



# Методика оценки точности растрового преобразователя перемещений с фазовым интерполятором на основе дискретного преобразования Фурье

Н.С. Осипова<sup>1</sup>✉, В.А. Шилин<sup>1</sup>✉, В.П. Савиных<sup>1</sup>,  
А.А. Майоров<sup>1</sup>, Г.А. Можаров<sup>1</sup>, И.П. Торшина<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Московский государственный университет геодезии и картографии, Москва, Россия

✉ n\_osipova@edu.migaik.ru

✉ vash.5@yandex.ru

**ЦИТИРОВАНИЕ** Осипова Н.С., Шилин В.А., Савиных В.П., Майоров А.А., Можаров Г.А., Торшина И.П. Методика оценки точности растрового преобразователя перемещений с фазовым интерполятором на основе дискретного преобразования Фурье // Известия вузов «Геодезия и аэрофотосъемка». 2023. Т. 67. № 4. С. 116–124. DOI:10.30533/GiA-2023-040.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА** фазовый интерполятор, шаг квантования, растр, преобразователь, дискретное преобразование Фурье

**АННОТАЦИЯ** Целью исследования является разработка методики оценки точности измерительного канала растрового преобразователя перемещений с фазовым интерполятором на основе дискретного преобразования Фурье (ДПФ). Рассмотрен принцип работы интерполяторов на основе дискретного преобразования Фурье, который заключается в нахождении коэффициентов ряда Фурье комбинации квадратурных сигналов с последующим вычислением фазы первой гармоники, пропорциональной измеряемому перемещению. Рассмотрена структурная схема и характеристика преобразования накапливающего преобразователя перемещений с фазовым интерполятором на основе ДПФ. Показано, что для вычисления коэффициентов ряда Фурье, фазы первой гармоники и значения измеряемого перемещения в интерполяторе необходимо применение программируемого контроллера с требуемым числом аналоговых входов и соответствующим программным обеспечением. Для измерительного канала с фазовым растровым интерполятором на основе ДПФ определена структура его инструментальной погрешности

и в соответствии с предлагаемой методикой обоснован выбор рационального шага квантования измеряемого перемещения, при котором погрешность квантования не увеличивает погрешность аналого-цифрового преобразования (АЦП) перемещения более чем на 5 %.

## 1 Введение

Высокая точность измерений угловых и линейных перемещений оптико-электронных растровых преобразователей определила их широкое применение на практике. Точность растровых преобразователей угловых и линейных перемещений количественно определяется погрешностью аналого-цифрового преобразования (АЦП), которая во многом зависит от шага квантования измеряемого перемещения. Для уменьшения шага квантования применяются амплитудные и фазовые интерполяторы. Применение интерполяторов в оптико-электронных растровых преобразователях позволяет уменьшить шаг квантования до нескольких десятков раз и, соответственно, повысить точность измерений угловых и линейных перемещений.

В преобразователях угловых и линейных перемещений с растровым сопряжением измерительного и индикаторного растров рабочей мерой измерений перемещений является период растра. Современные оптико-электронные растровые преобразователи имеют сумму инструментальных погрешностей (далее – инструментальная погрешность), позволяющую значительно уменьшить шаг квантования. В преобразователях без интерполятора шаг квантования, определяемый периодом растра (младшего разряда), может быть увеличен за счет квадратурной логики<sup>1,2</sup> в 2, 4, 8, 16 раз, что в ряде случаев явно недостаточно, то есть требуется применение интерполятора. Для определения требуемого шага квантования для конкретного преобразователя необходима оценка соответствующих погрешностей, выбор рационального значения шага квантования интерполятора и оценка погрешности АЦП при его применении<sup>3,4</sup>.

## 2 Материалы и методы

### 2.1 Принцип работы фазовых интерполяторов растровых преобразователей на основе дискретного преобразования Фурье

Принцип работы интерполяторов на основе дискретного преобразования Фурье заключается в нахождении коэффициентов ряда Фурье для системы

1 Преснухин Л.Н., Шаньгин В.Ф., Майоров С.А., Меськин И.В. Фотоэлектрические преобразователи информации. Москва: Машиностроение, 1974. 376 с.

2 Зверев А.Е., Максимов В.П., Мясников В.А. Преобразователи угловых перемещений в цифровой код. Л.: Энергия, 1974. 184 с.

3 Соломатин В.А., Шилин В.А. Фазовые оптико-электронные преобразователи. М.: Машиностроение, 1986. 144 с.

4 Моисеев В.С. Системное проектирование преобразователей информации. Л.: Машиностроение, 1982. 256 с.

выходных сигналов фотоприемного устройства (ФПУ) растрового преобразователя, с учетом которых может быть найдена фаза  $n$ -й гармоники периода растрового сопряжения точного отсчета, пропорциональная измеряемому интерполятором перемещению.

В [1] предложен метод фазовой интерполяции на основе дискретного преобразования Фурье (ДПФ) для растрового преобразователя перемещений с системой квадратурных выходных сигналов ФПУ, определены коэффициенты ряда Фурье при использовании системы квадратурных сигналов, разработаны алгоритмы вычисления фазы  $n$ -й гармоники в пределах  $360^\circ$ , рассмотрен метод преобразования измеренной фазы  $n$ -й гармоники в перемещение и проведено обоснование применения контроллера при использовании его в интерполяторе на основе ДПФ. Под квадратурными сигналами, поступающими на аналоговые входы контроллера с выходов ФПУ растрового преобразователя перемещений, подразумеваются гармонические сигналы, имеющие взаимный фазовый сдвиг на  $\pm 90^\circ$ .

При применении интерполятора на основе контроллера результат вычислений с использованием ДПФ выражается в виде фазы  $n$ -й гармоники, пропорциональной измеряемому перемещению как:

$$1 \quad \varphi_n = \frac{n \cdot \Delta x_{\text{ин}}}{T_x} \cdot 360^\circ,$$

где  $T_x$  – период младшего разряда растрового сопряжения (далее растра).

Контроллер определяет измеряемое интерполятором перемещение в соответствии с выражением:

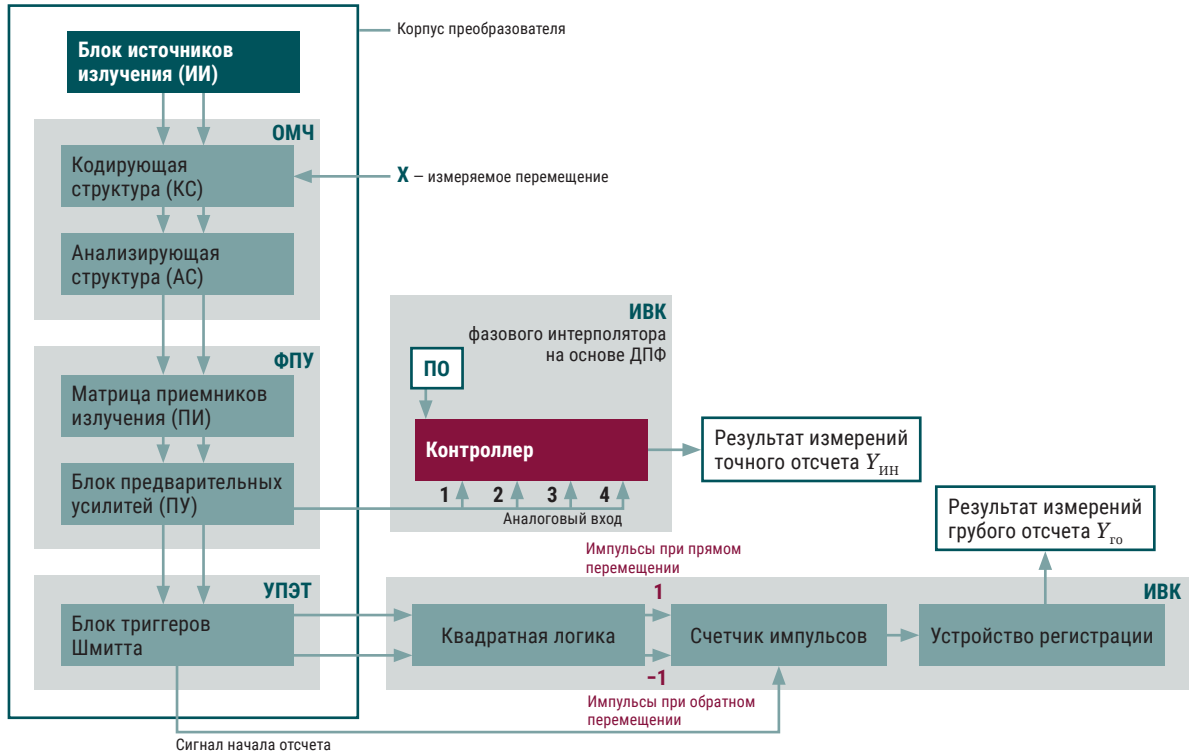
$$2 \quad \Delta x_{\text{ин}} = \frac{\varphi_n \cdot T_x}{n \cdot 360^\circ}.$$

## 2.2 Структурная схема растрового преобразователя перемещений при использовании фазового интерполятора на основе дискретного преобразования Фурье

На Рисунке 1 приведена структурная схема накапливающего преобразователя перемещений с фазовым интерполятором на основе ДПФ выходных квадратурных сигналов его фотоприемного устройства.

Интерполятор на основе дискретного преобразования Фурье реализуется на программируемом контроллере с требуемым числом аналоговых входов и соответствующим программным обеспечением.

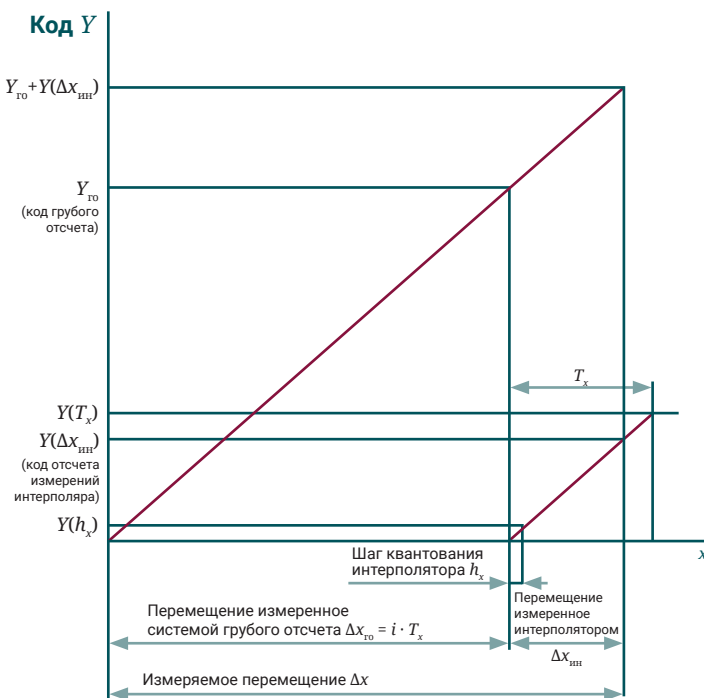
Для разработки методики оценки точности измерительного канала растрового преобразователя перемещений с фазовым интерполятором на основе дискретного преобразования Фурье необходимо рассмотреть его основные параметры и характеристики.



**Рис. 1** ⬆️  
Структурная схема накапливающего преобразователя перемещений с фазовым интерполятором на основе ДПФ.

### 2.3 Статическая характеристика растрового преобразователя перемещений с интерполятором на основе ДПФ

**Рис. 2** ⬇️  
Статическая характеристика растрового преобразователя перемещений с интерполятором.



На Рисунке 2 показана статическая характеристика растрового преобразователя перемещений с интерполятором. Грубый отсчет (ГО) абсолютного преобразователя имеет шаг квантования измеряемого перемещения равный периоду младшего разряда  $T_x$ , а код ГО отображает измеряемое перемещение равное количеству этих шагов в нем. Аналогично в накапливающем преобразователе количество  $i$  подсчитанных счетчиком периодов раstra  $T_x$  определяет перемещение, измеренное каналом грубого отсчета  $\Delta x_{го} = i \cdot T_x$ . Интерполятор определяет остаток измеряемого перемещения  $\Delta x_{инт.}$ , при этом результат измерений равен  $\Delta x = \Delta x_{го} + \Delta x_{инт.}$

На характеристике (Рис. 2) определены диапазон измерений и шаг квантования интерполятора.

Как видно из Рисунка 2, при применении интерполятора на основе ДПФ, диапазоны измерений грубого (ГО)  $\Delta x_{ГО}$  и точного  $\Delta x_{ИН}$  (интерполятор) отсчетов преобразователя согласованы, то есть не требуется применения специальной схемы согласования отсчетов.

## 2.4 Основные положения методики оценки точности растровых преобразователей угловых и линейных перемещений с фазовым интерполятором на основе дискретного преобразования Фурье

### 2.4.1 Схема формирования погрешности измерений интерполятора при аналого-цифровом преобразовании перемещений

При проведении оценки точности интерполятора аналого-цифрового преобразователя перемещений (АЦПП) проводится расчет или экспериментальное определение составляющих погрешности измерений по виду источника, а затем их соответствующее суммирование. На Рисунке 3 показана схема формирования погрешности измерений при аналого-цифровом преобразовании (АЦП).



**Рис. 3**   
Схема формирования погрешности измерений при АЦП.

При АЦП осуществляется три операции<sup>4</sup>: дискретизация сигнала во времени, квантование по уровню и кодирование. При этом возникают погрешности аналого-цифрового преобразования (квантования, аппроксимации и динамическая).

С учетом схемы формирования погрешности измерений при АЦП (Рис. 3) ее можно представить в виде функции от суммы  $\Delta = f(\Delta_{АЦП}, \Delta_{мет}, \Delta_{суб}, \Delta_{вн})$ , где  $\Delta_{АЦП} = f(\Delta_{и}, \Delta_{кв}, \Delta_{а}, \Delta_{д})$  – погрешность АЦП, которая определяется соответствующей суммой погрешностей: инструментальной  $\Delta_{и}$ , квантования  $\Delta_{кв}$ , аппроксимации  $\Delta_{а}$  и динамической  $\Delta_{д}$ ;  $\Delta_{мет}$  – методическая погрешность;  $\Delta_{суб}$  – субъективная погрешность;  $\Delta_{вн}$  – погрешность от влияния внешних факторов.

**Субъективные погрешности  $\Delta_{суб}$** , возникающие из-за неточности монтажа отдельных узлов, юстировки и калибровки АЦОЭП, при оценке точности выделяют в отдельную группу и в процессе ввода в эксплуатацию стараются скомпенсировать.

**Методические погрешности.** Как видно из приведенной схемы существует две группы методических погрешностей: методические погрешности

из-за несовершенства выбранного метода измерений и методические погрешности аналого-цифрового преобразования  $\Delta_{\text{кв}}$ ,  $\Delta_{\text{а}}$  и  $\Delta_{\text{д}}$ .

**Погрешности от внешних факторов** определяются действием температуры, влажности и давлением окружающей среды, электромагнитными полями засветками и другими внешними факторами.

Субъективные погрешности  $\Delta_{\text{суб}}$  (юстировки, калибровки), методические  $\Delta_{\text{мет}}$  и вносимые внешними факторами  $\Delta_{\text{вн}}$  (фоном, помехами, электромагнитными полями, температурой и др.) определяются отдельно на этапе испытаний и не учитываются при предварительной оценке точности.

Структура измерительного канала (ИК) с фазовым растровым интерполятором на основе ДПФ состоит из оптико-механической части, фотоприемного устройства и контроллера с ПО ДПФ (Рис. 1), то есть фазовый растровый интерполятор на основе ДПФ имеет инструментальную погрешность, пропорциональную сумме погрешностей  $\Delta_{\text{и}} = f(\Delta_{\text{омч}} + \Delta_{\text{фпу}} + \Delta_{\text{к}})$ , где  $\Delta_{\text{омч}}$  – инструментальная погрешность оптико-механической части,  $\Delta_{\text{фпу}}$  – инструментальная погрешность фотоприемного устройства,  $\Delta_{\text{к}} = f(\Delta_{\text{ак}} + \Delta_{\text{ацп}})$  – инструментальная погрешность, вносимая аналоговыми входами контроллера, определяемая суммой инструментальных погрешностей аналоговых ключей и АЦП.

### 2.4.2 Оценка погрешности АЦП, выбор рационального шага квантования измеряемого перемещения и разрядности аналого-цифрового преобразователя контроллера

Погрешность аналого-цифрового преобразования измеряемого перемещения определяется в статическом режиме соответствующей суммой инструментальной погрешности и погрешности квантования, в динамическом режиме соответствующей суммой инструментальной погрешности, погрешности квантования, динамической погрешности и погрешности аппроксимации<sup>4</sup>.

Выбор рационального шага квантования измеряемого перемещения по уровню определяется величиной инструментальной погрешности<sup>1</sup>.

В статическом режиме среднее квадратическое значение<sup>3,4</sup> (СКЗ) погрешности АЦП определяется как

3 ➤

$$\sigma_{\text{АЦП}} = \sqrt{\sigma_{\text{и}}^2 + \sigma_{\text{кв}}^2},$$

где  $\sigma_{\text{и}}$  и  $\sigma_{\text{кв}}$  – соответственно СКЗ инструментальной погрешности и погрешности квантования.

При статическом режиме работы ИК ЦОЭС требуется наименьший шаг квантования, поэтому рациональный шаг квантования определяется для этого режима.

От выбранного шага квантования  $h_x$  погрешность квантования зависит как  $\Delta_{\text{кв}} = \pm h_x / 2$ .

При рациональном шаге квантования  $h_x = \sigma_{\text{и}} = \Delta_{\text{и}} / 3$ , СКЗ погрешности квантования  $\sigma_{\text{кв}} = \Delta_{\text{кв}} / \sqrt{3} = \pm h_x / (2\sqrt{3})$  составляет менее 5% ( $\sigma_{\text{кв}} \approx 0,04 \cdot \sigma_{\text{АЦП}}$ ) от СКЗ погрешности АЦП и ее влиянием можно пренебречь, а именно:

4 ➤

$$\sigma_{\text{АЦП}} = \sqrt{\sigma_{\text{и}}^2 + \sigma_{\text{кв}}^2} \approx \sigma_{\text{и}}.$$

Дальнейшее уменьшение шага квантования практически не влияет на погрешность АЦП.

Например, для накапливающего преобразователя ВЕ-51<sup>3</sup>, имеющего число штрихов измерительного раstra  $N = 2500$ , угловой период раstra  $T_x = 360^\circ / N = 1296000'' / 2500 = 518,4''$ . Если инструментальная погрешность для данного преобразователя без введения поправки [2] не более  $\Delta_{\text{и}} \approx 24,5''$ , то рациональный шаг квантования будет  $h_x \approx \sigma_{\text{и}} \leq 8''$ . Выбираем  $h_x = 5''$ . Зная рациональный шаг квантования  $h_x$  перемещения в данном случае, можно определить количество шагов квантования в пределах периода раstra  $T_x$  интерполятора как  $k_{\text{max}} = T_x / h_x$ , то есть в данном случае количество шагов квантования измеряемого перемещения в пределах периода раstra  $k_{\text{max}} = T_x / h_x = 104$ .

Для определения необходимой разрядности кода АЦП найдем относительную погрешность измерений для ВЕ-51 в пределах периода раstra  $\delta_{\text{и}} = \Delta_{\text{и}} / T_x = 24,5'' / 518,4'' \approx 0,05$ .

Если величина амплитуды сигнала на входе АЦП не превышает  $U_{\text{вхmax}} = 1$  В, то приведенная к выходу АЦП абсолютная инструментальная погрешность примерно равна  $\Delta_{\text{и}} = 1 \cdot 0,05 = 0,05$  В. С учетом, что рациональный шаг квантования по напряжению в этом случае  $h_{\text{кв}} = \sigma_{\text{и}} = \Delta_{\text{и}} / 3 \leq 17$  мВ, определим требуемую разрядность АЦП  $n = 10$  бит. При этом число уровней квантования  $N = 2^{10} = 1024$  соответствует напряжению на входе АЦП  $U_{\text{вхmax}} = 5$  В, а шаг квантования  $h_{\text{кв}} = 5/N = 0,0049$  В = 4,9 мВ  $\leq 17$  мВ, погрешность квантования  $\Delta_{\text{кв}} = \pm h_{\text{кв}} / 2 = \pm 0,0049 / 2$  В  $\approx \pm 2,5$  мВ. Очевидно, что для уменьшения неоднозначности отсчетов измеряемого перемещения необходимо значительно увеличивать разрядность АЦП. Например, при применении АЦП модуля на базе AD7705 (производитель Arduino) с разрядностью кода  $n = 16$  бит ( $N = 2^{16} = 65536$ ) шаг квантования  $h_{\text{кв}} = 5/N = 0,076$  мВ, погрешность квантования  $\Delta_{\text{кв}} = \pm h_{\text{кв}} / 2 = \pm 0,038$  мВ, стабильность отсчетов из-за разрядности кода будет иметь пренебрежимо малую величину.

### 3 Результаты

Рассмотрен принцип работы фазовых интерполяторов растровых преобразователей на основе дискретного преобразования Фурье.

Показана структурная схема накапливающего преобразователя перемещений с фазовым интерполятором на основе ДПФ выходных квадратурных сигналов ФПУ и приведена его статическая характеристика, на которой видно, что диапазоны измерений грубого  $\Delta x_{\text{го}}$  и точного  $\Delta x_{\text{ин}}$  отсчетов преобразователя согласованы, то есть в данном случае не требуется применения специальной схемы согласования отсчетов.

Для оценки точности измерительного канала АЦПП с интерполятором рассмотрена схема формирования погрешности измерений при аналого-цифровом преобразовании перемещений. Дана краткая характеристика погрешностей, входящих в состав погрешности измерений. Рассмотрена обобщенная структура инструментальной погрешности измерительного канала с фазовым растровым интерполятором на основе ДПФ.

В соответствии с предлагаемой методикой показан выбор рационального шага квантования  $h_x$  измеряемого перемещения, при котором погрешность квантования не увеличивает погрешность АЦП перемещения более чем на 5 %.

С использованием ранее полученных результатов испытаний накапливающего преобразователя ВЕ-51, в качестве примера, показан выбор рационального шага квантования измеряемого перемещения и разрядности АЦП, в случае применения интерполятора на основе ДПФ.

## 4 Обсуждение

При проведении высокоточных измерений угловых перемещений [3–5] требуется достижение потенциальной точности имеющихся оптико-электронных растровых преобразователей. В данной работе показано, что для увеличения точности растровых преобразователей перемещений, за счет уменьшения шага квантования измеряемого перемещения, целесообразно применение фазовых интерполяторов на основе ДПФ.

## 5 Выводы

Предложенная методика оценки точности, основанная на анализе структуры инструментальной погрешности измерительного канала с фазовым растровым интерполятором на основе ДПФ, позволяет выбрать рациональный шаг квантования, не влияющий на величину погрешности АЦП и определить требуемую разрядность АЦП контроллера. Для применения фазового интерполятора на основе ДПФ в растровых преобразователях перемещений требуется наличие квадратурных выходных сигналов ФПУ.

Интерполятор с использованием контроллера [6–8] с программным обеспечением на основе ДПФ имеет компактную конструкцию, низкую стоимость, цифровой выходной сигнал.

### БИБЛИОГРАФИЯ

1. Шилин В.А., Осипова Н.С. Фазовый интерполятор на основе дискретного преобразования Фурье для растровых преобразователей угловых и линейных перемещений // Изв. вузов «Геодезия и аэрофотосъемка». 2023. Т. 67. № 2. С. 78–85. DOI:10.30533/GiA-2023-013.
2. Шилин В.А. Метод повышения точности преобразователей перемещений на основе дискретного преобразования Фурье // Изв. вузов «Геодезия и аэрофотосъемка». 2021. Т. 65. № 4. С. 488–492. DOI:10.30533/0536-101X-2021-65-4-488-492.
3. Беломытцев В.Д., Голыгин Н.Х., Лысенко В.Г., Шилин В.А. Оптико-электронный комплекс для испытаний, поверки и калибровки мобильных координатных средств измерений // Изв. вузов «Геодезия и аэрофотосъемка». 2021. Т. 65. № 2. С. 232–240. DOI:10.30533/0536-101X-2021-65-2-232-240.
4. Патент РФ на изобретение №RU2401985 С1 / 20.10.2010. Голыгин Н.Х. Широкодиапазонный компаратор для поверки и калибровки координатных средств измерений. Доступно по: [https://patents.s3.yandex.net/RU2401985C1\\_20101020.pdf](https://patents.s3.yandex.net/RU2401985C1_20101020.pdf). Ссылка активна на: 29.10.2023.



5. Патент РФ на изобретение №2494346 / 27.09.2013. Голыгин Н.Х., Комаров Д.Д. Поверочный комплекс координатных приборов и измерительных систем. Доступно по: [https://patents.s3.yandex.net/RU2494346C1\\_20130927.pdf](https://patents.s3.yandex.net/RU2494346C1_20130927.pdf). Ссылка активна на: 29.10.2023.
6. Баранов В.Н. Применение микроконтроллеров AVR. Схемы, алгоритмы, программы / 3-е изд. М.: Издательский дом «Додэка-XX1», 2010. 288 с.
7. Мортон Дж. [Morton J.] Микроконтроллеры AVR. Вводный курс.: пер. с англ. М.: Издательский дом «Додэка-XX1», 2006. 272 с.
8. Прокопенко В.С. Программирование микроконтроллеров ATMEL на языке С. К.: «МК-Пресс», СПб.: Изд-во «КОРОНА-ВЕК», 2012. 320 с.

**АВТОРЫ**

**Осипова Неля Сергеевна**

ФГБОУ ВО «Московский государственный университет геодезии и картографии» (МИИГАиК), Москва, Россия

кафедра оптико-электронных приборов, факультет оптического приборостроения

**Шилин Виктор Афанасьевич**


ФГБОУ ВО «Московский государственный университет геодезии и картографии» (МИИГАиК), Москва, Россия

кафедра оптико-электронных приборов, факультет оптического приборостроения  
канд. техн. наук, доцент

**Савиных Виктор Петрович**

ФГБОУ ВО «Московский государственный университет геодезии и картографии» (МИИГАиК), Москва, Россия

кафедра аэрокосмических съемок, геодезический факультет  
д-р техн. наук, профессор


 0000-0002-3259-6721

**Майоров Андрей Александрович**

ФГБОУ ВО «Московский государственный университет геодезии и картографии» (МИИГАиК), Москва, Россия

кафедра информационно-измерительных систем, факультет геоинформатики  
и информационной безопасности

д-р техн. наук, профессор

 0000-0001-5539-3719

**Можаров Григорий Афанасьевич**

ФГБОУ ВО «Московский государственный университет геодезии и картографии» (МИИГАиК), Москва, Россия

кафедра прикладной оптики, факультет оптического приборостроения  
д-р техн. наук, профессор

**Торшина Ирина Павловна**

ФГБОУ ВО «Московский государственный университет геодезии и картографии» (МИИГАиК), Москва, Россия

кафедра оптико-электронных приборов, факультет оптического приборостроения  
д-р техн. наук, доцент

Поступила 25.06.2023. Принята к публикации 21.08.2023. Опубликовано 28.08.2023.