.

В этой же главе подробно говорится о различных методах наблюдений за деформациями, о периодичности наблюдений за деформациями гидротехнических сооружений и о точности измерения деформаций.

Вторая глава посвящена основам рекуррентного способа уравнивания. Известно, что этот способ позволяет включать в сеть новые измерения и исключать избыточные измерения, без переуравнивания сети сразу получать матрицу обратных весов неизвестных, кроме того, эффективно осуществлять контроль и поиск грубых ошибок измерений, не прибегая к коррелятивному способу уравнивания.

Пусть геодезическая сеть, содержащая $i-1$ измерений была уже уравнена и получены вектор неизвестных x_{i-1} , матрица обратных весов неизвестных Q_{i-1} и квадратичная форма ϕ_{i-1} . Если теперь к сети добавлена новая i -ая группа измерений в

общем случае коррелированных измерений с матричным уравнением поправок $V_i = A_i \Delta x_i + L_i$ с весовой матрицей P_i , то определяем новые результаты уравнивания по формулам:

$$Q_i = Q_{i-1} - Z_i^T N_i^{-1} Z_i, \quad (1)$$

$$x_i = x_{i-1} - Z_i^T N_i^{-1} L_i, \quad (2)$$

$$\phi_i = \phi_{i-1} + L_i^T N_i^{-1} L_i, \quad (3)$$

где матрицы: $Z_i^T = Q_{i-1} A_i^T$; $N_i = P_i^{-1} + A_i Q_{i-1} A_i^T = P_i^{-1} + A_i Z_i^T$, (4)

A_i – матрица коэффициентов параметрических уравнений поправок,

L_i – вектор свободных членов; $L_i = \varphi_i(x_{i-1}) - y_i$,

$\varphi_i(x_{i-1})$ – исходная вектор-функция связи, y_i – вектор i -ой группы измерений.

В частном случае, когда a_i – вектор коэффициентов i -го параметрического уравнения поправок, формулы (1, 2, 3) имеют вид:

$$Q_i = Q_{i-1} - \frac{1}{g_i} Z_i^T Z_i \quad (5)$$

$$x_i = x_{i-1} + \Delta x_i = x_{i-1} - \frac{1}{g_i} Z_i^T l_i \quad (6)$$

$$\phi_i = \phi_{i-1} + \frac{l_i^2}{g_i}, \quad (7)$$

где $Z_i^T = Q_{i-1} a_i^T$, $g_i = p_i^{-1} + a_i Q_{i-1} a_i^T = p_i^{-1} + a_i Z_i^T$. (8)

Если уравнивание начинается с $i = 1$, то возникает задача выбора исходной матрицы $Q_{i-1} = Q_0$ для всех еще неопределенных неизвестных, т. е. имеющих матрицу весов $P_0 = 0$ и, следовательно, матрицу $Q_0 = \infty \cdot E$, где E – единичная матрица. Однако практически можно принять матрицу $Q_0 = 10^m \cdot E$, где m – достаточно большое число, заменяющее при вычислениях ∞ .

Автор исследовал значение m для проектирования и обработки результатов измерений плановых геодезических сетей при наблюдениях за деформациями на гидроэлектростанциях. На практике во Вьетнаме средняя длина сторон сети ГЭС не превышает 1,5 км, поэтому исследовались следующие три случая:

- две линейные геодезические сети с разными величинами средней длины сторон (примерно 1000 м и 400 м);

- одна линейно-угловая геодезическая сеть.

В каждом случае вычисляли матрицу Q по рекуррентному способу уравнива-

ния с различными значениями m и по параметрическому способу уравнивания, потом сравнивали полученные диагональные матрицы. В элементах матрицы Q оставляли по 4 значащих цифры после запятой. При совпадении диагональных элементов матриц, полученных из рекуррентного способа уравнивания и из уравнивания традиционным параметрическим способом, вычисления прекращали и делали вывод о величине m .

На основании выполненного исследования было установлено, что при проектировании и обработке результатов измерений плановых геодезических сетей наблюдений за деформациями гидротехнических сооружений Вьетнама значение m может быть принято равным 8-9.

В **третьей главе** затронута тема оптимального проектирования геодезических сетей.

При наблюдениях за деформациями гидроэлектростанций наряду с требованиями к точности также необходимо сократить время измерений. Следовательно, необходимо выполнять измерения в сети в более короткий срок для обеспечения точной и своевременной подачи информации о деформациях сооружений. В полевых геодезических работах измерение углов занимает больше времени, чем измерение сторон. Кроме того, в настоящее время электронный тахеометр позволяет измерять стороны с высокой точностью. Поэтому именно линейная геодезическая сеть, используемая при наблюдениях за горизонтальными смещениями гидроэлектростанций, отвечает указанным выше требованиям, т.к. она позволяет значительно сократить время выполнения работ (уменьшает трудовые затраты), обеспечивая при этом требуемую точность определения деформаций.

В главе рассматривается вопрос об определении оптимальной схемы линейной геодезической сети при минимальном количестве измеряемых сторон, максимальной точности определения положения наблюдаемых пунктов и средней квадратической ошибке (СКО) их положения, не превышающей значение $m_{пред}$, задаваемое соответствующей инструкцией.

Целевыми функциями для решения данной задачи являются: минимальное количество измеренных сторон и наименьшая из максимальных ошибок положения наблюдаемых пунктов, а условием – ограничением – является наибольшее значение

ошибок положения наблюдаемых пунктов, не превышающее некоторое значение $m_{\text{пред}}$, заданное инструкцией. В дополнение к этому условию, в зависимости от каждого конкретного сооружения, может возникать, например, условие о количестве измеренных сторон до каждого пункта для жёсткости схемы сети.

Чтобы решить эту задачу с применением рекуррентного способа уравнивания реализуются следующие этапы.

1. Проектирование сети со всеми возможными измеряемыми сторонами.

2. Определение всех вариантов сочетаний C_j по j исключаемых измеряемых сторон из n возможных ($j=1, 2, \dots, r$); где r – число избыточных измерений; $r = n - t$; t – число неизвестных. Число сочетаний C_j из n по j :

$$C_n^j = \frac{n!}{j!(n-j)!}. \quad (9)$$

3. По формулам рекуррентного уравнивания для удаления избыточных измерений оценивается точность сети и проверяется условие об ошибках положения наблюдаемых пунктов ($m \leq m_{\text{пред}}$) после каждого исключения вариантов из множеств C_j . Это делается, начиная с $j = 1$ до r . Находится первый вариант из C_1 , который удовлетворяет условию. Далее выполняется проверка на соответствие условию вариантов из C_2, C_3, \dots, C_r . Если на каком-либо N_k не находится вариант, удовлетворяющий условию, то программа завершает вычисления и выводит результат. Тогда максимальное количество сторон, которое можно исключить, равно $(j - 1)$. Отсюда следует, что количество минимально необходимых измеряемых сторон вычисляется по формуле:

$$k = n - (j - 1). \quad (10)$$

Для удаления избыточных измерений необходимо выполнять вычисления по формулам (1) или (5), но с матрицей обратных весов или обратным весом со знаком минус.

Весы результатов измерений определяются по формуле:

$$p_i = \frac{\mu^2}{m_i^2}, \quad (11)$$

где μ – средняя квадратическая ошибка единицы веса;

m_i – средняя квадратическая ошибка i -го измерения.

СКО положения наблюдаемого пункта вычисляются по формулам:

$$m_x = \mu\sqrt{Q_{xx}}, m_y = \mu\sqrt{Q_{yy}}, m_p = \mu\sqrt{Q_{xx} + Q_{yy}}. \quad (12)$$

4. Оценивается точность сети всех вариантов z исключаемых измеряемых сторон из n возможных измеряемых сторон ($z = n - k$) и находится максимальная ошибка положения наблюдаемых пунктов после каждой оценки вариантов из множеств C_z (число сочетаний C_z из n по z вычисляется по формуле (9)).

5. Из найденных максимальных ошибок находится минимальная. Благодаря этому получается оптимальная схема измерений с максимальной точностью.

Блок-схема программы приведена на рис. 1.

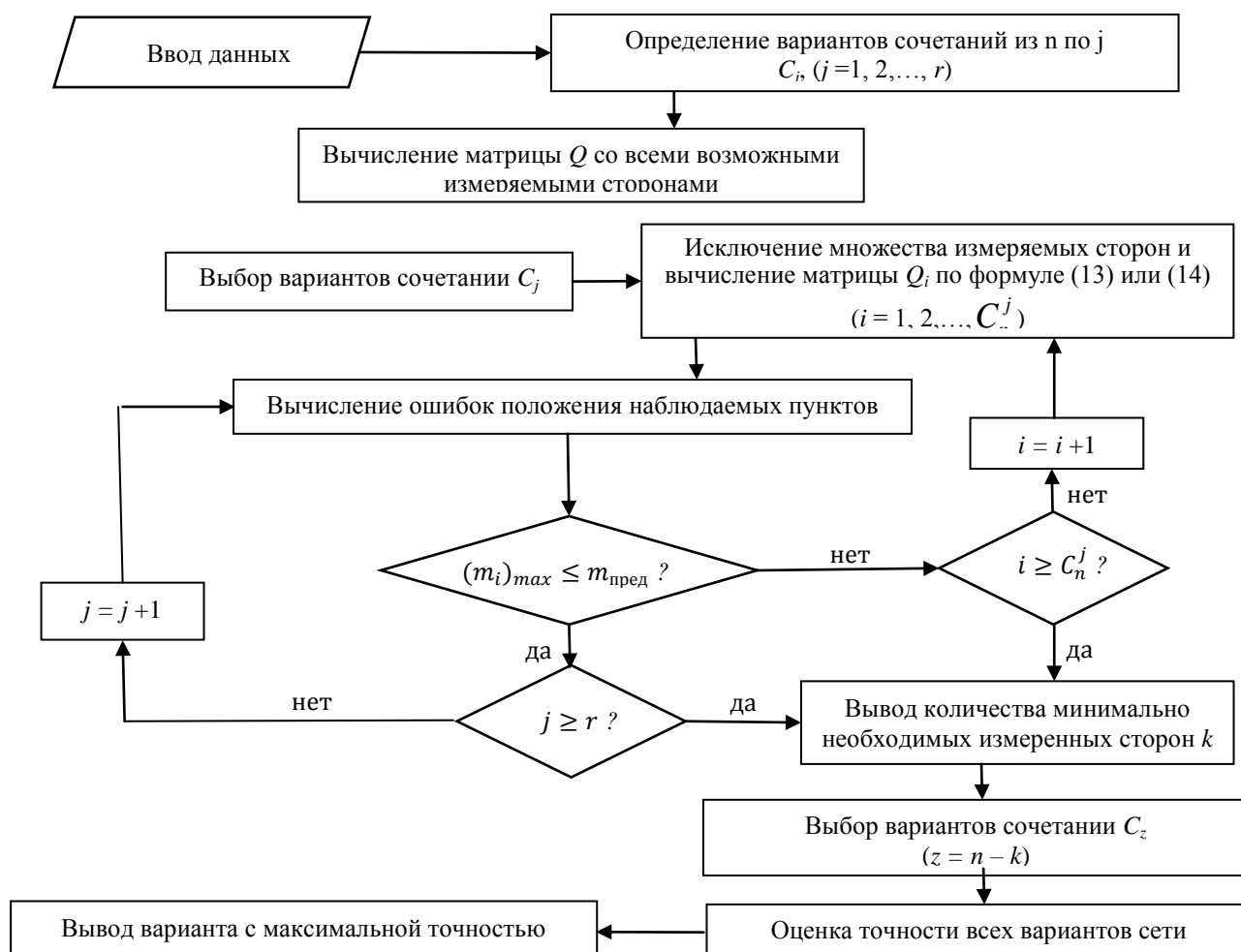


Рисунок 1. Блок-схема программы решения задачи оптимального проектирования линейной геодезической сети

Пример вычисления. Имеется геодезическая сеть для наблюдений за горизонтальными смещениями гидроэлектростанции Шешан 3, которая вначале проектировалась со всеми возможными измеренными сторонами (рис. 2).

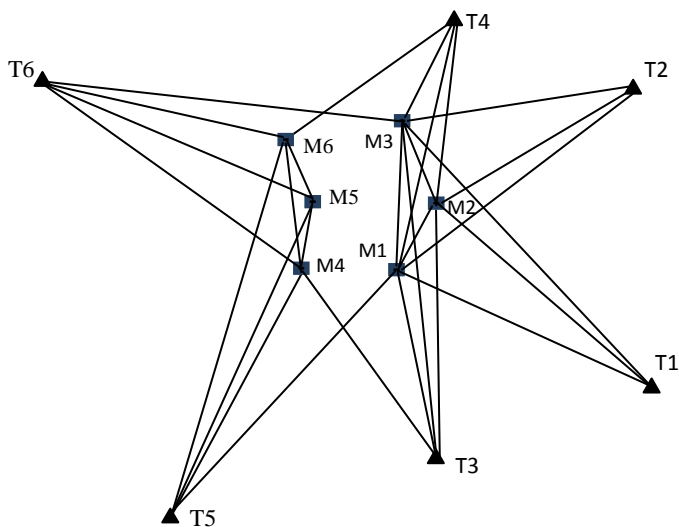


Рисунок 2. Схема геодезической сети со всеми возможными измеренными сторонами для наблюдений за горизонтальными смещениями ГЭС Шешан 3

В сети (см. рис. 2) шесть исходных пунктов: T1, T2, T3, T4, T5, T6 и шесть наблюдаемых пунктов: M1, M2, M3, M4, M5, M6. Координаты исходных пунктов и проектных определяемых пунктов геодезической сети приведены в табл. 1. Количество возможных измеренных сторон – 28 (табл. 2), измерения производятся тахеометром «Trimble 5601 DR» с точностью измерения $m_s = 2 \text{ мм} + 2 \text{ ppm}$.

Таблица 1. Координаты пунктов геодезической сети Шешан 3-ГЭС

№	Исходные пункты	Координаты		№	Определяемые пункты	Проектные координаты	
		X, м	Y, м			X, м	Y, м
1	T1	1572069,4747	470029,5600	1	M1	1572314,0976	469900,9849
2	T2	1572458,8928	469930,1014	2	M2	1572329,5269	469896,8334
3	T3	1572061,8238	469977,8541	3	M3	1572344,9741	469892,5607
4	T4	1572445,0920	469874,0561	4	M4	1572297,5538	469860,5327
5	T5	1571969,5095	469612,5258	5	M5	1572317,1353	469855,4615
6	T6	1572327,0111	469451,4723	6	M6	1572342,5259	469848,6101

Предельная ошибка положения наблюдаемых пунктов принимается равной 4,5 мм (это значение указано в техническом плане строительства Шешан 3-ГЭС).

Таблица 2. Измеренные стороны геодезической сети ГЭС Шешан 3

№	Сторона	№	Сторона	№	Сторона	№	Сторона
1	T1-M1	8	T3-M2	15	T5-M1	22	T6-M6
2	T1-M2	9	T3-M3	16	T5-M4	23	M1-M2
3	T1-M3	10	T3-M4	17	T5-M5	24	M1-M3
4	T2-M1	11	T4-M1	18	T5-M6	25	M2-M3
5	T2-M2	12	T4-M2	19	T6-M3	26	M4-M5
6	T2-M3	13	T4-M3	20	T6-M4	27	M4-M6
7	T3-M1	14	T4-M6	21	T6-M5	28	M5-M6

Для проектирования этой геодезической сети добавляют условие: количество измеренных сторон до каждого пункта должно быть не менее 3, поскольку необходимо иметь избыточное измерение при определении координат наблюдаемого пункта.

После выполнения описанных выше этапов с применением программного обеспечения, находим:

- Количество минимально необходимых измеряемых сторон геодезической сети наблюдения за горизонтальными смещениями Шешан 3-ГЭС равно 19.

- Шесть вариантов измерения 19-ти сторон достигают наивысшей точности.

Стороны, которые исключены в этих вариантах, следующие:

- 1) Т3-М1, Т4-М1, Т5-М4, Т6-М3, М1-М2, М1-М3, М2-М3, М4-М6, М5-М6.
- 2) Т3-М1, Т4-М1, Т5-М6, Т6-М3, М1-М2, М1-М3, М2-М3, М4-М5, М4-М6.
- 3) Т3-М1, Т4-М3, Т5-М4, Т6-М3, М1-М2, М1-М3, М2-М3, М4-М6, М5-М6.
- 4) Т3-М1, Т4-М3, Т5-М6, Т6-М3, М1-М2, М1-М3, М2-М3, М4-М5, М4-М6.
- 5) Т3-М3, Т4-М1, Т5-М4, Т6-М3, М1-М2, М1-М3, М2-М3, М4-М6, М5-М6.
- 6) Т3-М3, Т4-М1, Т5-М6, Т6-М3, М1-М2, М1-М3, М2-М3, М4-М5, М4-М6.

Исходя из СКО положения определяемых пунктов в каждом варианте и учитывая особенности полевых условий производства измерений, можно предложить следующую оптимальную схему измерений при максимальной точности определения положения наблюдаемых пунктов и 19-ти измеряемых сторонах (рис. 3).

Ошибки положения наблюдаемых пунктов приведены в табл. 3.

(Исключены стороны: Т3- М3, Т4-М1, Т5-М6, Т6-М3, М1-М2, М1-М3, М2-М3, М4-М5, М4-М6).

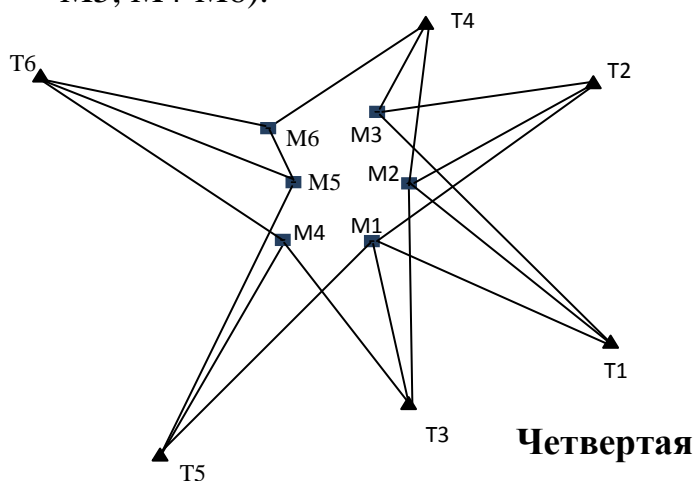


Рисунок 3. Оптимальная схема геодезической сети наблюдения за горизонтальными смещениями ГЭС Шешан 3

Таблица 3. СКО определения положения наблюдаемых пунктов

№	Пункты	Средняя квадратическая ошибка, мм		
		m_x	m_y	m_p
1	М1	1,2	2,5	2,8
2	М2	1,3	3,9	4,1
3	М3	1,3	3,7	4,0
4	М4	1,8	1,7	2,5
5	М5	2,1	1,9	2,8
6	М6	1,9	2,1	2,8

глава посвящена контролю грубых ошибок измерений и уравниванию совмещенных циклов с анализом деформаций наблюдаемых пунктов при наблюдении за горизонтальными смещениями.

В отличие от традиционного параметрического способа рекуррентное уравнивание позволяет осуществлять контроль грубых ошибок в результатах измерений и исходных данных по свободным членам уравнений поправок избыточных измерений. Допустимое значение любого j -го составляющего вектора L_i можно вычислить по формуле:

$$(L_i)_{j,\text{доп}} = \pm t\sigma_0\sqrt{(N_i)_{jj}}, \quad (13)$$

где $(N_i)_{jj}$ – диагональный элемент матрицы N_i ; σ_0 – среднее квадратическое отклонение единицы веса. Коэффициент $t = 2,5$ или 3 , если измерения подчиняются нормальному закону распределения и дисперсии измерений известны априорно или известны веса разнородных измерений. В противном случае величину σ_0 следует заменить ее оценкой μ , а вместо величины t при этом следует использовать коэффициент Стьюдента t_β .

Если i -я группа содержит лишь одно измерение, то

$$l_{i,\text{доп}} = \pm t\sigma_0\sqrt{g_i}, \quad (14)$$

где величина g_i определяется по формуле: $g_i = p_i^{-1} + a_i Q_{i-1} a_i^T = p_i^{-1} + a_i Z_i^T$

Для контроля грубых ошибок измерений при рекуррентном уравнивании согласно результатам исследования профессора Маркузе Ю.И. вычисление матрицы Q выполняется только для необходимых измерений, а для избыточных измерений достаточно вычислять лишь свободные члены и их допустимые значения.

Если свободные члены l_i признаются недопустимыми, то это не означает, что грубую ошибку содержит i -ое измерение. Им может оказаться любое измерение, входящее в условие, образованное этим избыточным измерением. Поэтому после учёта всех измерений необходимо выполнить поиск ошибочных измерений.

Алгоритм поиска основан на формулах перехода от параметрического способа к коррелятному, когда составляется блочная матрица коэффициентов условных уравнений

$$B = (A_2 A_1^{-1} - E) = (B_1 - E), \quad (15)$$

где A_1 – квадратная матрица коэффициентов уравнений поправок всех необходимых

измерений; A_2 – матрица коэффициентов уравнений поправок избыточных измерений, указывающих на присутствие грубых ошибок.

Для вычисления матрицы A_1^{-1} целесообразно воспользоваться тождеством $A_1^{-1} = Q_1 A_1^T P_1$, где матрица Q_1 получается в процессе учёта всех необходимых измерений по рекуррентным формулам.

Зная номер строки, соответствующий ошибочному избыточному измерению и номера ненулевых элементов в матрице B_1 ($B_1 = A_2 A_1^{-1}$) в этой строке, и выявив номера измерений, входящих в условное уравнение с недопустимым свободным членом соответствующего уравнения поправок, необходимо определить, какие измерения входят в безошибочные условия.

Допустим, что после вычисления свободных членов избыточных измерений и их допустимых значений, находим недопустимые свободные члены. Обозначаем число таких членов буквой d . Это значит, что имеется d возможных избыточных ошибочных измерений.

u – число необходимых ошибочных измерений, которые входят в условное уравнение с d недопустимым свободным членом соответствующего уравнения поправок. Тогда, число всех возможных ошибочных измерений вычисляется по формуле:

$$z = d + u.$$

Отметим, что только одно необходимое ошибочное измерение может приводить к многим избыточным ошибочным измерениям.

Идея автора заключается в том, что не надо исключать из уравнивания все d возможных избыточных ошибочных измерений, а только несколько измерений из набора ошибочных измерений (количество исключаемых измерений меньше, чем d).

Тогда надо определить все варианты сочетаний C_k по k ($k = 1, 2, \dots, d$) исключаемых измерений из z . Число сочетаний вычисляется по формуле: $C_z^k = \frac{z!}{k!(z-k)!}$.

Принимаются варианты, в которых все свободные члены избыточных измерений признаются допустимыми (значит, что никакие измерения не содержат грубые ошибки). Из найденных вариантов выбирается оптимальный вариант, который имеет наименьшее количество исключаемых измерений.

Пример вычисления. Имеется геодезическая сеть, построенная для наблюдения за деформациями плотины ГЭС Шешан 4 во Вьетнаме, схема которой приведена на рис. 4.

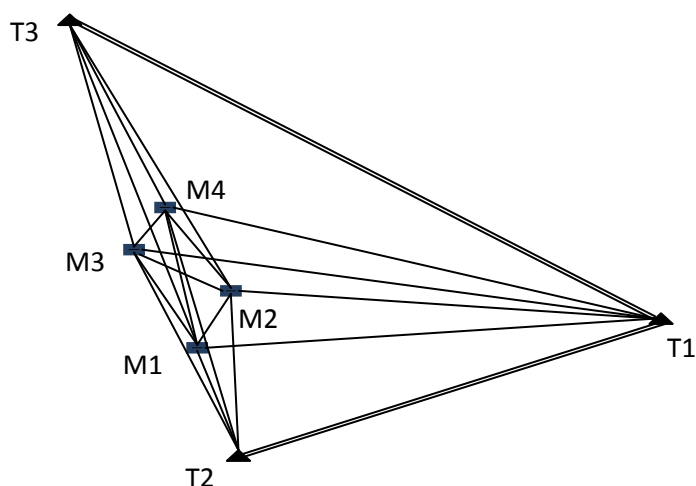


Рисунок 4. Геодезическая сеть наблюдения за деформациями плотины ГЭС Шешан 4

В сети три исходных пункта: T1, T2, T3 и четыре наблюдаемых пункта: M1, M2, M3, M4. Координаты исходных пунктов (табл. 4) считаются безошибочными. В сети измерено 18 сторон (табл. 5). Измерения производятся тахеометром «ТС-2003» с точностью измерения $m_s = 1 \text{ мм} + 1 \text{ ppm}$.

Таблица 4. Координаты исходных пунктов

№	Пункты	Координаты пунктов	
		X, м	Y, м
1	T1	1544714,9445	445730,3224
2	T2	1544524,1073	445521,2876
3	T3	1546214,1057	445385,4396

Таблица 5. Измеренные стороны

№	Стороны	Название	Длина, м	№	Стороны	Название	Длина, м	№	Стороны	Название	Длина, м
1	T1 – M1	S ₁	295,7215	7	T2 – M3	S ₇	445,8442	13	M1-M2	S ₁₃	38,9314
2	T1 – M2	S ₂	333,5367	8	T2 - M4	S ₈	497,8274	14	M1-M3	S ₁₄	78,0320
3	T1 – M3	S ₃	371,5800	9	T3 – M1	S ₉	1317,5355	15	M1-M4	S ₁₅	135,5618
4	T1 – M4	S ₄	427,9634	10	T3 – M2	S ₁₀	1284,3958	16	M2-M3	S ₁₆	39,1075
5	T2 – M1	S ₅	378,0933	11	T3 – M3	S ₁₁	1250,9937	17	M2-M4	S ₁₇	96,6360
6	T2 – M2	S ₆	411,2273	12	T3 - M4	S ₁₂	1202,6892	18	M3-M4	S ₁₈	57,5293

Необходимые измерения: стороны: S₁ ÷ S₈.

Избыточные измерения: стороны: S₉ ÷ S₁₈.

Веса результатов измерений вычислены по формуле (11).

Приняв $\mu = 1$ и $t = 2,5$, после применения программного обеспечения, находим свободные члены избыточных измерений и их допустимые значения (табл. 6).

Таблица 6. Величины l_i и $l_{i,доп}$ избыточных измерений

№	Стороны	l_i , мм	$l_{i,доп}$, мм	Результат	№	Стороны	l_i , мм	$l_{i,доп}$, мм	Результат
1	S_9	-8,1	±4,9	Недопустимый	6	S_{14}	-2,4	±3,9	Допустимый
2	S_{10}	0,3	±4,9	Допустимый	7	S_{15}	-3,4	±3,9	Допустимый
3	S_{11}	0,6	±5,0	Допустимый	8	S_{16}	-0,7	±3,9	Допустимый
4	S_{12}	0,0	±5,3	Допустимый	9	S_{17}	-0,6	±3,9	Допустимый
5	S_{13}	4,1	±3,9	Недопустимый	10	S_{18}	0,2	±3,9	Допустимый

Из результатов видно, что свободные члены избыточных измерений S_9 (Т3-М1) и S_{13} (М1-М2) признаются недопустимыми. Поэтому необходимо выполнить поиск ошибочных измерений.

Для этого составляем матрицы A_1 , A_2 и вычисляем матрицу B_1 :

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0,631 & -0,775 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,653 & -0,756 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,673 & 0,739 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,694 & -0,719 \\ 0,998 & -0,053 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,994 & -0,105 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,989 & -0,147 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,980 & -0,199 \end{pmatrix};$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} -0,996 & 0,088 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,806 & 0,591 & 0,806 & -0,591 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$B_1^{2 \times 8} = \begin{pmatrix} -0,046 & 0 & 0 & 0 & -0,968 & 0 & 0 & 0 \\ -0,739 & 0,736 & 0 & 0 & -0,341 & 0,327 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Номер строки матрицы B_1 соответствует ошибочным избыточным измерениям, а номер столбца – необходимым измерениям.

Из ненулевых элементов в первой строке матрицы B_1 ошибочными необходимыми измерениями являются: S_1 (Т1 – М1), S_5 (Т2 – М1); и во второй строке: S_1 (Т1 – М1), S_2 (Т1-М2), S_5 (Т2 – М1), S_6 (Т2 – М2). В этом примере определяются четыре ошибочных необходимых измерений: S_1 , S_2 , S_5 , S_6 . Отсюда ошибочными измерениями являются: S_1 , S_2 , S_5 , S_6 , S_9 и S_{13} ; а безошибочными – S_3 , S_4 , S_7 , S_8 , S_{10} , S_{11} , S_{14} , S_{15} , S_{16} , S_{17} , S_{18} .

После выполнения контроля грубых ошибок каждого варианта исключения измерений, принимаются все допустимые варианты. Из них выбирается вариант с наименьшим количеством исключаемых измерений, следовательно, в данном случае необходимо исключить сторону S_5 (Т2 – М1). Свободные члены избыточных измере-

ний и их допустимые значения приведены в табл. 7. Из приведенных результатов следует, что избыточные измерения не содержат грубых ошибок.

Таблица 7. Величины l_i и $l_{i,доп}$ избыточных измерений после исключения стороны S5 (T2 – M1)

№	Стороны	l_i , мм	$l_{i,доп}$, мм	Результат	№	Стороны	l_i , мм	$l_{i,доп}$, мм	Результат
1	T3 – M2	0,3	±4,9	Допустимый	6	M1-M4	-0,5	±4,1	Допустимый
2	T3 – M3	0,6	±5,0	Допустимый	7	M2-M3	-0,7	±3,9	Допустимый
3	T3 – M4	0,0	±5,3	Допустимый	8	M2-M4	-0,6	±3,9	Допустимый
4	M1 – M2	-1,3	±4,1	Допустимый	9	M3-M4	-0,2	±3,9	Допустимый
5	M1 – M3	0,5	±4,1	Допустимый	-	-	-	-	-

В этой главе автором выполнено также совмещение уравнивания циклов с анализом деформаций при наблюдении за горизонтальными смещениями ГЭС Вьетнама для того, чтобы повысить точность определения деформаций.

С этой целью необходимо выполнить объединение текущего цикла наблюдений s со всеми предыдущими циклами. Тогда обратная матрица весов неизвестных

будет описываться в виде:
$$\bar{Q}_s = \begin{pmatrix} \bar{Q}_{s-1} & 0 \\ 0 & Q_s \end{pmatrix}, \quad (16)$$

в которой блок \bar{Q}_{s-1} относится к неизвестным уже объединенных циклов $1, \dots, s-1$, а блок Q_s получается при уравнивании отдельных измерений в цикле s с контролем грубых ошибок. Учитывая по рекуррентной формуле все условные уравнения вида

$$\left. \begin{aligned} \delta \bar{x}_{(s-1)_i} - \delta x_{s_i} + w_{x_i} &= 0 \\ \delta \bar{y}_{(s-1)_i} - \delta y_{s_i} + w_{y_i} &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (17)$$

или уравнения поправок:

$$\left. \begin{aligned} v_{x_i} &= \delta \bar{x}_{(s-1)_i} - \delta x_{s_i} + l_{x_i} \\ v_{y_i} &= \delta \bar{y}_{(s-1)_i} - \delta y_{s_i} + l_{y_i} \end{aligned} \right\}, \quad (18)$$

составляемые по каждой из осей координат для одноимённых стабильных пунктов (как избыточные уравнения поправок с $1/p = 0$ и $l_{x_i} = w_{x_i} = \bar{x}_{(s-1)_i} - x_{s_i}$;

$l_{y_i} = w_{y_i} = \bar{y}_{(s-1)_i} - y_{s_i}$), в результате получим искомую матрицу \bar{Q}_s и вектор неизвестных объединенных циклов \bar{x}_s . Если обнаруживается, что невязка w недопустима $\Delta x_i > \Delta x_{доп}$, $\Delta y_i > \Delta y_{доп}$, то она признаётся деформацией, и соответствующее условное

уравнение не учитывается. Если $\Delta x_i \leq \Delta x_{\text{доп}}$, $\Delta y_i \leq \Delta y_{\text{доп}}$, то пункт является стабильным.

Разность координат x , y пунктов и допустимое значение этой разности можно вычислить по формулам: $\Delta x_i = x_{s_i} - \bar{x}_{(s-1)_i}$; $\Delta y_i = y_{s_i} - \bar{y}_{(s-1)_i}$; (19)

$$\Delta x_{\text{доп}} = \pm t \sqrt{m_{x_{s_i}}^2 + m_{\bar{x}_{(s-1)_i}}^2}; \quad \Delta y_{\text{доп}} = \pm t \sqrt{m_{y_{s_i}}^2 + m_{\bar{y}_{(s-1)_i}}^2}, \quad (20)$$

где $\bar{x}_{(s-1)_i}$, $\bar{y}_{(s-1)_i}$ – координаты i -го пункта объединенных циклов $1, \dots, s-1$;

x_{s_i} , y_{s_i} – координаты i -го пункта в s цикле;

$m_{\bar{x}_{(s-1)_i}}^2$, $m_{\bar{y}_{(s-1)_i}}^2$ – СКО i -го пункта объединенных циклов $1, \dots, s-1$;

$m_{x_{s_i}}^2$, $m_{y_{s_i}}^2$ – СКО i -го пункта в s цикле; коэффициент $t = 2,5$.

Следует отметить, что при рекуррентном уравнивании, особенно при объединении циклов, повышается точность координат даже тех пунктов, которые признаются подвижными, благодаря учёту в этой процедуре их корреляции с координатами неподвижных пунктов. Формулы рекуррентного уравнивания имеют вид (1-8).

Поправки к неизвестным при рекуррентном уравнивании вычисляются по формуле:

$$\Delta = -N^{-1}Z^TW, \quad (21)$$

а вектор неизвестных объединенных циклов: $\overline{\delta x_s} = \delta x_s + \Delta$. (22)

Пример вычисления. Имеется геодезическая сеть, построенная для наблюдения

за горизонтальными смещениями ГЭС ПлейКронг. Схема сети приведена на рис. 5.

В сети три исходных пункта: Т3, Т4, Т5 (табл. 8) и четыре наблюдаемые пункта: М1, М2, М3, М4. Координаты исходных пунктов не изменяются в циклах.

Таблица 8. Координаты исходных пунктов

№	Пункты	Координаты пунктов, м	
		X	Y
1	Т3	1 593 580,0832	484 865,9726
2	Т4	1 593 342,6603	485 442,0103
3	Т5	1 593 161,5039	485 019,2088

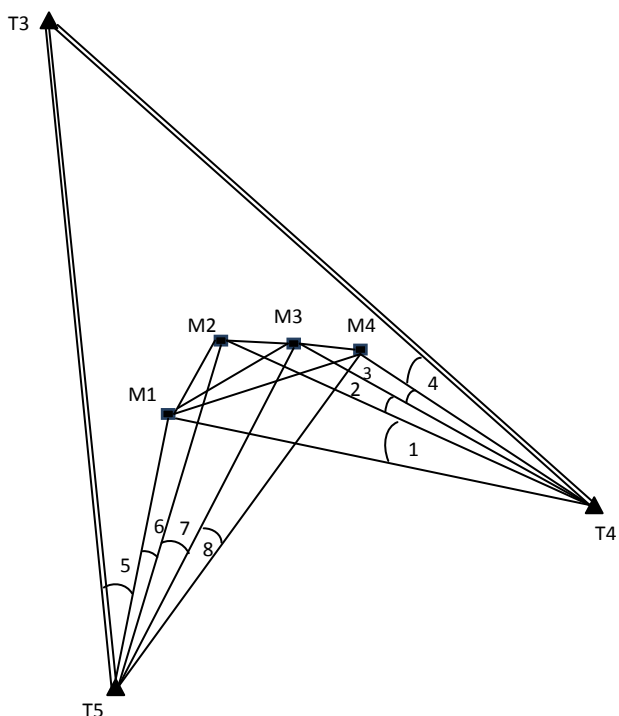


Рисунок 5. Геодезическая сеть наблюдения за горизонтальными смещениями ГЭС ПлейКронг

Обработаны результаты пяти циклов. По каждому циклу измерялись 13 сторон (табл. 9) и 8 углов (табл. 10). Измерения производились тахеометром «ТС-2003» с точностями измерения $m_B = 1''$ и $m_S = 1 \text{ мм} + 1 \text{ ppm}$ соответственно.

Таблица 9. Измеренные стороны

№	Стороны	Длина, м				
		1-ий цикл	2-ий цикл	3-ий цикл	4-ий цикл	5-ий цикл
1	T4 – M1	402,5351	402,5366	402,5369	402,5356	402,5377
2	T4 – M2	387,9662	387,9689	387,9723	387,9705	387,9700
3	T4 – M3	367,9312	367,9312	367,9306	367,9320	367,9318
4	T4 – M4	352,9878	352,9867	352,9851	352,9840	352,9839
5	T5 – M1	313,6429	313,6447	313,6416	313,6439	313,6421
6	T5 – M2	317,4556	317,4557	317,4573	317,4564	317,4567
7	T5 – M3	323,9833	323,9836	323,9825	323,9848	323,9835
8	T5 – M4	329,8097	329,8092	329,8089	329,8079	329,8059
9	M1–M2	15,9503	15,9510	15,9509	15,9507	15,9517
10	M1–M3	38,1004	38,1028	38,1000	38,1011	38,1003
11	M1–M4	54,8046	54,8060	54,8076	54,8062	54,8073
12	M2–M4	38,8529	38,8552	38,8557	38,8555	38,8569
13	M3–M4	16,7024	16,7057	16,7050	16,7051	16,7050

Таблица 10. Измеренные углы

№	Углы			Значения ° ' "				
				1-ий цикл	2-ий цикл	3-ий цикл	4-ий цикл	5-ий цикл
1	M1	T4	M2	00 56 29,7	00 56 30,7	00 56 32,7	00 56 31,8	00 56 30,7
2	M2	T4	M3	01 25 51,7	01 25 51,8	01 25 51,4	01 25 52,2	01 25 54,5
3	M3	T4	M4	01 11 15,6	01 11 12,3	01 11 11,0	01 11 11,1	01 11 10,9
4	M4	T4	T3	00 02 34,1	00 02 38,0	00 02 37,6	00 02 36,9	00 02 36,5
5	T3	T5	M1	27 45 11,9	27 45 09,7	27 45 10,6	27 45 10,5	27 45 12,4
6	M1	T5	M2	02 48 45,8	02 48 44,1	02 48 46,3	02 48 44,9	02 48 45,0
7	M2	T5	M3	03 46 55,2	03 46 57,4	03 46 55,2	03 46 56,9	03 46 56,8
8	M3	T5	M4	02 44 41,0	02 44 39,9	02 44 41,1	02 44 41,8	02 44 40,8

Контроль грубых ошибок измерений выполнялся перед уравниванием каждого цикла, грубые ошибки не обнаружены.

Получены результаты анализа деформаций и координаты наблюдаемых пунктов до и после объединения циклов:

а) В первом цикле

Таблица 11. Координаты наблюдаемых пунктов в первом цикле

№	Пункты	Координаты пунктов, м		СКО, мм		
		X	Y	m_x	m_y	m_p
1	M1	1 593 472,3584	485 060,9419	1,0	0,6	1,2
2	M2	1 593 473,6848	485 076,8378	0,9	0,7	1,1
3	M3	1 593 475,5302	485 098,9095	0,9	0,7	1,1
4	M4	1 593 476,9276	485 115,5553	0,9	0,7	1,1

б) Во втором цикле

Таблица 12. Координаты наблюдаемых пунктов во втором цикле

№	Пункты	Координаты пунктов, м		СКО, мм		
		X	Y	m_x	m_y	m_p
1	M1	1 593 472,3596	485 060,9399	1,0	0,6	1,2
2	M2	1 593 473,6862	485 076,8354	0,9	0,7	1,1
3	M3	1 593 475,5308	485 098,9094	0,9	0,7	1,1
4	M4	1 593 476,9249	485 115,5558	0,9	0,7	1,1

На основании значений координат, вычисленных из двух циклов, получим величины деформаций (табл. 13).

Таблица 13. Результаты анализа деформаций во втором цикле

№	Пункты	Δx , мм	$\Delta x_{\text{доп}}$, мм	Анализ	Δy , мм	$\Delta y_{\text{доп}}$, мм	Анализ
1	M1	1,2	$\pm 3,7$	Стабильность	-2,0	$\pm 2,5$	Стабильность
2	M2	1,4	$\pm 3,4$	Стабильность	-2,4	$\pm 2,7$	Стабильность
3	M3	0,6	$\pm 3,3$	Стабильность	-0,2	$\pm 2,7$	Стабильность
4	M4	-2,7	$\pm 3,2$	Стабильность	-0,5	$\pm 2,6$	Стабильность

Анализ деформаций показывает, что стабильными являются все пункты.

Обратная матрица для двух циклов составляется по формуле (16), поэтому для объединения циклов можно записать условные уравнения (17). Затем по формулам рекуррентного уравнивания (1-4) или (5-8) и формулам (21,22) получим координаты наблюдаемых пунктов объединённых циклов (табл. 14).

Таблица 14. Координаты наблюдаемых пунктов объединенных циклов

№	Пункты	Координаты пунктов, м		СКО, мм		
		X	Y	m_x	m_y	m_p
1	M1	1 593 472,3590	485 060,9409	0,7	0,5	0,9
2	M2	1 593 473,6855	485 076,8366	0,6	0,5	0,8
3	M3	1 593 475,5305	485 098,9094	0,6	0,5	0,8
4	M4	1 593 476,9263	485 115,5555	0,6	0,5	0,8

в) В третьем цикле

Таблица 15. Координаты наблюдаемых пунктов в третьем цикле

№	Пункты	Координаты пунктов, м		СКО, мм		
		X	Y	m_x	m_y	m_p
1	M1	1 593 472,3571	485 060,9396	1,0	0,6	1,2
2	M2	1 593 473,6877	485 076,8351	0,9	0,7	1,1
3	M3	1 593 475,5306	485 098,9083	0,9	0,7	1,1
4	M4	1 593 476,9241	485 115,5561	0,9	0,7	1,1

На основании координат, вычисленных из третьего цикла и объединенных циклов 1, 2, получим величины деформаций (табл. 16).

Таблица 16. Результаты анализа деформаций в третьем цикле

№	Пункты	Δx , мм	$\Delta x_{\text{доп}}$, мм	Анализ	Δy , мм	$\Delta y_{\text{доп}}$, мм	Анализ
1	M1	-1,9	$\pm 3,2$	Стабильность	-1,3	$\pm 2,1$	Стабильность
2	M2	2,2	$\pm 2,9$	Стабильность	-1,5	$\pm 2,3$	Стабильность
3	M3	0,1	$\pm 2,9$	Стабильность	-1,2	$\pm 2,3$	Стабильность
4	M4	-2,2	$\pm 2,8$	Стабильность	0,5	$\pm 2,3$	Стабильность

Анализ деформаций показывает, что стабильными являются все пункты.

После уравнивания объединения циклов получим координаты наблюдаемых пунктов объединённых циклов (табл. 17).

Таблица 17. Координаты наблюдаемых пунктов объединенных циклов

№	Пункты	Координаты пунктов, м		СКО, мм		
		X	Y	m_x	m_y	m_p
1	M1	1 593 472,3584	485 060,9405	0,6	0,4	0,7
2	M2	1 593 473,6862	485 076,8361	0,5	0,4	0,6
3	M3	1 593 475,5305	485 098,9090	0,5	0,4	0,6
4	M4	1 593 476,9256	485 115,5557	0,5	0,4	0,6

з) В 4-м цикле

Таблица 18. Координаты наблюдаемых пунктов в 4-м цикле

№	Пункты	Координаты пунктов, м		СКО, мм		
		X	Y	m_x	m_y	m_p
1	M1	1 593 472,3587	485 060,9407	1,0	0,6	1,2
2	M2	1 593 473,6873	485 076,8357	0,9	0,7	1,1
3	M3	1 593 475,5324	485 098,9092	0,9	0,7	1,1
4	M4	1 593 476,9236	485 115,5568	0,9	0,7	1,1

На основании координат, вычисленных из 4-го цикла и объединенных циклов 1, 2, 3 получим величины деформаций (табл. 19).

Таблица 19. Результаты анализа деформаций в 4-м цикле

№	Пункты	Δx , мм	$\Delta x_{\text{доп}}$, мм	Анализ	Δy , мм	$\Delta y_{\text{доп}}$, мм	Анализ
1	M1	0,3	$\pm 2,5$	Стабильность	0,2	$\pm 1,7$	Стабильность
2	M2	1,1	$\pm 2,3$	Стабильность	-0,4	$\pm 1,8$	Стабильность
3	M3	1,9	$\pm 2,2$	Стабильность	0,2	$\pm 1,8$	Стабильность
4	M4	-2,0	$\pm 2,2$	Стабильность	1,1	$\pm 1,7$	Стабильность

Анализ деформаций показывает, что стабильными являются все пункты.

После уравнивания объединения циклов получим координаты наблюдаемых пунктов объединённых циклов (табл. 20).

Таблица 20. Координаты наблюдаемых пунктов объединенных циклов

№	Пункты	Координаты пунктов, м		СКО, мм		
		X	Y	m_x	m_y	m_p
1	M1	1 593 472,3585	485 060,9406	0,4	0,3	0,5
2	M2	1 593 473,6865	485 076,8360	0,4	0,3	0,5
3	M3	1 593 475,5310	485 098,9091	0,4	0,3	0,5
4	M4	1 593 476,9251	485 115,5560	0,3	0,3	0,4

б) В 5-м цикле

Таблица 21. Координаты наблюдаемых пунктов в 5-м цикле

№	Пункты	Координаты пунктов, м		СКО, мм		
		X	Y	m_x	m_y	m_p
1	M1	1 593 472,3578	485 060,9402	1,0	0,6	1,2
2	M2	1 593 473,6859	485 076,8353	0,9	0,7	1,1
3	M3	1 593 475,5319	485 098,9091	0,9	0,7	1,1
4	M4	1 593 476,9226	485 115,5569	0,9	0,7	1,1

На основании координат, вычисленных из 5-ого цикла и объединенных циклов 1, 2, 3, 4 получим величины деформаций (табл. 22).

Таблица 22. Результаты анализа деформаций в 5-м цикле

№	Пункты	Δx , мм	$\Delta x_{\text{доп}}$, мм	Анализ	Δy , мм	$\Delta y_{\text{доп}}$, мм	Анализ
1	М1	-0,7	$\pm 2,2$	Стабильность	-0,4	$\pm 1,5$	Стабильность
2	М2	-0,6	$\pm 2,0$	Стабильность	-0,7	$\pm 1,6$	Стабильность
3	М3	0,8	$\pm 2,0$	Стабильность	-0,0	$\pm 1,6$	Стабильность
4	М4	-2,5	$\pm 1,9$	Нестабильность	0,8	$\pm 1,6$	Стабильность

Анализ деформаций указывает, что стабильными являются пункты М1, М2, М3 и нестабильным – пункт М4. Поэтому для объединения циклов вычислим только условные уравнения пунктов М1, М2, М3 и получим координаты наблюдаемых пунктов объединённых циклов (табл. 23).

Таблица 23. Координаты наблюдаемых пунктов объединённых циклов

№	Пункты	Координаты пунктов, м		СКО, мм		
		X	Y	m_x	m_y	m_p
1	М1	1 593 472,3584	485 060,9405	0,4	0,2	0,4
2	М2	1 593 473,6864	485 076,8359	0,3	0,3	0,4
3	М3	1 593 475,5312	485 098,9091	0,3	0,3	0,4
4	М4	1 593 476,9224	485 115,5571	0,7	0,4	0,8

Важно отметить, что как видно из сравнений величин СКО в табл. 12 и 14; 15 и 17; 18 и 20; 21 и 23, объединение циклов способно повысить точность определения координат пунктов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные **итоги** диссертационной работы:

- разработана методика оптимального проектирования плановой геодезической сети с минимальным количеством измеряемых сторон и максимальной точностью определения положения наблюдаемых пунктов;
- разработан основанный на рекуррентном способе уравнивания алгоритм поиска возможных грубых ошибок измерений и исходных данных при наблюдении за деформациями гидротехнических сооружений;
- выполнен анализ деформаций ГТС, выявленных в результате последовательного объединения циклов повторных измерений по рекуррентному способу.

Перспективы дальнейших исследований:

- совершенствование методики оптимального проектирования геодезических сетей с возможностью определения не только оптимального количества измерений, но и их вида;

- совершенствование разработанного алгоритма анализа деформационных процессов путем использования альтернативных критериев контроля грубых ошибок измерений с целью повышения надёжности выявления деформаций.

Разработанный автором комплекс технологических решений может быть **рекомендован** для наблюдения за деформациями ГТС и анализа деформационных процессов.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Лэ Ань Куонг. Исследование исходной матрицы обратных весов неизвестных при рекуррентном способе уравнивания измерений. /Маркузе Ю.И., Чан Тиен Ранг. // Геодезия и картография.– 2016.– № 11.– С. 7–10.
2. Лэ Ань Куонг. Исследование алгоритма для анализа деформаций геодезических пунктов при наблюдении за горизонтальными смещениями гидротехнических сооружений. / Маркузе Ю.И. // Геодезия и картография.– 2017.– № 7.– С. 23-30.
3. Лэ Ань Куонг. К вопросу об оптимальном проектировании геодезических сетей // Известия вузов. Геодезия и аэрофотосъемка.– 2018.– № 2.– С. 147–151.
4. Лэ Ань Куонг. Контроль грубых ошибок измерений и исходных данных. /Маркузе Ю.И., Нгуен Тхи Тху, Динь Хай Нам. // Геодезия и картография.– 2018.– № 7.– С. 11–16.