

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Московский государственный университет
геодезии и картографии (МИИГАиК)

Факультет дистанционных форм обучения
Заочное отделение

**ПРОГРАММА И
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №9**

по курсу:

«Высшая математика»

Методические указания

Для студентов 3 курса всех специальностей

Москва 2016

Составители:

Емгушева Г.П. – доцент кафедры «Высшая математика» МГУГиК.

Улымжиев М.Д. - доцент кафедры «Высшая математика» МГУГиК.

Методические указания, программа и контрольные работа №9 по курсу «Высшая математика» для студентов 3 курса всех специальностей факультета дистанционных форм обучения. – М.: МГУГиК, 2016, 16с.

Методические указания разработаны в соответствии с утвержденной программой курса «Высшая математика», рекомендованы кафедрой высшей математики и утверждены к изданию Методической комиссией факультета дистанционных форм обучения МГУГиК.

Методические указания содержат программу и контрольную работу №9, состоящую из семи заданий в десяти вариантах по разделу «Вычислительная математика» дисциплины «Высшая математика».

Рецензенты:

профессор кафедры «Высшая математика» МГУГиК Е.Г. Маркарян,

доцент кафедры «Теория вероятностей и математическая статистика»

Финансового Университета при правительстве РФ О.А. Баяк.

Программа по высшей математике для студентов 3 курса

Вычислительная математика.

1. Приближенные методы решения нелинейных уравнений. Отделение корней, уточнение корней. Численные методы решения уравнений. Метод хорд. Метод касательных (метод Ньютона). Метод итераций. Оценка погрешности решения уравнений. Условия сходимости методов.

2. Постановка задачи интерполяции. Единственность интерполяционного многочлена. Конечные разности, их свойства, разделенные разности. Интерполяционные многочлены Лагранжа и Ньютона.

3. Постановка задачи аппроксимации функции. Использование алгебраических многочленов (полиномов) в аппроксимации по методу наименьших квадратов.

4. Численное интегрирование. Формулы средних прямоугольников, трапеций, Симпсона и их связь с интерполяционными многочленами. Оценка погрешностей этих формул. Формула Гаусса.

Литература.

1. Р.С. Гутер, Б.В.Овчинский Элементы численного анализа и математической обработки результатов опыта. – М.: «Наука», 1970.

2. Г.Н. Воробьева, А.Н.Данилова Практикум по численным методам. –М.: «Высшая школа», 1979.

3. Н.А. Кувекина, Е.Г. Маркарян Методические указания, программа и контрольные работы по курсу «Высшая математика» для студентов 3 курса всех специальностей факультета дистанционных форм обучения. – М.: МИИГАиК, 2013.

Контрольная работа №9.
Вычислительная математика.

§1. Метод хорд, метод касательных (Ньютона) и метод итераций при решении нелинейных уравнений.

Задание 1. В задачах 1-5 отделить корень уравнения и уточнить методом хорд с точностью до 0,001, в задачах 6-10 отделить корень уравнения и уточнить методом касательных (Ньютона) с точностью до 0,001. Вычисления выполняйте с четырьмя значащими цифрами после запятой.

Задача 1. $x^3 - 3x^2 + 6x + 3 = 0.$

Задача 2. $x^3 - 2x - 5 = 0.$

Задача 3. $x^3 + 0,1x^2 + 0,4x - 1,2 = 0.$

Задача 4. $x^3 + 3x^2 + 6x - 1 = 0.$

Задача 5. $x^3 - 0,2x^2 + 0,5x - 1,4 = 0.$

Задача 6. $x^3 - 0,2x^2 + x + 10 = 0.$

Задача 7. $x^3 + 0,3x^2 + 2x - 3 = 0.$

Задача 8. $x^3 + x^2 + x - 10 = 0.$

Задача 9. $x^3 - 2x^2 + 2x + 1 = 0.$

Задача 10. $x^3 - 3x^2 + 6x - 6 = 0.$

Задание 2. В задачах 11-20 отделить корень уравнения графически и уточнить методом итераций с точностью до 0,001. Вычисления выполняйте с четырьмя значащими цифрами после запятой.

Задача 11. $8 - 5x - 8 \ln x = 0$

Задача 12. $3x + e^x = 0$

Задача 13. $2x + \ln x = 6$

Задача 14. $\sin(0,5 + x) = 2x - 0,5$

Задача 15. $\ln(2 + x) + 2x = 4$

Задача 16. $\ln(1 + 2x) = 2,5 - x$

Задача 17. $2 \sin(x - 0,6) = 1,5 - x$

Задача 18. $2x + \ln(1 + x) = 1,5$

Задача 19. $x + \cos x = 0,5$

Задача 20. $x + 2 \ln x = 2$

§2. Интерполяционные многочлены Лагранжа и Ньютона.

Задание 3. В задачах 21-30 составьте таблицу значений функции $f(x)$ на отрезке $[a;b]$ с шагом h . В значениях функции сохраните три знака в дробной части. Вычисления проводить с тремя знаками после запятой. Используя квадратичную интерполяцию по полученной таблице, а) укажите коэффициент интерполяционного многочлена при старшей степени; б) вычислите значение функции в точке x^* . Вычисления проводите двумя способами:

1) по формуле Лагранжа;

2) по формуле Ньютона.

Задача 21. $f(x) = \sqrt[3]{2x-1}$ на отрезке $[1;4]$ с шагом $h=0,6$; $x^*=2,5$.

Задача 22. $f(x) = e^{3x+1}$ на отрезке $[-1;1,5]$ с шагом $h=0,5$; $x^*=0,8$.

Задача 23. $f(x) = \frac{5}{2x}$ на отрезке $[1;3]$ с шагом $h=0,4$; $x^*=1,6$.

Задача 24. $f(x) = \ln(2x+3)$ на отрезке $[-1;1]$ с шагом $h=0,4$; $x^*=-0,1$.

Задача 25. $f(x) = \sqrt[3]{3x+1}$ на отрезке $[1;3,5]$ с шагом $h=0,5$; $x^*=1,6$.

Задача 26. $f(x) = \sqrt{e^x} - 2x$ на отрезке $[1;2]$ с шагом $h=0,2$; $x^*=1,3$.

Задача 27. $f(x) = \frac{3}{2x+1}$ на отрезке $[0;1,5]$ с шагом $h=0,3$; $x^*=0,4$.

Задача 28. $f(x) = \ln\left(\frac{x}{3}+1\right)$ на отрезке $[-1;0,5]$ с шагом $h=0,3$; $x^*=-0,5$.

Задача 29. $f(x) = \sqrt[3]{2x-3}$ на отрезке $[-1;1,5]$ с шагом $h=0,5$; $x^*=0,4$.

Задача 30. $f(x) = \frac{3}{5x}$ на отрезке $[1;2]$ с шагом $h=0,2$; $x^*=1,5$.

§3. Аппроксимация функций.

Задание 4. В задачах 31-40 функция задана таблицей своих значений. Найти многочлен не выше первой степени, аппроксимирующий функцию по методу наименьших квадратов. Найти значение многочлена в точке $x = x_0$. Изобразить точки таблицы и график аппроксимирующего многочлена на одном рисунке. Вычислить значение величины $\mu = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^n v_i^2}{n+1}}$, где $v_i = y_i - P_1(x_i)$, $i=0,1,\dots,n$; $P_1(x)$ – аппроксимирующий многочлен. Величина μ оценивает близость аппроксимирующего многочлена к табличной функции.

Задача 31. Функция задана таблицей:

i	0	1	2	3	4	5
x_i	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	1,1
y_i	0,17	0,291	0,341	0,379	0,411	0,44

$x_0 = 0,17$.

Задача 32. Функция задана таблицей:

i	0	1	2	3	4	5
x_i	0,05	0,25	0,45	0,65	0,85	1,05
y_i	0,27	0,435	0,504	0,557	0,601	0,64

$x_0 = 0,27$.

Задача 33. Функция задана таблицей:

i	0	1	2	3	4	5
x_i	0,15	0,35	0,55	0,75	0,95	1,15
y_i	0,17	0,425	0,53	0,611	0,68	0,74

$x_0 = 0,7$.

Задача 34. Функция задана таблицей:

i	0	1	2	3	4	5
x_i	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2
y_i	0,27	0,507	0,605	0,681	0,744	0,8

$$x_0 = 1,37.$$

Задача 35. Функция задана таблицей:

i	0	1	2	3	4	5
x_i	1	1,1	1,3	1,7	1,9	2,1
y_i	0,37	0,527	0,591	0,641	0,683	0,72

$$x_0 = 1,17.$$

Задача 36. Функция задана таблицей:

i	0	1	2	3	4	5
x_i	1,05	1,25	1,45	1,65	1,85	2,05
y_i	0,33	0,54	0,627	0,694	0,75	0,8

$$x_0 = 1,57.$$

Задача 37. Функция задана таблицей:

i	0	1	2	3	4	5
x_i	1,15	1,35	1,55	1,75	1,95	2,15
y_i	0,17	0,181	0,213	0,267	0,343	0,44

$$x_0 = 0,7.$$

Задача 38. Функция задана таблицей: $x = 0,7$.

i	0	1	2	3	4	5
x_i	2	2,2	2,4	2,6	2,8	3
y_i	0,31	0,325	0,369	0,443	0,547	0,68

$$x_0 = 0,7.$$

Задача 39. Функция задана таблицей:

i	0	1	2	3	4	5
x_i	2,1	2,3	2,5	2,7	2,9	3,1
y_i	0,35	0,357	0,377	0,411	0,459	0,52

$$x_0 = 0,7.$$

Задача 40. Функция задана таблицей:

i	0	1	2	3	4	5
x_i	2,15	2,35	2,55	2,75	2,95	3,150,17
y_i	0,17	0,19	0,252	0,354	0,496	0,68

$$x_0 = 2,57.$$

§4. Численное интегрирование.

Пункт 1. Метод средних прямоугольников и метод трапеций.

Задание 5. В задачах 41-50 вычислить интеграл двумя способами а) по формуле прямоугольников, б) по формуле трапеций. Интервал интегрирования разбить на десять частей. Вычисления выполняйте с четырьмя знаками после запятой.

Задача 41. $\int_{1,4}^{2,2} \frac{\lg(x^2 + 2)}{x + 1} dx$

Задача 42. $\int_{0,5\sqrt{x^2 + 2}}^{1,3} dx$

Задача 43. $\int_{0,6\sqrt{x^2 + 0,8}}^{1,6} dx$

Задача 44. $\int_{0,4}^{1,2} \frac{\cos(x^2)}{x + 1} dx$

Задача 45. $\int_{3,2\sqrt{0,5x^2 + 1}}^4 dx$

Задача 46. $\int_{1,3\sqrt{3x^2 - 0,4}}^{2,1} dx$

Задача 47. $\int_{1,3}^{2,1} \frac{\sin(x^2 - 1)}{2\sqrt{x}} dx$

Задача 48. $\int_{0,8}^{1,2} \frac{\sin(x^2 - 0,4)}{x + 2} dx$

Задача 49. $\int_{1,2}^2 \frac{\lg(x^2 + 3)}{2x} dx$

Задача 50. $\int_{1,4\sqrt{2x^2 + 0,7}}^2 dx$

Пункт 2. Метод Симпсона.

Задание 6. В задачах 51-60 вычислить интеграл по формуле Симпсона, приняв $n = 8$ и оцените погрешность полученного результата, пользуясь способом удвоения шага вычисления. Вычисления выполнять с пятью знаками после запятой.

Задача 51. $\int_2^3 \frac{dx}{\sqrt{x^3-3x+2}}$

Задача 52. $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{4x^3-3x+1}}$

Задача 53. $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{27x^3-9x^2+2}}$

Задача 54. $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{54x^3-27x^2+1}}$

Задача 55. $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{16x^3-12x^2+1}}$

Задача 56. $\int_2^3 \frac{dx}{\sqrt{27x^3-9x-2}}$

Задача 57. $\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{54x^3+27x^2-1}}$

Задача 58. $\int_2^3 \frac{dx}{\sqrt{27x^3-27x^2+4}}$

Задача 59. $\int_2^3 \frac{dx}{\sqrt{4x^3-3x-1}}$

Задача 60. $\int_2^3 \frac{dx}{\sqrt{27x^3+27x^2-4}}$

Пункт 3. Метод Гаусса.

Задание 7. В задачах 61-70 вычислить интеграл по формуле Гаусса при $n = 5$.

Задача 61. $\int_2^3 \frac{xdx}{\sqrt{27x^3+27x^2-4}}$

Задача 62. $\int_2^3 \frac{xdx}{\sqrt{4x^3-3x-1}}$

Задача 63. $\int_2^3 \frac{xdx}{\sqrt{27x^3-27x^2+4}}$

Задача 64. $\int_1^2 \frac{xdx}{\sqrt{54x^3+27x^2-1}}$

Задача 65. $\int_2^3 \frac{xdx}{\sqrt{27x^3-9x-2}}$

Задача 66. $\int_1^2 \frac{xdx}{\sqrt{16x^3-12x^2+1}}$

Задача 67. $\int_1^2 \frac{xdx}{\sqrt{54x^3-27x^2+1}}$

Задача 68. $\int_1^2 \frac{xdx}{\sqrt{27x^3-9x^2+2}}$

Задача 69. $\int_1^2 \frac{xdx}{\sqrt{4x^3-3x+1}}$

Задача 70. $\int_2^3 \frac{xdx}{\sqrt{x^3-3x+2}}$