Лабораторная работа 100

Проведение измерений и обработка их результатов

Часть 1 (теоретическая). **Методика обработки измерений в физической лаборатории и расчет погрешностей**

1. Измерения и их погрешности. Оценка величины погрешности при прямых измерениях

Целью измерений является определение числового значения какой-либо физической величины (ФВ). Результат измерения всегда является приближенным, так как установить истинное значение измеряемой величины практически невозможно. Все измерения сопровождаются погрешностями (ошибками). Между этими терминами принципиального различия нет и мы будем использовать оба.

1.1. Погрешностью измерений называют разность между измеренным (найденным на опыте) и истинным значением ФВ. Различают абсолютную погрешность Δ измерения ФВ x: $\mathbf{\Delta = x_{изм} - x_{ист}}$ и относительную : $\eta = \Delta / x_{ист}$. Обычно величину η выражают в %. В теории ошибок показывается, что наиболее близким к $x_{ист}$ (которое мы не знаем) является среднее арифметическое $\bar{x}$, поэтому $\mathbf{\Delta \approx x_{изм} - \bar{x}}$. Подчеркнем, что ***задача измерений состоит не только в том, чтобы получить числовую оценку какой-либо величины, но и обязательно указать погрешность этой оценки, т.е. абсолютную или относительную погрешность.*** За меру точности измерения принимают величину, обратную η. Следовательно, чем меньше относительная погрешность η, тем выше точность измерений.

1.2. По характеру проявления ошибки измерений ФВ принято подразделять на три группы: **систематические, случайные и промахи (грубые ошибки).**

Источником **грубой ошибки** или промаха может быть невнимательность экспериментатора, изменившиеся внезапно внешние условия (замыкание в электрической цепи или нарушение контакта) и т.д. Если установлено, что они имеют место, то соответствующие измерения надо отбросить.

1.2.1. Систематические ошибки сохраняют величину и знак от опыта к опыту; далее обозначаются буквой δ. Они могут быть обусловлены разными причинами, но основной вклад в величину δ вносит приборная погрешность. Она принципиально не устранима. Подчеркнем, что ошибку измерений нельзя сделать меньше той, которая определяется ошибкой прибора.

Приборная погрешность определяется из данных: а) о классе точности, б) оценки шкалы прибора и др. В зависимости от величины погрешности инструментам и приборам присваивается тот или иной класс точности, который указывается в его паспорте или на шкале прибора. Погрешность, определяемая классом точности, является максимальной (предельной) систематической погрешностью.

Приступая к измерениям, следует помнить, что прежде всего необходимо изучить шкалу измерительного прибора и узнать его погрешность.

Приборы со шкалой. Для приборов со шкалой (кроме электроизмерительных) –линеек, секундомеров и других она равна наименьшему делению шкалы прибора. У некоторых механических приборов погрешность указывается на приборе. Например, микрометр: 0,01 мм; штангенциркуль: 0,1 или 0,05мм. Несколько слов о точности линеек. Для металлических линеек с миллиметровыми нарезанными делениями, а не просто нанесенными краской, погрешность принято считать равной 0,5мм. Погрешность деревянных или пластиковых порядка 1мм, но может быть и хуже. Поэтому, необходимо шкалы этих линеек предварительно сравнить со шкалой хорошей металлической линейки (такая линейка имеет знак: ГОСТ…).

Для цифровых показывающих приборов систематическую погрешность принимают равной единице наименьшего учитываемого разряда по индикатору прибора.

Так как мы никогда не знаем, в какую сторону отклоняется измеренная величина от истинного её значения, в большую или меньшую, то результат её измерения принято представлять со знаками «±» в виде: $\mathbf{x} = \bar{x} \pm \boldsymbol{\delta}_{\text{приб}}$.

Электроизмерительные приборы. В этом случае $\boldsymbol{\delta}_{\text{приб}}$ определяется классом точности, который характеризует предельное значение систематической ошибки.

Класс точности (К) обозначается цифрами: 0,1; 0,2; 0,5; 1,0; 1,5; 2,5; 4,0. Это число означает процентную погрешность от максимального значения шкалы прибора: $x_{\text{макс}}$, т.е. 0,1%; 0,2% и т.д. Формула для расчета: $\delta_{\text{приб}} = (K \cdot x_{\text{макс}})/100$. Пример: вольтметр, К=2,0, $U_{\text{макс}}$=100 В, измеренное напряжение U=20В. Результат измерения должен быть записан так: U=20±2 В.

Следует иметь в виду, что в общем случае суммарная систематическая погрешность δ_Σ равна:

$$\delta_\Sigma = \sqrt{\delta^2_{\text{приб}} + \delta^2_{\text{суб}} + \delta^2_{\text{метод}} + \delta^2_{\text{окр}} + \ldots}\ .$$

Рассмотрим кратко другие составляющие δ_Σ.

$\boldsymbol{\delta}_{\text{суб}}$ обусловлена субъективными особенностями производства измерений. Например, среднее время реакции человека (при нажатии кнопки секундомера) ≅ 0,3 с. К этой категории может быть отнесена также ошибка параллакса при снятии отсчета по шкале со стрелочным указателем.

$\boldsymbol{\delta}_{\text{метод}}$ обусловлена использованием приближенной формулы или модели (например, неучетом выталкивающей силы Архимеда при взвешивании тела в воздухе).

$\boldsymbol{\delta}_{\text{окр}}$. Любое округление чисел дает систематическую погрешность. Поэтому все вычисления окончательного результата следует производить с числом значащих цифр, превышающих на единицу число значащих цифр, полученных при измерениях.

Отметим, что увеличение числа измерений не уменьшает величину систематических ошибок. Однако они могут быть снижены, например, при переходе к другой методике измерений, при использовании более точных приборов и др.

Если учитываются различные виды систематических ошибок результат измерения записывают так: $x = \bar{x} \pm \delta_{\Sigma}$. В данной работе учитывают только приборную погрешность.

В этом случае результат измерения записывают так: $\mathbf{x = \bar{x} \pm \delta_{приб}}$.

1.2.2. Случайные ошибки вызываются неконтролируемыми обстоятельствами. Их важнейшая особенность состоит в том, что они могут быть различными как по величине, так и по знаку. Случайные погрешности относятся к так называемым случайным величинам. Их оценивают статистически, многократно измерив ФВ. Основой математической обработки результатов измерений является теория вероятностей и математическая статистика. Ниже приведены основные минимальные сведения, необходимые для определения случайных погрешностей при выполнении лабораторных работ.

Статистические характеристики случайных погрешностей

Пусть x - измеряемая величина. Совокупность всех возможных значений x: $x_1, x_2, \ldots, x_N$ (при $N \to \infty$) называется ***генеральной совокупностью***. Обычно число измерений невелико n=5-20 и представляет собой часть генеральной совокупности – ***случайную выборку***. Элементы выборки: $x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots, x_n$; ($n << N$).

Статистическими характеристиками выборки являются:

а) среднее арифметическое значение (или выборочное среднее): $\bar{x} = \Sigma x_i / n$,

б) среднее квадратичное отклонение (с.к.о) отдельного (единичного) измерения, s_x:

$$s_x = \sqrt{\frac{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\Sigma(\Delta x_i)^2}{n-1}},$$

где $\Delta x_i = x_i - \bar{x}$, (i=1,2,…..n) - погрешность отдельного измерения.

Величину s_x^2 называют **выборочной дисперсией**.

в) с.к.о. среднего арифметического (или просто среднего значения), $s_{\bar{x}}$:

$$s_{\bar{x}} = \frac{s_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\Sigma(\Delta x_i)^2}{n(n-1)}}.$$

Величина $s_{\bar{x}}$ характеризует точность результата измерения величины x, который может быть записан так: $x = \bar{x} \pm s_{\bar{x}}$.

Примечание.

1) Некоторые статистические характеристики генеральной совокупности имеют такие же названия как и выборочные оценки (только без слова “выборочные,,). Например, среднее квадратическое отклонение или стандартное отклонение обозначается σ, причём $\sigma = \sqrt{D}$; (σ^2=D), где **D – дисперсия**, которая характеризует меру рассеяния случайной величины относительно среднего значения x. Дисперсия (dispercio – лат.) – рассеяние, разброс. Заметим, что размерность σ и **x** одинакова; это обстоятельство делает более удобным использование величины σ, чем D. На практике величина σ неизвестна, можно

лишь из конечного числа измерений построить её приближенное значение – выборочное с.к.о.

Величины s_x и $s_{\bar{x}}$ можно рассматривать как выборочные оценки σ.

Обратите внимание на п.3 ниже (Советы по проведению расчетов погрешностей).

2) В геодезии и смежных с ней науках исторически сложилось так, что ряд статистических величин имеет своё обозначение. Например, погрешность отдельного измерения $\Delta x_i = x_i - \bar{x}$, называется «уклонение» и обозначается v_i ($v_i \equiv \Delta x_i \equiv \Delta$); с.к.о. обозначаются m_x и $m_{\bar{x}}$, которые соответствуют величинам s_x и $s_{\bar{x}}$, рассмотренным выше.

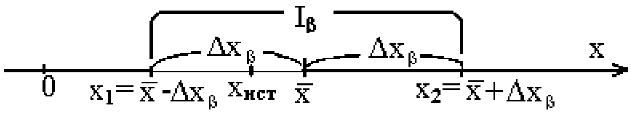
Стремление использовать обозначения ряда статистических величин, принятых в геодезии и в описаниях лабораторных работ по физике (в геодезическом вузе), привели к тому, что в большинстве изданных ранее описаний лабораторных работ используются указанные обозначения ($m_{\bar{x}}$ и т.п.).

Доверительный интервал и доверительная вероятность.

Заметим, что величина $s_{\bar{x}}$ дает оценку степени близости $\bar{x}$ к $x_{\text{ист}}$ одним числом. Такая оценка называется точечной. Более информативной и надежной является так называемая интервальная оценка. Она заключается в определении интервала, который содержит $x_{\text{ист}}$ с заданной вероятностью. В этом методе характеристиками оценки точности и надёжности определения $\bar{x}$ являются т.н. ***доверительный интервал*** I_β и ***доверительная вероятность*** β (надежность доверительного интервала). Доверительный интервал I_β ограничивает такую окрестность $\bar{x} \pm \Delta x_\beta$, куда с заданной вероятностью β попадает $x_{\text{ист}}$:

$$\bar{x} - \Delta x_\beta < x_{\text{ист}} < \bar{x} + \Delta x_\beta .$$

Таким образом, доверительный интервал $I_\beta = (\bar{x} - \Delta x_\beta;\ \bar{x} + \Delta x_\beta)$.



Величину Δx_β называют ***доверительной случайной погрешностью***.

Фактически полуширина доверительного интервала т.е. Δx_β характеризует абсолютную погрешность измерения ФВ при влиянии только случайных ошибок.

Задача о нахождении Δx_β для небольшого числа измерений была решена в 1908г английским математиком В.Госсет (псевдоним „Стьюдент"). Величина Δx_β при заданной вероятности β определяется по формуле: $\Delta x_\beta = t \cdot s_{\bar{x}}$, где t - коэффициент Стьюдента, который находится по таблицам для данного числа n и выбранного значения β: $t = f(n,\beta)$; $t > 1$. Ниже приведена таблица коэффициентов Стьюдента для ряда значений n и β.

n \ β	0.90	0,95	0,98	0,99	0,999
3	2,92	4,30	6,97	9,93	31,60
4	2,35	3,18	4,54	5,84	12,94
5	2,13	2,78	3,75	4,60	8,61
6	2,02	2,57	3,37	4,03	6,86
7	1,94	2,45	3,14	3,71	5,97
10	1,83	2,26	2,82	3,25	4,78
20	1,73	2,09	2,54	2,86	3,88

Коэффициент Стьюдента – это по сути поправочный коэффициент на малое число измерений. Выбор надёжности β определяется целью измерения, т.е. тем, в какой степени нежелательны случаи, когда истинное значение выходит за пределы, полученные при оценке его интервала. Чем опаснее такие случаи, тем большую надёжность необходимо выбрать. Чем больше β, тем шире доверительный интервал. Можно сказать, что β характеризует долю измерений, попадающих в доверительный интервал. В лабораторных работах достаточно выбрать β=0,9-0,95. Величина (1-β) характеризует уровень ошибки.

Итак, при малом n и систематической ошибке $\delta \ll t\cdot s_{\bar{x}}$, окончательный результат записывают так:

$$x = \bar{x} \pm t\cdot s_{\bar{x}},$$

при этом (здесь же) *обязательно* должны быть указаны соответствующие атрибуты: n =…, β=…, t =….

Теория вероятности предсказывает, что <u>при большом числе измерений</u> (n>100-1000) и выборе полуширины доверительного интервала $I_\beta/\mathbf{2}=\sigma$ в I_β обязательно попадёт 2/3 (т.е. 68%) всех измерений с вероятностью β=0,68; однако вероятность того, что $x_{\text{ист}}$ лежит вне интервала $\bar{x}-\sigma < x_{\text{ист}} < \bar{x}+\sigma$ составляет 32%.

При выборе $I_\beta\,/\,\mathbf{2} = 2\sigma$ в I_β попадёт 95% всех измерений.

При выборе $I_\beta\,/\,\mathbf{2} = 3\sigma$ в I_β попадёт 99,7% всех измерений.

<u>Замечание</u>**.** Изложенные выше результаты теории позволяют указать критерий для обнаружения ***промахов***: необходимо исключить из рассмотрения отсчёты, для которых $|\Delta x_i| > 3\sigma$**.** В этом случае вероятность попадания Δx_i за пределы интервала (–3σ, +3σ) составляет всего лишь 0,3%.

<u>Внимание!</u> Увеличивая число измерений n, можно уменьшить случайную ошибку. Однако увеличение n целесообразно, пока случайная погрешность превышает систематическую. Разумно сделать, например, $s_{\bar{x}}$=δ/2. Из формулы для $s_{\bar{x}}$ найдем необходимое число измерений: $n = \left(2s_{\bar{x}}/\delta\right)^2$.

Пример. Пусть в результате 7 измерений некоторой величины с приборной погрешностью δ=0,5 получены некоторые числа x_i : 101; 100; 103; 92 ; 99 ; 97 ; 94. Используя приведенные выше формулы получим: $\bar{x}$=98, s_x=3,9 и $s_{\bar{x}}\approx$1,5. Как видно, $s_{\bar{x}}>\delta$. Следовательно, точность числовой оценки $\bar{x}$ определяется случайными ошибками. В данном случае n=7. Задавшись β=0,95, по таблице найдем t=2,36 и вычислим доверительную случайную погрешность Δx_β= $ts_{\bar{x}}$=2,36·1,5≈3,5. Таким образом, с вероятностью 95% $x_{ист}$ лежит в пределах: $98 - 3{,}5 \le x_{ист} \le 98 + 3{,}5$.

1.2.3. Суммарная ошибка и её расчет. В реальных опытах присутствуют как систематические δ, так и случайные ошибки, при этом в общем случае суммарная ошибка ε находится так: $\varepsilon_{\bar{x}} = \sqrt{\delta^2 + (t \cdot s_{\bar{x}})^2}$. Как правило, определяют также относительную погрешность $\eta = \varepsilon / \bar{x}$.

Отметим важную особенность. Пусть одна из ошибок, например, $ts_{\bar{x}}=\delta/2$, тогда $\varepsilon \approx 1{,}12\ \delta$ т.е. с точностью до 12% $\varepsilon \cong \delta$. Таким образом, <u>меньшая погрешность почти ничего не добавляет к большей, даже если она составляет половину от неё.</u>

Рассмотрим частные случаи:

а) пусть $\delta > 2\, ts_{\bar{x}}$, тогда $\varepsilon = \delta$ и $\varepsilon \neq f(n)$ т.е. не зависит от числа измерений. В принципе δ можно уменьшить использованием более точных приборов, изменением методики эксперимента и другое.

б) пусть $\delta < 2ts_{\bar{x}}$, тогда $\varepsilon = ts_{\bar{x}}$,. В этом случае точность измерений может быть повышена за счет увеличения n.

в) пусть $\delta \approx ts_{\bar{x}}$, тогда $\varepsilon_{\bar{x}} = \sqrt{\delta^2 + (t \cdot s_{\bar{x}})^2}$

2. Математическая обработка косвенных измерений

Пусть некоторая величина Ф является функцией ряда величин x,y,z,…: Ф=f(x,y,z,…), где x,y,z величины, определяемые из прямых измерений. Получают серии значений $\{x_i,y_i,z_i\}$. Находят величины $\bar{x},\bar{y},\bar{z}$ и их ошибки. Необходимо найти погрешность определения $\bar{\Phi}$: $s_{\bar{\Phi}}$ или $\varepsilon_{\bar{\Phi}}$ и результат представить, например, в виде $\Phi=\bar{\Phi}\pm\varepsilon_{\bar{\Phi}}$. Заметим, что в общем случае, определение $s_{\bar{\Phi}}$ или суммарной ошибки $\varepsilon_{\bar{\Phi}}$ представляет собой сложную и трудоёмкую задачу.

<u>1-й способ.</u> Серии экспериментальных значений $\{x_i,y_i,z_i\}$ позволяют вычислить серию $\{\Phi_i\}$ и рассчитать для неё погрешность $s_{\bar{\Phi}}$. Неудобством этого способа является большая трудоёмкость.

<u>2-й способ</u>. Теория даёт связь погрешностей независимых аргументов с погрешностью функции. Эта связь основана на использовании частных производных функций по аргументам и имеет вид:

$$\left(s_{\bar{\Phi}}\right)^2=\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}s_{\bar{x}}\right)^2+\left(\frac{\partial\Phi}{\partial y}s_{\bar{y}}\right)^2+\left(\frac{\partial\Phi}{\partial z}s_{\bar{z}}\right)^2$$

Полученное выражение для расчета погрешности функции оказывается справедливым, если у аргументов преобладают случайные погрешности. Для учета вкладов случайных и систематических погрешностей аргументов в полученной формуле следует символ s заменить символом ε, обозначающим суммарную или общую погрешность функции.

<u>3-й способ</u> В ряде случаев, практически удобнее найти относительную погрешность $\eta=\frac{s_{\bar{\Phi}}}{\bar{\Phi}}$, а затем величину $s_{\bar{\Phi}}=\eta\cdot\bar{\Phi}$ и ответ записать так: $\Phi=\bar{\Phi}\pm s_{\bar{\Phi}}$

<u>В частном случае</u>, если функция допускает логарифмирование, то задача определения η упрощается. Рассмотрим соответствующую последовательность действий на примере.

Пусть $\Phi=\frac{ab\pi}{c^2}$ Необходимо:

1) прологарифмировать правую и левую часть по натуральному основанию:

$$\ln\Phi=\ln a+\ln b+\ln\pi-2\ln c \qquad (1)$$

2) найти дифференциал от логарифма:

$$\frac{d\Phi}{\Phi}=\frac{da}{a}+\frac{db}{b}+\frac{d\pi}{\pi}-2\frac{dc}{c} \qquad (2)$$

3) заменить все знаки «–» на «+», формально переписав (2); это допустимо т.к. нас интересует суммарная погрешность, а не алгебраическая сумма членов.

4) заменив в (2) дифференциалы ошибками и, возведя дроби в квадрат, получим

$$\left(\frac{s_{\bar{\Phi}}}{\bar{\Phi}}\right)^2=\left(\frac{s_{\bar{a}}}{\bar{a}}\right)^2+\left(\frac{s_{\bar{b}}}{\bar{b}}\right)^2+\left(\frac{s_{\pi}}{\pi}\right)^2+\left(2\frac{s_{\bar{c}}}{\bar{c}}\right)^2$$

Обозначим правую часть этой формулы как η^2:

$$\left(\frac{s_{\bar{a}}}{\bar{a}}\right)^2+\left(\frac{s_{\bar{b}}}{\bar{b}}\right)^2+\left(\frac{s_{\pi}}{\pi}\right)^2+\left(2\frac{s_{\bar{c}}}{\bar{c}}\right)^2=\eta^2.$$

Учитывая это и, зная $\bar{\Phi}$, найдем: $s_{\bar{\Phi}}=\eta\cdot\bar{\Phi}$.

3. Советы по проведению расчетов погрешностей.

1. Использование калькуляторов при обработке результатов измерений безусловно желательно, т.к. существенно сокращает время математической обработки данных. Однако необходимо иметь в виду два очень важных обстоятельства:

а) обязательно <u>оценить конечный результат расчетов с точки зрения физической реальности,</u> т.к. он может быть неправильным из-за ошибок в расчетах;

б) на каждом промежуточном этапе расчетов корректно записывать результат, производя соответствующие округления, а не выписывать все 6-9 знаков после запятой, которые имеются на табло калькулятора.

Запомните! Точность результата не может быть повышена путем искусственного расширения набора разрядов в математических операциях с числами.

2. Обработка результатов измерений, расчет величин $\bar{x}$, s_x , $s_{\bar{x}}$, и других представляет собой довольно трудоемкую работу, которая может быть существенно облегчена. Обратите внимание на свой калькулятор. В ряде калькуляторов может существовать набор функциональных клавиш, позволяющих существенно ускорить статистическую обработку данных измерений, например клавиши $\Sigma x, \Sigma x^2, \sigma_n, \sigma_{n-1}$ и другие. Особенно удобны т.н. научные калькуляторы (scientific calculator), имеющие функцию „STAT'' (статистика), с клавишами $\bar{x}$, s, σ, используя которые (после ввода исходных данных), можно очень быстро вычислить указанные величины.

Внимание! В мировой практике, в теории вероятности и математической статистике для обозначения с.к.о. генеральной совокупности используется буква σ. Эта же буква используется в калькуляторах. Однако (в последнем случае) это лишь совпадение в обозначениях.

В калькуляторах с функцией „STAT'' клавише с обозначением σ соответствует следующая математическая операция: $\sigma = \sqrt{\dfrac{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}{n}}$. Клавиша s соответствует s_x , определяемой так: $s_x = \sqrt{\dfrac{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$ (см. соответствующую формулу в разделе 1.2.2.).

В калькуляторах с клавишами σ_n, σ_{n-1} соответствие следующее: $\sigma_n \equiv \sigma$; $\sigma_{n-1} \equiv s_x$

Подчеркнем, что в различных типах калькуляторов могут иметь место различия между обозначением клавиши и выполняемой математической операцией. Поэтому, предварительно целесообразно выяснить, по каким формулам определяются те или иные статистические величины *в вашем* калькуляторе. Можно также, взяв 5-6 чисел, и используя приведенные выше формулы, найти и сравнить результаты расчета вручную и на калькуляторе.

Часть 2 (практическая). **Проведение и обработка прямых и косвенных измерений**

Принадлежности: штангенциркуль, микрометр, измеряемые тела.

Цель лабораторной работы:

1) научиться пользоваться измерительными приборами: штангенциркулем и микрометром;
2) провести прямые измерения линейных размеров одного из предметов (стержень, параллелепипед, кольцо или другой предмет);
3) определить погрешности прямых измерений;

4) найти объем предмета и погрешность его определения.

Инструменты для измерения размеров

<u>**Штангенциркуль.**</u> Схема одного из его видов показана на рис.1а. Он состоит из двух основных частей: неподвижной части 1, на которой нанесена шкала 3 с миллиметровыми делениями (на рис.1а они не показаны) и подвижной каретки 2 со вспомогательной шкалой <u>нониусом</u> 4. Нониус позволяет измерить доли миллиметра. Цену нониуса можно определить, разделив 1мм на число делений шкалы нониуса. Обычно цену деления нониуса указывают на приборе внизу шкалы нониуса, например: 0,1мм; 0,05мм. В данном штангенциркуле цена деления нониуса равна 0,05мм. На шкале нониуса нанесены цифры: 0; 25; 50; 75 и 1, что означает (в частности) 0,25; 0,50 и 0,75мм.

Измеряемый предмет располагают между верхней или нижней парой губок 5, перемещая каретку 2. Сильный нажим недопустим, т.к. может привести к деформациям измеряемого тела или губок. Зажав предмет между губками, винтом 6 закрепляют каретку, чтобы она случайно не сместилась. Возможен другой способ: устанавливают между предметом и губками небольшой зазор (~0,1-0,3мм) при открепленном винте 6. Затем, закрепив винт 7, вращают винт 8, перемещая каретку 2 до соприкосновения губок 5 с предметом, что позволяет более плавно переместить каретку 2 и точнее выполнить измерения.

На рис.1б показана часть основной шкалы с нониусом. Отсчет производят так:

1) целое число миллиметров определяют <u>по основной шкале</u> от её “0„ до “0„на нониусе;

2) найти совпадающие штрихи на нониусе и на основной шкале и <u>по шкале нониуса</u> определить сотые доли миллиметра. На рис. 1б отсчет такой: 11,35мм. Результат должен быть кратен 0,05.

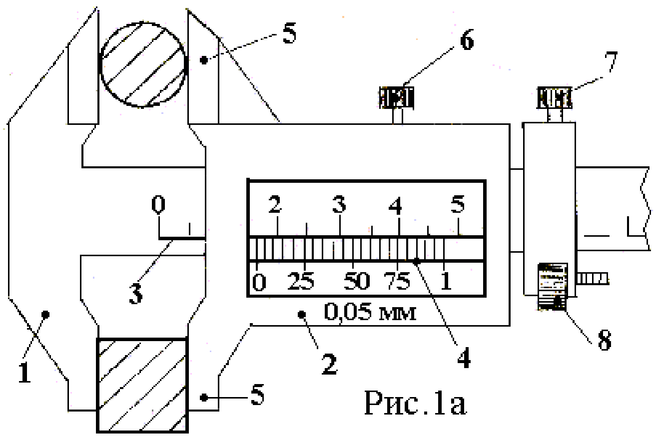


Рис.1а

Рис.1б

<u>**Микрометр**</u> позволяет измерить длины с точностью до 0,01мм. Его устройство показано на рис.2. Части 1 и 2 представляют одно целое. Относительно подковообразной части корпуса 1 микрометра перемещается подвижный стержень 3, представляющий собой конец микрометрического винта с шагом

0,5мм (находится внутри корпуса 2). Винт соединен с барабаном 4, на конической части которого нанесена шкала – 50 делений. Барабан 4 можно вращать за головку 5, но непосредственно перед контактом стержня 3 с измеряемым телом необходимо вращать за предохранительную головку 6 – “трещотку,,.

<u>Вращение следует прекратить сразу после появления треска</u>! Это предохранит микрометр от поломки.

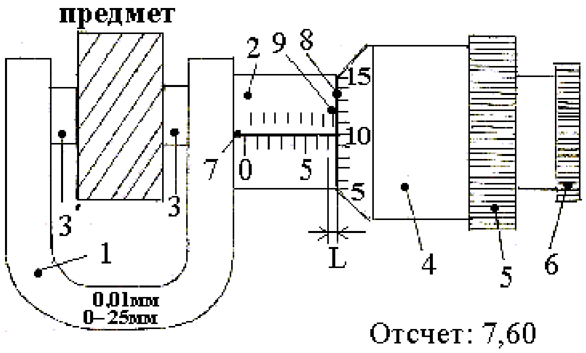


Рис.2.

На цилиндрической части корпуса 2 находится осевая линия 7, ниже которой нанесена основная миллиметровая шкала с нулевым делением “0,,. Выше осевой линии 7 нанесена вспомогательная шкала, причем её деления расположены посередине делений основной шкалы. Поворот барабана 4 на <u>одно</u> деление соответствует перемещению стержня 3 на 0,01 мм, а полный оборот барабана 4 – на 0,5мм.

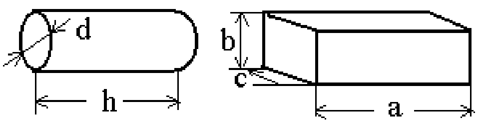
Если микрометр исправен, то при соприкосновении стержней 3 и 3′ (до первых щелчков трещотки 6) край барабана 4 (обозначен 8) совпадет с “0,, на нижней шкале. Если нет – то соответствующее показание надо записать и его следует учесть в последующих измерениях. Если несовпадение больше 0,5мм, то микрометр надо заменить. Зажав предмет между стержнями 3 и 3′ (с помощью головки 6), производят отсчет. <u>По нижней шкале</u> отсчитывают целое число миллиметров от “0,, до края 8 барабана 4. Число сотых долей мм можно найти двумя способами. Во-первых, оцените “на глаз,, расстояние L. Это можно уверенно сделать с точностью до 0,1мм. Если величина $L \leq 0{,}5$мм и на вспомогательной шкале не открыто полностью вспомогательное деление 9, то необходимо к отсчету целого числа мм по основной шкале добавить только число сотых долей мм на барабане напротив осевой линии 7. Если открыто вспомогательное деление 9, то к отсчету сотых долей на конусной шкале барабана надо добавить еще 0,50мм. Таким образом, деления вспомогательной шкалы позволяют оценить: надо к отсчету на барабане прибавлять 0,50мм или нет. На рис.2 отсчет такой 7,60=7,00+0,50+0,10.

Заметим, что в ряде случаев, трудно оценить нужно ли прибавлять 0,5мм или нет. Тогда, открепив измеряемый предмет, надо повернуть барабан 4 на 20^0-30^0 взад-вперед и посмотреть открыто или закрыто вспомогательное деление 9, одновременно оценивая величину L**.**

Измерения и обработка результатов измерений

Для выполнения работы необходимо в методическом кабинете (ком.512) получить инструменты (штангенциркуль и микрометр) и два измеряемых предмета (стержень {или трубку} и параллелепипед) Если студент делает лабораторную работу один, то можно ограничиться измерением одного из предметов.

Каждый из двух студентов бригады проводит измерения **только одного** из предметов; сначала, например, штангенциркулем, а затем микрометром. В это время другой студент проводит измерения ***своего*** предмета сначала микрометром, а затем штангенциркулем. Выбор предмета проведите заранее (чтобы подготовить соответствующие таблицы).



Неоднородность предмета по геометрическим параметрам и шероховатость поверхностей обуславливают случайные ошибки измерений.

Прямые измерения. Последовательность действий при измерениях и обработке измерений.

1. Установить величину систематической ошибки используемого прибора δ и занести её в таблицу

2. Измерить штангенциркулем и микрометром величины h и d (для стержня). Количество измерений должно быть порядка 5-7. Все измеряемые величины необходимо сразу заносить в таблицы заранее подготовленные в лабораторном журнале (см. образцы).

Внимание. Таблицы для записи измеренных величин a,b,c параллелепипеда необходимо составить самостоятельно по аналогии с приведёнными ниже для стержня. Величина a измеряется штангенциркулем, b и c – микрометром.

Примечание к п.2. В практике измерений, чтобы оценить имеют ли место случайные ошибки и сколь они существенны по сравнению с δ, необходимо выполнить 3-4 пробных измерения величины x. Затем надо найти диапазон изменения измеренных значений x: $\mathbf{\Delta x = x_{max} - x_{min}}$ и сравнить его с величиной δ. Возможны следующие случаи:

а) $\Delta x < \delta$, т.е. случайные ошибки несущественны; в этом случае результат измерения может записан так: $\mathbf{x} = \bar{x} \pm \boldsymbol{\delta}$, где $\bar{x} = x_{ср} = (x_{max} + x_{min})/2$. Заметим, что часто после проведения серии из 3-4 измерений выясняется, что для записи окончательного результата достаточно располагать всего лишь одним измерением. Однако для выяснения этого факта эксперимент с получением серии измерений совершенно необходим, т.к. такой исход не может быть предсказан заранее;

б) $\Delta x > \delta$, случайные ошибки существенны и необходимы последующие измерения для оценки их величины.

В данной лабораторной работе запись измерений пробной и основной серий производится в одной таблице.

Таблица 1 Таблица 2

	Штангенциркуль					Микрометр				
	h_i	$\bar{h}$	$s_{\bar{h}}$	δ	η_h	d_i	$\bar{d}$	$s_{\bar{d}}$	δ	η_d
n	мм	мм	мм	мм	%	мм	мм	мм	мм	%
1 2 … 7										

3.**<u>Обработка измерений</u>**. Рассчитать величины $\bar{h}$ и $\bar{d}$ и занести их в таблицу.

4. Для данного числа n измерений и выбранного значения β найти по таблице соответствующее значение коэффициента Стьюдента t

5. Найти величины $ts_{\bar{h}}$ и $ts_{\bar{d}}$ и сопоставить их с соответствующими величинами δ. Далее при выборе вида ошибки руководствоваться п.1.2.3.(стр.7) Обязательно <u>письменно</u> привести обоснование выбора вида ошибки измерений в данном случае: δ, $ts_{\bar{x}}$ или ε.

6. Записать окончательный результат в виде: $x = \bar{x} \pm$ ошибка.
Например, $h = \bar{h} \pm ts_{\bar{h}} = 6{,}35 \pm 0{,}76$ (мм) ; n=7, β=0,95, t=2,36.

7. Вычислить относительную погрешность η для прямых измерений.

Косвенные измерения

В этой части лабораторной работы находят объём стержня и параллелепипеда по формулам $V = S \cdot h = \left(\pi d^2/4\right) \cdot h$ и $V = abc$. В указанные формулы подставляют средние значения величин, найденные из обработки прямых измерений: $\bar{d}, \bar{h}, \bar{a}$ и т.п.

Расчет средней квадратической погрешности определения объёма $\tilde{\sigma}_V$ проводят в следующей последовательности:

а) рассчитывают относительную погрешность по формуле:

$$\eta_V{}^2 = \left(\frac{s_{\bar{V}}}{\bar{V}}\right)^2 = \left(2\frac{s_{\bar{d}}}{\bar{d}}\right)^2 + \left(\frac{s_{\bar{h}}}{\bar{h}}\right)^2 + \left(\frac{s_{\pi}}{\pi}\right)^2.$$

Величину π считать заданной в виде: π=3,14±0,005.

Примечание. Известно: π=3,14159…; e=2,71828…; g=9,86… и т.п. В подобных случаях случайную ошибку определяют как половину разряда, следующего за последним значимым разрядом. Например, выбрав g=9,8м/с^2 , имеем: g=9,8±0,05 м/с^2. Кроме этого, на стендах лабораторных работах указывается, например, масса тела m=15г или плотность шарика ρ=2,6г/см^3. Для указанных случаев: s_m=0,5г ; s_ρ=0,05 г/см^3.

б) величину $s_{\bar{V}}$ находят по формуле: $s_{\bar{V}} = \bar{V} \cdot \eta_V$;

в) результаты расчётов заносят в соответствующую таблицу (см.ниже);

г) окончательный результат расчётов представить в виде: $V=\overline{V}\pm s_{\overline{V}}$.

Стержень					**Параллелепипед**					
$\overline{d}$	$\overline{h}$	$\overline{V}$	$s_{\overline{V}}$	η_V	$\overline{a}$	$\overline{b}$	$\overline{c}$	$\overline{V}$	$s_{\overline{V}}$	η_V
мм	мм	мм^3	мм^3	**%**	мм	мм	мм	мм^3	мм^3	**%**

Аналогичные действия проводят при определении объёма параллелепипеда и погрешности его определения. Формулу для η_V параллелепипеда вывести самостоятельно (см. раздел **2**. Математическая обработка косвенных измерений).

Контрольные вопросы:

1. Как определяется погрешность прибора?
2. Как называются статистические характеристики случайных погрешностей (выборочные оценки) и как они определяются?
3. Что такое доверительный интервал и как он определяется?
4. Как определяется суммарная погрешность при прямых измерениях?
5. Что такое *промах* и как его выявить?
6. Как решается вопрос о выборе необходимого числа измерений?
7. Составьте (на основе прочитанного) алгоритм последовательности действий при обработке прямых измерений.
8. Составьте (на основе прочитанного) алгоритм последовательности действий при обработке косвенных измерений.
9. Найдите вид формулы относительной погрешности η для следующих функций: а) $g = 4\pi^2 l / T^2$, где l и T — переменные величины; б) $z = \frac{x}{x+y}$; в) $y=x^2 \sin\alpha$; x и α находят путем прямых измерений.