

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Московский государственный университет геодезии и картографии (МИИГАиК)**

Заочный факультет

# **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

**ПРОГРАММА И КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ №1 и №2**

По курсу

## **ФИЗИКА**

Физические основы механики

Молекулярная физика и термодинамика

Электростатика и постоянный ток

**Подлежит возврату в деканат  
заочного факультета**

**Для студентов I курса всех специальностей**

**МОСКВА 2005**

## УДК 530.1

Веровочкин Ю.Г., Ралетнев В.И., Скорохватов Н.А., Феофилактова Т.В.,  
Чернышев О.Н.

Методические указания, программа и контрольные работы №1 и  
№2 по курсу «Физика», -М.: изд. 2005.

Методические указания написаны в соответствии с утвержденной программой курса «Физика», рекомендованы кафедрой физики и методической комиссией заочного факультета, утверждены к изданию редакционно-издательской комиссией факультета оптического приборостроения.

Методические указания содержат рабочую программу курса физики, примеры решения задач и контрольные работы №1 и №2, а также необходимые сведения для выполнения и оформления контрольных работ.

Рис. 21 , прил. 3 , библиография 7 назв.

Рецензенты: доц. Малинникова Е.В., МГУГиК  
доц. Воронина Е.В., МГУ

## ВВЕДЕНИЕ

Методические указания по физике для студентов I курса заочного факультета ставят своей целью ознакомить студентов-заочников МИИГАиК с порядком выполнения учебного плана по курсу физики и содержат варианты домашних контрольных работ №1 и №2.

В данных указаниях приведены: рабочая программа по физике для студентов I курса, основная и дополнительная литература, указания к выполнению и оформлению контрольных работ, примеры решения задач, контрольные работы №1 и №2, справочные таблицы.

Согласно учебным планам заочного факультета МИИГАиК студенты всех специальностей изучают физику на первом и втором курсах.

На первом курсе изучают разделы физики.

1. Физические основы механики.
2. Молекулярная физика и термодинамика.
3. Электростатика и постоянный ток.

Студенты-заочники сдают по физике на I курсе зачет и экзамен.

**На зачете** необходимо представить отчет по лабораторным работам и проверенные преподавателем домашние контрольные работы. Студенты проходят **собеседование** по контрольным работам, на котором они должны проявить знания основных законов физики и умение их использовать при решении контрольных задач, **уметь решать задачи подобного типа**.

**На экзамене** студент должен показать знание основных физических законов и явлений, провести необходимые математические выводы и доказательства. Экзаменационный билет включает два теоретических вопроса и задачу по различным разделам программы.

Систематически в течение года преподавателями кафедры проводятся консультации. Иногородние студенты-заочники могут выяснить интересующие их вопросы путем переписки.

## УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ И ОФОРМЛЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Для получения глубоких и прочных знаний студент должен систематически изучать курс физики. Изучение должно сопровождаться кратким конспектированием основной учебной литературы. В рабочей тетради необходимо записывать законы и основные формулы, определения физических величин и единицы их измерения, дать чертежи. Для контроля знаний необходимо использовать рабочую программу по физике, пользоваться консультациями преподавателей и задавать вопросы в письменной форме.

К выполнению контрольных работ нужно приступать только после изучения теоретического материала

В данных методических указаниях представлены примеры решения задач по всем разделам, заключенным в контрольных работах № 1 и № 2. Каждый раздел завершается заданиями для самостоятельной работы, что должно помочь

студентам-заочникам оценить, как усвоен изучаемый материал. «Методические указания к выполнению контрольных работ по курсу физики» студенты могут получить в деканате заочного факультета.

Контрольные работы следует высылать на проверку каждую **в отдельной тетради**, последовательно в указанном порядке с тем, чтобы они были проверены **до начала экзаменационной сессии**. Контрольная работа выполняется чернилами или шариковой ручкой в обычной школьной тетради, на обложке указывается фамилия, имя, отчество, шифр, курс и домашний адрес.

Условия задач в контрольной работе нужно переписывать полностью, для замечаний преподавателя на страницах тетради **оставляются поля**. В конце контрольной работы следует указать, каким учебником студент пользовался при изучении данного раздела физики. Высылать на рецензию следует **одновременно не более одной работы**. Если работа получает отрицательный отзыв, студент должен представить ее **на повторную рецензию**, включив в нее те задачи, решения которых оказались неверными. Повторная работа представляется вместе с незачтенной.

**В контрольной работе студент должен решить восемь задач того варианта, номер которого совпадает с последней цифрой его шифра.**

К решению задач следует приступать после тщательного изучения того или иного раздела курса физики. При решении задачи необходимо представлять себе, о каком физическом явлении сказано в задаче, и вспомнить законы, описывающие это явление.

Решения должны сопровождаться **подробными** пояснениями используемых физических законов. Если при решении задач применяется формула, полученная для частного случая, то ее следует **вывести**. Необходимо дать **чертеж**, поясняющий содержание задачи. Необходимо получить решение задачи в общем виде, затем подставить числовые значения величин, выраженных в единицах СИ, произвести вычисление искомых величин, затем, где целесообразно, оценить правдоподобность числового ответа. Вывести единицы измерения искомой величины, для чего в рабочую формулу вместо символов величин подставить обозначения единиц измерения и произвести с ними необходимые действия. В ответе записать числовое значение и сокращенное наименование единицы измерения искомой величины.

# РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ПО ФИЗИКЕ ДЛЯ I КУРСА

## Введение

Предметы и разделы физики. Методы физического исследования: опыт, гипотеза, эксперимент, теория. Физика – теоретическая основа техники. Роль физики в развитии техники. Роль физики в прикладных задачах геодезии.

Физические величины и виды их классификации. Методы измерений. Элементарные методы учета погрешностей. Обработка прямых и косвенных измерений.

## 1. Физические основы механики

Механическое движение. Система отсчета. Материальная точка. Траектория, перемещение и путь. Средняя путевая скорость. Средняя скорость перемещения. Мгновенная скорость как производная радиус-вектора по времени. Ускорение как вторая производная радиус-вектора по времени. Тангенциальное, нормальное и полное ускорения.

Движение материальной точки по окружности. Угловая скорость и угловое ускорение. Связь между угловыми и линейными характеристиками движения. Классическая механика и границы ее применимости. Первый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчета.

Принцип относительности Галилея. Преобразования Галилея.

Взаимодействие тел. Основные типы взаимодействий. Системы единиц измерений физических величин.

Сила. Масса. Второй и третий законы Ньютона.

Виды сил в механике. Силы упругости. Закон Гука.

Силы тяготения. Закон всемирного тяготения.

Понятие о поле сил. Поле сил тяжести Земли. I и II космические скорости.

Импульс материальной точки. Импульс системы тел. Замкнутые системы. Закон сохранения импульса. Реактивное движение.

Центр инерции (центр масс) механической системы и закон его движения.

Механическая работа. Работа переменной силы. Мощность.

Кинетическая энергия.

Потенциальная энергия. Энергия гравитационного взаимодействия. Энергия упруго деформированного тела.

Консервативные и диссипативные силы. Полная энергия механической системы. Закон сохранения энергии в механике.

Понятие абсолютно твердого тела. Момент инерции. Теорема Штейнера.

Момент силы. Основное уравнение вращательного движения.

Момент импульса. Закон сохранения момента импульса.

Кинетическая энергия вращательного движения.

Постулаты специальной теории относительности. Преобразования Лоренца.

Относительность длин и промежутков времени.

Релятивистский закон сложения скоростей.

Основной закон релятивистской динамики. Взаимосвязь массы и энергии.  
Идеальная жидкость. Уравнение неразрывности. Уравнение Бернулли.  
Вязкость. Ламинарное и турбулентное течения. Формула Стокса.

## **2. Молекулярная физика и термодинамика**

Статистический и термодинамический методы исследования. Тепловое движение.  
Макроскопические параметры.  
Идеальный газ. Уравнение состояния идеального газа.  
Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов.  
Средняя квадратичная скорость. Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул.  
Число степеней свободы. Закон Больцмана о равнораспределении энергии по степеням свободы. Средняя кинетическая энергия молекулы.  
Распределение молекул по скоростям. График распределения Максвелла.  
Наиболее вероятная скорость.  
Барометрическая формула.  
Идеальный газ в поле силы тяжести. Изменение концентрации частиц с высотой.  
Распределение Больцмана.  
Столкновение между молекулами. Средняя длина свободного пробега молекул.  
Явления переноса в газах  
Внутренняя энергия идеального газа.  
Теплоемкость идеального газа. Уравнение Майера.  
Первое начало термодинамики и его применение к изопроцессам.  
Работа, совершаемая газом в изопроцессах.  
Адиабатический процесс. Уравнение Пуассона.  
Круговые процессы. Тепловой двигатель. Цикл Карно. КПД.  
Обратимые и необратимые процессы. Энтропия и ее статистический смысл.  
Второе начало термодинамики.  
Реальные газы. Уравнение Ван-дер-Ваальса.

## **3. Электростатика и постоянный ток**

Элементарный заряд. Закон сохранения электрического заряда. Закон Кулона.  
Электрическое поле. Напряженность поля. Силовые линии поля. Принцип суперпозиций полей.  
Поток вектора напряженности. Теорема Остроградского-Гаусса.  
Вычисление напряженности поля бесконечной однородно заряженной плоскости, двух разноименно заряженных плоскостей.  
Вычисление напряженности поля бесконечного равномерно заряженного по поверхности цилиндра.  
Вычисление напряженности поля равномерно заряженного по объему шара.  
Работа сил электрического поля при перемещении зарядов. Циркуляция вектора напряженности.  
Потенциал электростатического поля. Эквипотенциальные поверхности.

Связь между напряженностью электрического поля и потенциалом.  
Электрическое поле в веществе. Полярные и неполярные молекулы. Поляризация диэлектриков.  
Вектор поляризации. Электрическое смещение. Диэлектрическая проницаемость.  
Вектор электрического смещения.  
Теорема Остроградского–Гаусса для электрического поля в веществе. Расчет напряженности электрического поля в диэлектриках.  
Емкость проводников. Конденсаторы. Соединение конденсаторов.  
Энергия системы неподвижных точечных зарядов.  
Энергия заряженного проводника и конденсатора.  
Энергия электростатического поля. Объемная плотность энергии.  
Электрический ток. Сила тока. Плотность тока. Закон Ома для однородного участка цепи.  
Электродвижущая сила (ЭДС). Закон Ома для полной цепи. Закон Ома для участка цепи, содержащей ЭДС.  
Закон Ома в дифференциальной форме.  
Правила Кирхгофа для разветвленных цепей.  
Работа и мощность тока. Закон Джоуля-Ленца.  
Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме.

## **ЛИТЕРАТУРА**

### **Основная**

1. Трофимова Т.И. Курс физики. - М.: Высшая школа, 2003.
2. Детлаф А.А, Яворский Б.М. Курс физики. - М.: Академия, 2003.
3. Дмитриева В.Ф., Прокофьев В.Л. Основы физики. - М.: Высшая школа, 2003.
4. Савельев И.В. Курс общей физики. - М.: ООО изд. АСТ, 2004. Т. 1-5.

### **Дополнительная**

5. Бондарев Б.В., Калашников Н.П., Спиринов Г.Г. Курс общей физики. - М.: Высшая школа, 2003. Т. 1-3.
6. Трофимова Т.И., Павлова З.Г. Сборник задач по курсу физики с решениями. - М.: Высшая школа, 2003.
7. Физические величины. Справочник под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. - М.: Энергоатомиздат, 1991.

# I. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

## Основные формулы

• Положение материальной точки в пространстве характеризуется координатами  $x, y, z$  либо радиус-вектором  $\vec{r}$ , проведенным из начала отсчета в материальную точку.

• Кинематический закон поступательного движения материальной точки (центра масс твердого тела) в пространстве:  $\vec{r} = \vec{f}(t)$ , где  $\vec{f}(t)$  - некоторая векторная функция времени.

• Мгновенная скорость:  $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

• Мгновенное ускорение:  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

• Перемещение:  $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$  - разность двух радиус-векторов, соответствующих двум положениям материальной точки.

• Закон поступательного движения вдоль оси  $x$ :  $x = f(t)$

• Скорость по оси  $x$  (проекция  $\vec{v}$  на ось  $x$ ):  $v_x = \frac{dx}{dt}$

• Ускорение по оси  $x$  (проекция  $\vec{a}$  на ось  $x$ ):  $a_x = \frac{dv_x}{dt}$

• Перемещение по оси  $x$  (проекция  $\Delta\vec{r}$  на ось  $x$ ):  $\Delta x = x_2 - x_1$

• Для равнопеременного движения:

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}; \quad v_x = v_{0x} + at,$$

где  $x_0$  и  $v_{0x}$  - координата и скорость в момент времени  $t = 0$ .

• Путь  $S$  - длина траектории, всегда  $S \geq 0$

• Средняя путевая скорость  $\langle v \rangle = \frac{S}{t}$ , где  $S$  - путь, пройденный за время  $t$ .

• Средняя скорость перемещения  $\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ , где  $\Delta\vec{r}$  - перемещение за время  $\Delta t$ .

$\Delta t$ .

• Кинематический закон вращательного движения материальной точки по окружности постоянного радиуса  $R$ :  $\varphi = f(t)$ , здесь  $\varphi$  - угол поворота радиус-вектора постоянной длины  $\vec{R}$ ,  $\varphi$  - скалярная величина. Изменение угла  $d\varphi$  - векторная величина, направление которой определяется по правилу правого винта (буравчика) и направлена вдоль оси вращения.

• Угловая скорость:  $\vec{\omega} = \frac{d\varphi}{dt}$



- Угловое ускорение:  $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$

- Для равномерного вращательного движения ( $\omega = \text{const}$ ):

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu, \quad \text{где } T - \text{период обращения, } \nu - \text{частота.}$$

- Для равнопеременного вращательного движения ( $\varepsilon = \text{const}$ ):

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}; \quad \omega = \omega_0 + \varepsilon t,$$

где  $\varphi_0$  и  $\omega_0$  - координата и угловая скорость в момент времени  $t=0$ .

- Связь между угловыми и линейными, характеризующими движение точки по окружности:

$$\vec{v} = [\vec{\omega}\vec{R}], \quad \vec{a}_\tau = [\varepsilon\vec{R}], \quad \vec{a}_n = -\omega^2 \vec{R},$$

где  $\vec{a}_\tau$  и  $\vec{a}_n$  - тангенциальное и нормальное ускорения,  $\vec{a}_n$  направлено по радиусу окружности к центру вращения,  $\vec{a}_\tau$  - по касательной к траектории.

- Полное ускорение:  $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$ ,  $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = R\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}$

- Импульс материальной точки массой  $m$ , движущейся поступательно со скоростью  $\vec{v}$ :

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

- Второй закон Ньютона:  $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$  или  $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$ ,

где  $\vec{F}$  - сила или равнодействующая сил, действующих на тело.

- Силы, рассматриваемые в механике:

а) сила упругости:  $F_x = -kx$ , где  $k$  - коэффициент упругости,  $x$  - абсолютная деформация;

б) сила тяжести:  $F = mg$ , где  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$  - ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли;

в) сила гравитационного взаимодействия:  $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ , где

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 / (\text{кг} \cdot \text{с}^2)$  - гравитационная постоянная,  $m_1$  и  $m_2$  - массы взаимодействующих тел,  $r$  - расстояние между телами (тела рассматриваются как материальные точки) или между центрами симметрии (для центрально-симметричных тел с равномерно распределенной массой);

г) сила трения скольжения:  $F = \mu N$ , где  $\mu$  - коэффициент трения (величина постоянная для двух данных трущихся поверхностей),  $N$  - сила нормального давления.

- Момент силы  $\vec{F}$  относительно неподвижной точки:

$$\vec{M} = [\vec{r}\vec{F}],$$

где  $\vec{r}$  - радиус-вектор проведенный из неподвижной точки в точку приложения силы. В скалярном виде  $M=Fl$ , где  $l = r \cdot \sin\alpha$  - расстояние от неподвижной точки до линии действия силы (плечо силы),  $\alpha$  - угол между векторами  $\vec{F}$  и  $\vec{r}$ .

• Положение центра масс (центра инерции) системы тел находится по формуле:

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i},$$

где  $m_i$  – масса  $i$  – го тела системы,  $\vec{r}_i$  - радиус-вектор этого тела относительно выбранной системы отсчета или в скалярном виде:

$$x_c = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i}, \quad y_c = \frac{\sum_i m_i y_i}{\sum_i m_i}, \quad z_c = \frac{\sum_i m_i z_i}{\sum_i m_i}$$

• Момент силы  $\vec{F}$  относительно неподвижной оси вращения:

$$\vec{M} = [\vec{r}\vec{F}_\perp],$$

где  $\vec{F}_\perp$  - составляющая силы  $\vec{F}$  в плоскости, перпендикулярной оси вращения. В скалярном виде  $M = F_\perp l$ , где  $l = r \cdot \sin\alpha$  - расстояние от неподвижной точки до линии действия силы (плечо силы),  $\alpha$  - угол между векторами  $\vec{F}_\perp$  и  $\vec{r}$ . Момент силы относительно неподвижной оси направлен вдоль оси вращения и направление его определяется по правилу правого винта.

• Момент инерции материальной точки относительно неподвижной точки O:

$$I = mr^2,$$

где  $m$  – масса материальной точки,  $r$  – расстояние от материальной точки до точки O.

• Момент инерции системы материальных точек относительно неподвижной оси:

$$I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2,$$

где  $r_i$  - расстояние от  $i$  – ой материальной точки массой  $m_i$  до оси.

• Момент инерции твердого тела относительно неподвижной оси:

$$I = \int_V \rho r^2 dV,$$

где  $V$  – объем тела,  $r$  – расстояние от оси вращения до элемента тела с объемом  $dV$ ,  $\rho$  - плотность тела.

• Моменты инерции некоторых простых тел  $m$  относительно оси проходящей через центр масс и совпадающей с осью симметрии тела:

а) однородного стержня длиной  $l$  относительно оси перпендикулярной стержню:

$$I = \frac{1}{12} ml^2$$

б) кольца (тонкостенного цилиндра) радиуса  $R$  :  $I = mR^2$ ;

в) сплошного однородного цилиндра (диска) радиуса  $R$  :  $I = \frac{1}{2} mR^2$ ;

г) однородного шара радиуса  $R$  :  $I = \frac{2}{5} mR^2$ .

• Момент инерции твердого тела относительно произвольной оси  $z$  определяется по теореме Штейнера:

$$I_z = I_0 + ma^2,$$

где  $I_0$  - момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс тела и параллельной выбранной,  $a$  – расстояние между осями.

• Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси:

$$\vec{M} = I\vec{\varepsilon},$$

где  $\vec{M}$  - результирующий момент сил, действующих на тело,  $I$  – момент инерции этого тела относительно выбранной оси,  $\vec{\varepsilon}$  - угловое ускорение.

• Момент импульса материальной точки относительно неподвижной точки:

$$\vec{L} = [\vec{r}\vec{p}],$$

где  $\vec{r}$  - радиус-вектор проведенный из неподвижной точки в точку в которой находится в данный момент времени материальная точка имеющая импульс  $\vec{p}$ .

В скалярном виде  $L = pl$ , где  $l = r \cdot \sin\alpha$  - расстояние от неподвижной точки до прямой линии, проходящей через вектор  $\vec{p}$  (плечо),  $\alpha$  - угол между векторами  $\vec{p}$  и  $\vec{r}$ .

• Момент импульса относительно неподвижной оси:

$$\vec{L} = [\vec{r}\vec{p}_\perp],$$

где  $\vec{p}_\perp$  - составляющая импульса  $\vec{p}$  в плоскости, перпендикулярной оси вращения. В скалярном виде  $L = p_\perp l$ , где  $l = r \cdot \sin\alpha$  - расстояние от неподвижной точки до прямой проходящей через вектор  $\vec{p}$  (плечо),  $\alpha$  - угол между векторами  $\vec{p}_\perp$  и  $\vec{r}$ . Момент импульса относительно неподвижной оси направлен вдоль оси вращения и направление его определяется по правилу правого винта.

• Момент импульса твердого тела относительно неподвижной оси:

$$\vec{L} = I\vec{\omega},$$

где  $I$  – момент инерции тела относительно выбранной оси,  $\vec{\omega}$  - угловая скорость тела.

• Работа силы  $\vec{F}$  при поступательном движении:

$$dA = \vec{F} d\vec{r} = Fr \cdot \cos\alpha,$$

где  $d\vec{r}$  - перемещение за время  $dt$ ,  $\alpha$  - угол между силой и перемещением.

- Работа момента силы при повороте тела:

$$dA = M d\varphi,$$

где  $d\varphi$  - угол поворота.

- Мощность (работа, производимая в единицу времени):

$$N = \frac{dA}{dt}$$

- Кинетическая энергия:

а) поступательного движения 
$$W_k = \frac{mv^2}{2};$$

б) вращательного движения 
$$W_k = \frac{I\omega^2}{2}.$$

- Потенциальная энергия:

а) упругодеформированной пружины: 
$$W_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2},$$

где  $k$  – коэффициент жесткости пружины,  $x$  – абсолютная деформация;

б) тела в однородном поле сил тяжести: 
$$W_{\text{п}} = mgh,$$

где  $h$  - высота над уровнем принятым за нулевой (формула справедлива при  $h \ll R_3$ , где  $R_3$  – радиус Земли);

в) гравитационного взаимодействия: 
$$W_{\text{п}} = -G \frac{m_1 m_2}{r}.$$

- Законы сохранения в механике:

а) импульса: суммарный импульс замкнутой (изолированной) системы есть величина постоянная:

$$\sum_{i=1}^n \vec{p}_i = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = \text{const};$$

б) момента импульса: суммарный момент импульса замкнутой (изолированной) системы есть величина постоянная:

$$\sum_{i=1}^n \vec{L}_i = \sum_{i=1}^n I \vec{\omega}_i = \text{const};$$

в) механической энергии: полная механическая энергия консервативной системы (системы в которой действуют только консервативные силы) есть величина постоянная:

$$E = \sum_{i=1}^n E_i = \sum_{i=1}^n (W_{k_i} + W_{\text{п}_i}) = \text{const};$$

• Работа  $A$ , совершаемая внешними силами и силами трения, равна изменению полной энергии системы тел:

$$A = A_{\text{внеш}} + A_{\text{тр}} = \Delta E = E_2 - E_1;$$

- Период колебаний математического маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}},$$

где  $L$ - длина маятника,  $g$ - ускорение свободного падения.

• Период колебаний физического маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}} = 2\pi \sqrt{\frac{d}{g} + \frac{I_0}{mgd}} = 2\pi \sqrt{\frac{L_{пр}}{g}},$$

где  $I$  - момент инерции физического маятника относительно точки подвеса,  $I_0$  – момент инерции физического маятника относительно оси проходящей через центр масс маятника,  $d$  - расстояние от точки подвеса до центра масс физического маятника,  $g$  - ускорение свободного падения,  $m$  – масса физического маятника,  $L_{пр}$  - приведенная длина физического маятника (расстояние от точки подвеса до центра качания).

### Примеры решения задач

**Задача 1.** Материальная точка движется по окружности радиуса  $R = 0,1$  м согласно уравнению  $\varphi = At + Bt^3$ , где  $A = 54$  рад/с,  $B = -2$  рад/с<sup>3</sup>. Через какое время после начала вращения скорость точки будет равна нулю? Найти полное ускорение точки в этот момент времени.

**Решение.** В условии задачи кинематический закон вращательного движения материальной точки, из которого можно определить зависимость угловой скорости  $\omega$  и углового ускорения  $\varepsilon$  от времени:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = A + 3Bt^2 \quad \text{и} \quad \varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = 6Bt.$$

Линейная скорость точки связана с угловой скоростью зависимостью  $v = \omega R$ . По условию  $v = 0$ , поэтому  $\omega = 0$ , или

$$A + 3Bt^2 = 0,$$

откуда находим время  $t = \sqrt{-\frac{A}{3B}}$ .

Нормальное ускорение  $a_n = \omega^2 R = 0$ , тангенциальное уравнение

$a_\tau = \varepsilon R = 6BtR$ , полное ускорение  $a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = a_\tau = 6BtR$ . Подставим числовые данные и произведем вычисления:

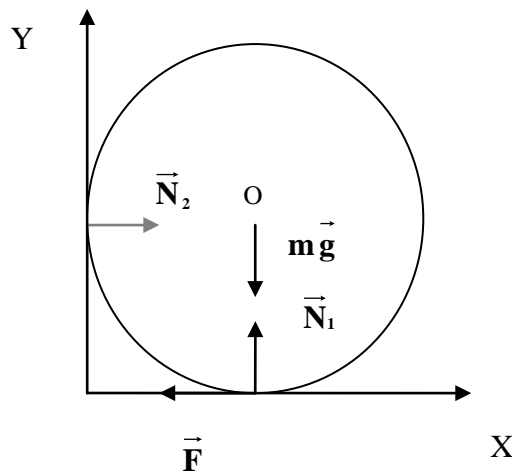
$$t = \sqrt{-\frac{54}{3(-2)}} = 3 \text{ с}, \quad a_\tau = 6 \cdot (-2) \cdot 3 \cdot 0,1 = -3,6 \text{ м/с}^2, \quad a = |a_\tau| = 3,6 \text{ м/с}^2.$$

Выведем размерности полученных величин

$$[t] = \left[ \left( \frac{\text{рад/с}}{\text{рад/с}^3} \right)^{1/2} \right] = [с]; \quad [a_\tau] = \left[ \text{м} \left( \frac{\text{рад}}{\text{с}} \cdot \frac{\text{рад}}{\text{с}^3} \right)^{1/2} \right] = [\text{м/с}^2], \quad [a] = [\text{м/с}^2].$$

**Задача 2.** Раскрученный до частоты  $\nu = 5$  Гц сплошной цилиндр массой  $m = 10$  кг и радиусом  $R = 0,5$  м кладут в угол комнаты, при этом он вращается на месте. Коэффициент трения между цилиндром и полом  $\mu = 0,02$ . Трением между цилиндром и стеной пренебречь. Найти ускорение цилиндра, число оборотов до его полной остановки и работу против сил трения.

**Решение.** На рисунке изображен цилиндр и силы, действующие на него:  $\vec{m}g$  - сила тяжести,  $\vec{N}_1$  и  $\vec{N}_2$  - силы нормального давления со стороны пола и стены соответственно,  $\vec{F}$  - сила трения,  $O$  - ось вращения цилиндра.



Центр масс тела покоится, поэтому можно записать уравнения движения по горизонтальной и вертикальной оси:

$$N_1 - mg = 0$$

$$N_2 - F = 0$$

Кроме того  $F = \mu N_1$ . Решая систему уравнений, получим, что сила трения  $F = \mu mg$ .

Теперь запишем для цилиндра основное уравнение динамики вращательного

движения относительно оси вращения цилиндра:  $FR = I\varepsilon$ , где  $I = \frac{mR^2}{2}$  -

момент инерции цилиндра, откуда получаем:  $\varepsilon = \frac{FR}{I} = \frac{2\mu mgR}{mR^2} = \frac{2\mu g}{R}$ .

Для нахождения числа оборотов необходимо определить полный угол поворота цилиндра вокруг своей оси до полной остановки. Для этого запишем кинематические соотношения для угла поворота угловой скорости для нашего случая:

$$\varphi = \omega_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{2} = \frac{\omega_0^2}{2\varepsilon} \quad \text{и} \quad \omega_0 - \varepsilon t = 0.$$

Знак минус соответствует равнозамедленному движению. Здесь  $\omega_0 = 2\pi\nu$  - начальная угловая скорость. Время до остановки  $t = \frac{\omega_0}{\varepsilon} = \frac{2\pi\nu R}{2\mu g} = \frac{\pi\nu R}{\mu g}$ . Число оборотов цилиндра:

$$N = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\omega_0^2}{2\varepsilon} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{(2\pi\nu)^2}{2 \cdot 2\mu g} = \frac{\pi\nu^2 R}{2\mu g}.$$

Теперь найдем работу против сил трения. Работа против сил трения это произведение силы трения  $F$  на путь  $2\pi RN$ ,  $\cos \alpha = -1$ , поэтому работа сил трения  $A$  отрицательна:

$$A = -F \cdot 2\pi RN = -\mu mg 2\pi RN = -\pi^2 \nu^2 mR^2.$$

Это же выражение для работы можно получить из других соображений, а именно из закона изменения и сохранения энергии – работа сил трения равна изменению кинетической энергии (в нашем случае изменению кинетической энергии вращательного движения):

$$A = \Delta E = -\frac{I\omega_0^2}{2} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{mR^2}{2} (2\pi\nu)^2 = -\pi^2 \nu^2 mR^2.$$

Производим вычисления

$$\varepsilon = \frac{2\mu g}{R} = \frac{2 \cdot 0,02 \cdot 9,8}{0,5} = 0,78 \text{ (рад/с}^2\text{)};$$

$$N = \frac{\pi\nu^2 R}{2\mu g} = \frac{3,14 \cdot 5^2 \cdot 0,5}{2 \cdot 0,02 \cdot 9,8} \cong 100 \text{ оборотов};$$

$$A = -\pi^2 \nu^2 mR^2 = -3,14^2 \cdot 5^2 \cdot 10 \cdot 0,5^2 = -616 \text{ (Дж)}.$$

Выведем размерности полученных величин

$$[\varepsilon] = \left[ \frac{\text{м/с}^2}{\text{м}} \right] = \left[ \frac{1}{\text{с}^2} \right]; \quad [A] = \left[ \text{Гц}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^2 \right] = \left[ \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2} \right] = [\text{Н} \cdot \text{м}] = [\text{Дж}];$$

$$[N] = \left[ \frac{\text{Гц}^2 \cdot \text{м}}{\text{м/с}^2} \right] = [1]$$

**Задача 3.** Фигурист, раскинув руки, выполняет вращение на льду с частотой  $\nu_1 = 1$  Гц, Какова будет частота вращения фигуриста, если он прижмет руки к груди, уменьшив тем самым свой момент инерции с  $I_1 = 1,2 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$  до  $I_2 = 0,8 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ? Какую работу должен совершить фигурист для этого?

**Решение.** Согласно закону сохранения момента импульса в замкнутой системе суммарный момент импульса остается постоянным, т.е.  $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$  или  $I_1 2\pi\nu_1 = I_2 2\pi\nu_2$ . Отсюда находим конечную частоту вращения фигуриста:

$$\nu_2 = \nu_1 \frac{I_1}{I_2}.$$

Работа, которую нужно совершить фигуристу, равна изменению кинетической энергии:

$$A = \Delta E = \frac{I_2 \omega_2^2}{2} - \frac{I_1 \omega_1^2}{2} = \frac{I_2}{2} (2\pi v_2)^2 - \frac{I_1}{2} (2\pi v_1)^2 = 2\pi^2 (I_2 v_2^2 - I_1 v_1^2) = 2\pi^2 v_1^2 I_1 \left( \frac{I_2}{I_1} - 1 \right)$$

Производим вычисления

$$v_2 = v_1 \frac{I_1}{I_2} = 1 \cdot \frac{1,2}{0,8} = 1,5 (\text{Гц}); \quad A = 2 \cdot 3,14^2 \cdot 1^2 \cdot 1,2 \left( \frac{1,2}{0,8} - 1 \right) = 11,8 (\text{Дж}).$$

Выведем размерности полученных величин

$$[v_2] = \left[ \frac{\text{Гц} \cdot \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{кг} \cdot \text{м}^2}}{\text{кг} \cdot \text{м}^2} \right] = [\text{Гц}]; \quad [A] = [\text{Гц}^2 \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^2] = \left[ \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}^2} \right] = [\text{Н} \cdot \text{м}] = [\text{Дж}].$$

**Задача 4.** Рассчитайте ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли и первую космическую скорость. Радиус Земли принять равным  $R_3 = 6370$  км, масса Земли  $M_3 = 5,96 \cdot 10^{24}$  кг.

**Решение.** Согласно закону всемирного тяготения на тело массы  $m$ , находящееся на поверхности Земли, действует сила гравитационного притяжения

(сила тяготения):  $F = G \frac{mM_3}{R_3^2}$ , где  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2$  – гравитационная

постоянная. Запишем II закон Ньютона для этого тела:  $F = mg$  или

$G \frac{mM_3}{R_3^2} = mg$ ,  $g$  – ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли:

$g = G \frac{M_3}{R_3^2}$ . Первая космическая скорость это скорость, которую нужно сообщить

телу, чтобы оно вращалось вокруг Земли по круговой орбите радиуса  $R \cong R_3$ .

Тогда

$$G \frac{M_3 m}{R_3^2} = \frac{mv_I^2}{R_3} = mg, \text{ откуда } v_I = \sqrt{gR_3}.$$

Производим вычисления

$$g = G \frac{M_3}{R_3^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,96 \cdot 10^{24}}{6370^2 \cdot 10^6} = 9,8 (\text{м/с}^2)$$

$$v_I = \sqrt{gR_3} = \sqrt{9,8 \cdot 6,37 \cdot 10^6} = 7,9 \cdot 10^6 (\text{м/с}).$$

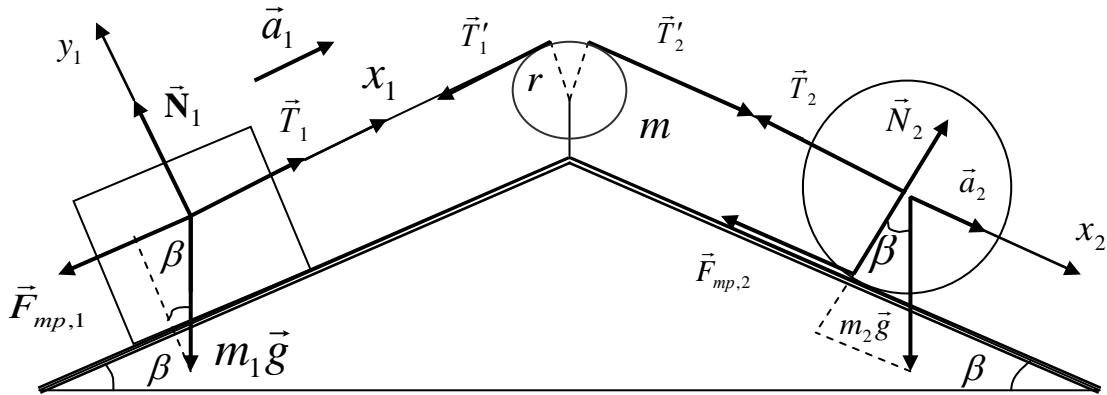
Выведем размерности полученных величин

$$[g] = \left[ \frac{\text{М}^3 \cdot \text{кг}}{\text{кг} \cdot \text{с}^3 \cdot \text{м}^2} \right] = [\text{М/с}^2]; \quad [v_I] = \left[ \left( \frac{\text{М}}{\text{с}^2} \cdot \text{М} \right)^{1/2} \right] = [\text{М/с}].$$

**Задача 5.** Однородный сплошной цилиндр массой  $m_2 = 4$  кг может вращаться без трения вокруг оси. За эту ось, нерастяжимой невесомой нитью, перекинутой



через блок массой  $m = 1$  кг, он привязан к бруску массой  $m_1 = 1$  кг. Определить ускорение цилиндра вдоль наклонной плоскости и силу трения, действующую на него, при качении без проскальзывания. Блок вращается без трения. Угол наклона плоскостей к горизонту  $\beta = 30^\circ$ . Коэффициент трения бруска о плоскость  $\mu = 0,1$ .



**Решение.** На цилиндр действуют: сила тяжести  $m_2 \vec{g}$ , сила натяжения нити  $\vec{T}_2$ , сила реакции опоры  $\vec{N}_2$  и сила трения  $\vec{F}_{\text{тр},2}$ . Поскольку цилиндр катится без проскальзывания, то  $\vec{F}_{\text{тр},2}$  - это сила трения покоя. Величина этой силы заранее неизвестна и находится в процессе решения ( $0 \leq F_{\text{тр},2} \leq \mu \cdot N_2$ , где  $\mu$  - коэффициент трения). Силы, действующие на брусок, имеют тот же смысл и обозначены теми же буквами с индексом 1.

На блок действуют две силы натяжения  $\vec{T}'_1$  и  $\vec{T}'_2$  ( $T'_1 = T_1$  и  $T'_2 = T_2$ ). Между собой они неравны ( $T'_1 \neq T'_2$ ), так как в противном случае, результирующий вращающий момент, действующий на блок, равнялся бы нулю, и блок не вращался бы с ускорением.

Чтобы решить задачу, для цилиндра запишем второй закон Ньютона и уравнение динамики вращательного движения, для блока - уравнение динамики вращательного движения, а для бруска - второй закон Ньютона. Кроме того, будем использовать следующую связь между линейным ускорением центра масс цилиндра  $\vec{a}_2$  и его угловым ускорением  $\varepsilon_2$ , которая справедлива при качении без проскальзывания:

$$\vec{a} = \varepsilon_2 \cdot \mathbf{R}_2, \quad (1)$$

где  $\mathbf{R}_2$  - радиус цилиндра (в силу нерастяжимости нити, ускорения центров масс цилиндра и бруска одинаковы, то есть  $\vec{a}_1 = \vec{a}_2 = \vec{a}$ ). Если нить не проскальзывает относительно блока, то формула (1) также связывает его угловое ускорение  $\varepsilon$  с линейным ускорением центров масс бруска и цилиндра  $\vec{a}$  (В этом случае,  $\mathbf{R}_2$  в ней нужно заменить на радиус блока  $\mathbf{r}$ ).

Рассмотрим качение цилиндра. Второй закон Ньютона для него имеет следующий вид:

$$\mathbf{m}_2 \bar{\mathbf{a}}_2 = \bar{\mathbf{T}}_2 + \bar{\mathbf{F}}_{\text{тр},2} + \mathbf{m}_2 \bar{\mathbf{g}} + \bar{\mathbf{N}}_2. \quad (2)$$

Спроектировав (2) на ось  $x_2$ , получим с учетом условия  $\mathbf{a}_2 = \mathbf{a}$ , что

$$\mathbf{m}_2 \mathbf{a} = -\mathbf{T}_2 - \mathbf{F}_{\text{тр},2} + \mathbf{m}_2 \mathbf{g} \cdot \sin\beta \quad (3)$$

При записи уравнения динамики вращательного движения цилиндра относительно его оси симметрии, учтем, что моменты сил тяжести, реакции опоры и натяжения нити равны нулю (их плечи равны нулю). В результате, уравнение динамики вращательного движения примет следующий вид:

$$\mathbf{I}_2 \varepsilon_2 = \mathbf{F}_{\text{тр},2} \mathbf{R}_2. \quad (4)$$

Здесь  $\mathbf{R}_2$  - радиус цилиндра,

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{m}_2 \mathbf{R}_2^2}{2} \quad (5)$$

- его момент инерции, а  $\mathbf{F}_{\text{тр},2} \mathbf{R}_2$  - момент силы трения относительно оси симметрии цилиндра. Подставим в (4) соотношения (5) и выражение для углового ускорения цилиндра  $\varepsilon_2 = \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{R}_2}$ , которое следует из (1):

$$\frac{\mathbf{m}_2 \mathbf{R}_2^2}{2} \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{R}_2} = \mathbf{R}_2 \mathbf{F}_{\text{тр},2}.$$

В результате, после сокращения на  $\mathbf{R}_2$ , получим:

$$\frac{\mathbf{m}_2}{2} \mathbf{a} = \mathbf{F}_{\text{тр},2}. \quad (6)$$

Если рассматривать качение изолированного цилиндра, то уравнений (3) и (6) достаточно для решения задачи, так как тогда, из-за отсутствия нити,  $\mathbf{T}_2 = \mathbf{0}$ , а два уравнения позволяют определить две неизвестные величины  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{F}_{\text{тр},2}$ . В данном случае, сила  $\mathbf{T}_2$  неизвестна, и приходится рассматривать скольжение бруска и вращение блока.

Рассмотрим скольжение бруска. Запишем второй закон Ньютона в векторном виде

$$\mathbf{m}_1 \bar{\mathbf{a}}_1 = \bar{\mathbf{T}}_1 + \bar{\mathbf{F}}_{\text{тр},1} + \mathbf{m}_1 \bar{\mathbf{g}} + \bar{\mathbf{N}}_1, \quad (7)$$

а затем, спроектируем его на ось  $x_1$ :

$$\mathbf{m}_1 \mathbf{a} = \mathbf{T}_1 - \mathbf{F}_{\text{тр},1} - \mathbf{m}_1 \mathbf{g} \sin\beta. \quad (8)$$

Здесь,  $\mathbf{F}_{\text{тр},1}$  - сила трения скольжения. Поэтому ее можно рассчитать по формуле  $\mathbf{F}_{\text{тр},1} = \mu \mathbf{N}_1$ . Для нахождения  $\mathbf{N}_1$ , спроектируем (7) на ось  $y_1$ :

$$\mathbf{0} = \mathbf{N}_1 - \mathbf{m}_1 \mathbf{g} \cos\beta.$$

Отсюда,  $N_1 = m_1 g \cos \beta$  и  $F_{\text{тр},1} = \mu m_1 g \cos \beta$ . Подставив данное выражение для силы трения в (8), получим

$$m_1 a = T_1 - \mu m_1 g \cos \beta - m_1 g \sin \beta. \quad (9)$$

Если бы масса блока равнялась нулю, то сила натяжения была бы одинаковой в пределах всей нити ( $T_1 = T_2 = T$ ). Тогда, трех уравнений (3), (6), (9) было бы достаточно для нахождения трех неизвестных  $a, T, F_{\text{тр},2}$ . В данном случае, неизвестных четыре ( $a, T_1, T_2, F_{\text{тр},2}$ ), и приходится использовать еще уравнение динамики вращательного движения блока:

$$\frac{m r^2}{2} \frac{a}{r} = r(T'_2 - T'_1).$$

Здесь момент силы натяжения  $T'_2$  ускоряющий и, поэтому, положительный ( $rT'_2$ ), момент силы  $T'_1$  - тормозящий и, поэтому, отрицательный ( $-rT'_1$ ), а угловое ускорение блока  $\varepsilon$  выражено через  $a$  с помощью формулы (1).

В результате, сократив на  $r$  и заменив  $T'_2$  и  $T'_1$  на  $T_2$  и  $T_1$ , получим:

$$m \frac{a}{2} = T_2 - T_1. \quad (10)$$

Теперь все сводится к решению системы уравнений (3), (6), (9), (10). Сложим эти уравнения почленно:

$$a(m_2 + \frac{m_2}{2} + m_1 + \frac{m}{2}) = -T_2 - F_{\text{тр},2} + m_2 g \sin \beta + F_{\text{тр},2} + T_1 - \mu m_1 g \cos \beta - m_1 g \sin \beta + T_2 - T_1$$

Приведя подобные члены и проведя сокращение, получим:

$$a = \frac{g(m_2 \sin \beta - m_1 \sin \beta - \mu m_1 \cos \beta)}{(1,5m_2 + m_1 + 0,5m)} = \frac{10 \cdot (4 \cdot 0,5 - 1 \cdot 0,5 - 0,1 \cdot 1 \cdot 0,87)}{1,5 \cdot 4 + 1 + 0,5 \cdot 1} = 1,88 (\text{м/с}^2)$$

Сила трения  $F_{\text{тр},2}$  находится из уравнения (6):

$$F_{\text{тр},2} = \frac{4}{2} \cdot 1,88 = 3,76 \text{ (Н)}.$$

В заключение напомним, что, если масса блока равна нулю, то сила натяжения одинакова на всем протяжении нити, и, поэтому, нет необходимости использовать уравнение динамики вращательного движения блока.

Выведем размерности полученных величин:

$$[a] = \left[ \frac{\text{кг} \cdot \text{м/с}^2}{\text{кг}} \right] = [\text{м/с}^2]; \quad [F_{\text{тр},2}] = [\text{кг} \cdot \text{м/с}^2] = [\text{Н}]$$

**Задача 6.** Определить период колебаний физического маятника, образованного однородными стержнем массой  $m$  и длиной  $L$  и шаром массой  $m$  и диаметром  $L/2$ , если колебания происходят в вертикальной плоскости относительно оси, проходящей через свободный конец стержня (т. О).

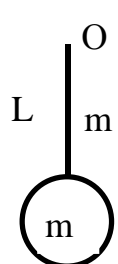
**Решение.** Период колебаний физического маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{Mgd}},$$

где  $I_0$  – момент инерции физического маятника относительно точки подвеса;  $M$  – масса физического маятника;  $d$  – расстояние от центра масс маятника, как системы тел, до точки подвеса.

1) Найдем момент инерции маятника как сумму моментов инерции тел из которых состоит этот маятник, т.е. стержня и шара:  $I_0 = I_1 + I_2$

Пользуясь теоремой Штейнера, находим момент инерции стержня  $I_1$  и шара  $I_2$ :



$$I_1 = \frac{mL^2}{12} + m\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{mL^2}{3}; \quad I_2 = \frac{2}{5}m\left(\frac{L}{4}\right)^2 + m\left(\frac{5L}{4}\right)^2 = \frac{21}{240}mL^2$$

Тогда суммарный момент инерции маятника будет равен:

$$I_0 = I_1 + I_2 = \frac{mL^2}{3} + \frac{21mL^2}{240} = \frac{461}{240}mL^2$$

2)  $M = m + m = 2m$  – масса маятника.

3) Находим положение центра масс маятника, считая, что начало координат находится в точке подвеса, а ось  $x$  направлена вдоль стержня, тогда:

$$x_c = d = \frac{m \frac{L}{2} + m \frac{5L}{4}}{2m} = \frac{7L}{8}$$

Подставляем  $I_0$ ,  $M$  и  $d$  в выражение для периода колебаний физического маятника и получаем окончательно:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{461 \cdot L}{420 \cdot g}}$$

## II. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

### Основные формулы

- Основное уравнение кинетической теории газов

$$p = \frac{2}{3} n \langle \epsilon_{\text{пост}} \rangle ,$$

где  $p$  - давление газа,  $n$  – концентрация молекул (число молекул в единице объема),  $\langle \epsilon_{\text{пост}} \rangle = \frac{1}{2} m_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2$  - средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы, угловые скобки обозначают осреднение по

большому ансамблю частиц,  $m_0$  – масса молекулы,  $\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{\sum v_i^2}{N}}$  - средняя квадратичная скорость движения молекул.

- Средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы

$$\langle \epsilon_{\text{пост}} \rangle = \frac{3}{2} kT ,$$

где  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К – постоянная Больцмана,  $T$  – абсолютная температура.

- Энергия теплового движения молекул (внутренняя энергия идеального газа):

$$U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} RT ,$$

где  $i$  – число степеней свободы молекулы,  $m$  – масса газа,  $M$  – молярная масса данного вещества,  $R = 8,31$  Дж/(кг·К) – универсальная газовая постоянная,  $T$  – абсолютная температура.

- Числом степеней свободы называется число независимых координат полностью определяющих положение тела в пространстве. Любая молекула имеет 3 поступательных степени свободы ( $i_{\text{пост}}=3$ ). Молекулы, кроме одноатомных, имеют еще вращательные степени свободы (у двухатомных молекул  $i_{\text{вр}} = 2$ , у многоатомных  $i_{\text{вр}} = 3$ ) и колебательные степени свободы, которые при невысоких (комнатных) температурах не учитываются.

- В соответствии с законом Больцмана о равномерном распределении энергии по степеням свободы, в среднем на каждую степень свободы молекулы приходится одинаковая энергия, равная  $\frac{1}{2} kT$ .

- Средняя кинетическая энергия вращательного движения одной молекулы:

$$\langle \epsilon_{\text{вр}} \rangle = \frac{i_{\text{вр}}}{2} kT$$

- Средняя суммарная кинетическая энергия одной молекулы:

$$\langle \epsilon \rangle = \frac{i}{2} kT ,$$

где  $i$  – число степеней свободы молекулы ( $i=i_{\text{пост}}+i_{\text{вр}}$ ).

- Средняя квадратичная скорость молекулы:

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

- Средняя арифметическая скорость (средняя скорость теплового движения) молекулы:

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}},$$

где  $m_0$  – масса одной молекулы,  $M$  – молярная масса вещества, причем

$$m_0 = \frac{M}{N_A},$$

$N_A = 6,023 \cdot 10^{23}$  1/моль – число Авогадро.

- Барометрическая формула характеризует изменение давления газа с высотой в поле сил тяжести:

$$p = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}} \quad \text{или} \quad p = p_0 e^{-\frac{m_0gh}{kT}},$$

где  $p$  – давление на высоте  $h$  над уровнем моря,  $p_0$  – давление на высоте  $h = 0$ ,  $g$  – ускорение свободного падения. Эта формула приближенная, так как температуру нельзя считать постоянной для большой разности высот.

- Распределение Больцмана для концентрации частиц в силовом поле имеет вид:

$$n = n_0 e^{-\frac{W_{\text{п}}}{kT}},$$

где  $n$  – концентрация частиц, обладающих потенциальной энергией  $W_{\text{п}}$ ,  $n_0$  – концентрация частиц в точках поля с  $W_{\text{п}} = 0$ .

### Примеры решения задач

**Задача 1.** Найти среднюю кинетическую энергию  $\langle \epsilon_{\text{вр}} \rangle$  вращательного движения одной молекулы кислорода при температуре  $T = 350$  К, а также среднюю кинетическую энергию  $\epsilon_{\text{вр}}$  вращательного движения всех молекул кислорода массой  $m = 4$  г.

**Решение.** Согласно закону Больцмана о равном распределении энергии по степеням свободы на каждую степень свободы приходится энергия равная  $\frac{1}{2}kT$ ,

где  $k$  – постоянная Больцмана,  $T$  – абсолютная температура.

Так как молекула кислорода двухатомная, у нее две вращательных степени свободы, поэтому средняя кинетическая энергия вращательного движения выразится формулой:

$$\langle \epsilon_{\text{вр}} \rangle = 2 \cdot \frac{1}{2} kT$$

Подставим в полученную формулу значения  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К, и  $T = 350$  К, получим

$$\langle \epsilon_{\text{вр}} \rangle = 4,83 \cdot 10^{-21} (\text{Дж})$$

Кинетическая энергия всех  $N$  молекул, содержащихся в 4 г кислорода равна:

$$\epsilon_{\text{вр}} = \langle \epsilon_{\text{вр}} \rangle N$$

Число всех молекул газа можно вычислить по формуле:

$N = \nu N_A$ , где  $N_A$  – число Авогадро,  $\nu = \frac{m}{M}$  – количество вещества,  $m$  – масса газа,

$M$  – молярная масса. Учтя приведенные выражения, получим:

$$\epsilon_{\text{вр}} = \frac{m}{M} N_A \langle \epsilon_{\text{вр}} \rangle$$

Подставляем числовые значения:  $N_A = 6,023 \cdot 10^{23}$  1/моль;  $m = 4$  г =  $4 \cdot 10^{-3}$  кг;  $M = 32 \cdot 10^{-3}$  кг/моль;  $\langle \epsilon_{\text{вр}} \rangle = 4,83 \cdot 10^{-21}$  Дж:

$$\epsilon_{\text{вр}} = 6,023 \cdot 10^{23} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 4,83 \cdot 10^{-21} = 364 (\text{Дж})$$

Выведем размерность полученной величины:

$$[\epsilon_{\text{вр}}] = \left[ \frac{1}{\text{моль}} \cdot \frac{\text{кг}}{\text{кг/моль}} \cdot \text{Дж} \right] = [\text{Дж}]$$

**Задача 2.** В воздухе при нормальных условиях взвешены одинаковые частицы. Известно, что концентрация частиц уменьшается в два раза на высоте  $h = 20$  м. Определить массу частицы.

**Решение.** Воспользуемся формулой распределения Больцмана:

$$n = n_0 e^{-\frac{W_{\text{п}}}{kT}},$$

где  $W_{\text{п}} = m_0 gh$  – потенциальная энергия частицы в поле сил тяжести.

Подставив это выражение в формулу распределения Больцмана, получим:

$$n = n_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}}$$

Логарифмируем обе части уравнения по основанию  $e$ , тогда:

$$\ln \frac{n}{n_0} = -\frac{m_0 gh}{kT}, \text{ откуда } m_0 = -\frac{kT \cdot \ln \frac{n}{n_0}}{gh}$$

Подставив числовые значения в полученную формулу, найдем

$$m_0 = -\frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 273 \cdot \ln \frac{1}{2}}{9,81 \cdot 20} = 1,32 \cdot 10^{-23} \text{ кг}$$

Выведем размерность полученной величины:

$$[m_0] = \left[ \frac{(\text{Дж/К}) \cdot \text{К}}{\left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right) \cdot \text{м}} \right] = \left[ \frac{\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2}{\text{м}^2} \right] = \left[ \frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2}{\text{м} \cdot \text{с}^2} \right] = [\text{кг}]$$

### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

№ вар.	НОМЕРА ЗАДАЧ							
0	101	118	121	132	146	151	163	178
1	103	113	129	137	142	158	165	176
2	105	116	125	134	149	154	168	174
3	107	119	128	136	145	156	164	179
4	109	115	126	139	148	159	166	170
5	102	117	120	138	140	157	167	177
6	104	110	123	135	147	153	160	172
7	106	111	122	130	144	150	169	175
8	108	112	127	131	141	152	161	173
9	100	114	124	133	143	155	162	171

100. Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону, выражаемому формулой  $\varphi = A + Bt + Ct^2$ , где  $A = 10$  рад,  $B = 20$  рад/с,  $C = -2$  рад/с<sup>2</sup>. Найти полное ускорение  $a$  точки, находящейся на расстоянии  $R = 0,1$  м от оси вращения, для момента времени  $t = 4$  с.

101. Колесо вращается с постоянным ускорением  $\varepsilon = 2$  рад/с<sup>2</sup>. Через  $t = 0,5$  с после начала движения полное ускорение колеса стало равно  $a = 13,6$  см/с<sup>2</sup>. Найти радиус колеса.



102. Две материальные точки движутся по прямой линии согласно уравнениям  $x_1 = A_1 t + B_1 t^2 + C_1 t^3$  и  $x_2 = A_2 t + B_2 t^2 + C_2 t^3$ , где  $A_1 = 4$  м/с,  $B_1 = 8$  м/с<sup>2</sup>,  $C_1 = -16$  м/с<sup>3</sup>,  $A_2 = 2$  м/с,  $B_2 = -4$  м/с<sup>2</sup>,  $C_2 = 1$  м/с<sup>3</sup>. В какой момент времени ускорения этих точек будут одинаковыми? Найти скорость точек в этот момент.

103. Диск радиусом  $R = 0,2$  м вращается согласно уравнению  $\varphi = A - Bt + Ct^3$ , где  $A = 3$  рад,  $B = 1$  рад/с,  $C = 0,1$  рад/с<sup>3</sup>. Определить тангенциальное  $a_\tau$ , нормальное  $a_n$  и полное  $a$  ускорения точек на окружности диска для момента времени  $t = 10$  с.

104. Точка движется по дуге окружности радиуса  $R = 10$  м. В некоторый момент времени нормальное ускорение точки равно  $4,9$  м/с<sup>2</sup>, вектор полного ускорения образует в этот момент с вектором нормального ускорения угол равный  $60^\circ$ . Найти скорость и тангенциальное ускорение точки.

105. Две материальные точки в момент  $t = 0$  начинают двигаться по прямой линии согласно уравнениям  $x_1 = A_1 + A_2 t + A_3 t^4$ ,  $x_2 = B_1 + B_2 t^2 + B_3 t^4$ , где  $A_1 = 50$  м,  $A_2 = 2$  м/с,  $A_3 = -3$  м/с<sup>4</sup>,  $B_1 = 42$  м,  $B_2 = 10$  м/с,  $B_3 = -3$  м/с<sup>4</sup>. Найти скорости и ускорения этих точек в момент их встречи.

106. Материальная точка движется вдоль прямой линии согласно уравнению  $x = At + Bt^3$ , где  $A = 3$  м/с,  $B = -0,04$  м/с<sup>3</sup>. Найти путь, пройденный телом от момента времени  $t_1 = 2$  с до момента времени  $t_2 = 6$  с.

107. Тело движется по окружности радиусом  $R = 4$  м. Зависимость пути от времени дается уравнением  $S = Ct^3$ , где  $C = 0,1$  см/с<sup>3</sup>. Найти нормальное  $a_n$  и тангенциальное  $a_\tau$  ускорения точки в момент, когда линейная скорость точки  $v = 0,3$  м/с.

108. Точка движения по окружности радиусом  $R = 4$  м. Закон ее движения выражается уравнением  $S = A - Bt^2$ , где  $A = 8$  м;  $B = 2$  м/с<sup>2</sup>. Найти момент времени  $t$ , в который нормальное ускорение точки  $a_n = 9$  м/с<sup>2</sup>, а также скорость  $v$ , тангенциальное  $a_\tau$  и полное  $a$  ускорения точки в этот момент времени.  $S$  – координата, отсчитываемая вдоль окружности.

109. Материальная точка движется по окружности так, что зависимость пути от времени дается уравнением  $S = A + Bt + Ct^2$ , где  $A = 2$  м,  $B = -2$  м/с и  $C = 1$  м/с<sup>2</sup>. Найти линейную скорость точки  $v$ , ее тангенциальное  $a_\tau$ , нормальное  $a_n$  и полное  $a$  ускорения через  $t = 3$  с после начала движения, если известно, что нормальное ускорение точки при  $t_1 = 2$  с равно  $a_{n1} = 0,5$  м/с<sup>2</sup>.

110. Тонкостенный цилиндр с диаметром основания  $D = 40$  см и массой  $m = 15$  кг вращается согласно уравнению  $x = A + Bt + Ct^3$  где  $A = 5$  рад,  $B = -1$  рад/с,  $C = 0,2$

рад/с<sup>3</sup>. Определить действующий на цилиндр момент сил  $M$  и кинетическую энергию цилиндра в момент времени  $t = 3$  с.

111. С каким ускорением скатывается без проскальзывания сплошной цилиндр с наклонной плоскости, расположенной под углом равный  $30^\circ$  к горизонту?

112. Нить с привязанными к ее концам грузами массой  $m_1 = 40$  г и  $m_2 = 60$  г перекинута через блок диаметром  $D = 4$  см. Определить момент инерции блока, если под действием силы тяжести грузов он получил угловое ускорение  $\varepsilon = 1,5$  рад/с<sup>2</sup>.

113. На обод маховика радиусом  $R = 30$  см намотан шнур, к концу которого привязан груз массой  $m = 2$  кг. Определить момент инерции маховика  $I$ , если он, вращаясь равноускоренно под действием силы тяжести груза, за время  $t = 3$  с приобрел угловую скорость  $\omega = 9$  рад/с.

114. Диск диаметром  $D = 40$  см и массой  $m = 5$  кг вращается с частотой  $\nu = 8$  Гц. При торможении он остановился через  $t = 4$  с. Определить тормозящий момент  $M$ .

115. Через блок массой  $m = 0,2$  кг перекинут шнур, к концам которого подвесили грузы массами  $m_1 = 0,3$  кг и  $m_2 = 0,5$  кг. определить силы натяжения шнура  $F_1$  и  $F_2$  по обе стороны блока во время движения грузов, если массу блока можно считать равномерно распределенной по ободу.

116. Расположенный горизонтально сплошной цилиндр может вращаться вокруг оси, совпадающей с осью цилиндра. Масса цилиндра  $m_1 = 12$  кг. На цилиндр намотали шнур к концу, которого привязали гирию массой  $m_2 = 1$  кг. С каким ускорением будет опускаться гирия? Какова сила натяжения шнура во время движения гири?

117. Маховик диаметром  $D = 20$  см насажен на горизонтальную ось. На обод маховика намотан шнур, к которому привязан груз массой  $m = 0,8$  кг. Опускаясь равноускоренно, груз прошел расстояние  $S = 160$  см за время  $t = 2$  с. Определить момент инерции маховика.

118. С каким ускорением нужно тянуть вверх за нить клубок ниток, чтобы клубок вращался на одном месте (висел в воздухе) и его центр масс оставался неподвижным? Принять форму клубка за шар, изменением радиуса за счет сматывания нити пренебречь.

119. Маховик, имеющий форму сплошного цилиндра радиусом  $R = 0,3$  м и массой  $m = 40$  кг, вращается с частотой  $\nu = 26,5$  Гц. По касательной к ободу маховика приложена сила  $F = 10$  Н. Найти время и число полных оборотов до остановки маховика.

120. Горизонтальная платформа массой  $m = 80$  кг и радиусом  $R = 1$  м вращается с частотой  $\nu = 0,2$  Гц. В центре платформы стоит человек и держит в расставленных руках гири. Сколько оборотов в минуту будет делать платформа, если человек, опустив руки, уменьшит свой момент инерции от  $I_1 = 3 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$  до  $I_2 = 1 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ ? Считать платформу сплошным однородным диском.

121. Человек массой  $m_1 = 70$  кг находится на неподвижной платформе массой  $m_2 = 100$  кг. Какое число оборотов в минуту будет делать платформа, если человек будет двигаться по окружности радиусом  $r = 5$  м вокруг оси вращения? Скорость движения человека относительно платформы  $v = 4$  км/ч. Радиус платформы  $R = 10$  м. Считать платформу однородным диском, а человека – материальной точкой.

122. На краю горизонтальной платформы в виде диска диаметром  $D = 2$  м и массой  $m_1 = 10$  кг стоит человек с массой  $m_2 = 60$  кг. С какой угловой скоростью  $\omega$  начнет вращаться платформа, если человек поймает летящий на него мяч массой  $m_3 = 0,5$  кг? Траектория мяча горизонтальна и направлена по касательной к окружности. Скорость мяча  $v = 5$  м/с. Чему равна механическая энергия, перешедшая в тепло?

123. Платформа, имеющая форму диска, может вращаться вокруг вертикальной оси. На краю платформы стоит человек. На какой угол повернется платформа, если человек пройдет вдоль края платформы и, обойдя ее, вернется в исходную точку? Масса платформы  $M = 240$  кг, масса человека  $m = 80$  кг. Момент инерции человека рассчитать, как для материальной точки.

124. Платформа в виде диска радиусом  $R = 1$  м вращается по инерции, делая  $\nu_1 = 6$  об/мин. На краю платформы стоит человек, масса которого  $m = 60$  кг. Столько оборотов в минуту будет делать платформа, если человек пройдет в ее центр? Какую работу должен совершить для этого человек? Момент инерции человека рассчитывать, как для материальной точки. Момент инерции платформы равен  $120 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ .

125. На круглой вращающейся скамейке стоит человек и держит в руках стержень, расположенный вертикально, по оси вращения скамейки. Скамейка с человеком вращается с угловой скоростью  $\omega_1 = 1$  рад/с. С какой угловой скоростью  $\omega_2$  будет вращаться скамейка с человеком, если повернуть стержень так, чтобы он принял горизонтальное положение? Суммарный момент инерции человека и скамейки равен  $6 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ . Длина стержня  $l = 2,4$  м, а его масса равна  $8$  кг.

126. Некая звезда массой  $m = 3,3 \cdot 10^{28}$  кг и радиусом  $R = 2 \cdot 10^8$  м в результате взрыва увеличила свой радиус вдвое. Найти период вращения звезды вокруг собственной оси после взрыва, если до взрыва он был равен  $T = 10$  лет. Найти также механическую энергию, перешедшую в тепло.

127. Платформа в виде диска вращается по инерции около вертикальной оси, делая  $\nu_1 = 15$  об/мин. На краю платформы стоит человек. Когда человек перешел в центр платформы, она стала делать  $\nu_2 = 25$  об/мин. Масса человека  $m = 70$  кг. Определить массу платформы  $M$  и работу, совершенную человеком. Момент инерции человека рассчитывать, как для материальной точки.

128. Шарик массой  $m = 60$  г, привязанный к концу нити длиной  $l_1 = 1,2$  м, вращается с частотой  $\nu_1 = 2$  Гц, опираясь на горизонтальную плоскость. Нить укорачивается, приближая шарик до расстояния  $l_2 = 0,4$  м. С какой частотой  $\nu_2$  будет вращаться этот шарик? Какую работу  $A$  совершает внешняя сила, укорачивая нить? Трением шарика о плоскость пренебречь.

129. Платформа в виде сплошного диска радиусом  $R = 1,5$  и массой  $m_1 = 180$  кг вращается по инерции около вертикальной оси с частотой равной  $0,3$  Гц. В центре платформы стоит человек массой  $m_2 = 60$  кг. Какую линейную скорость относительно пола помещения будет иметь человек, если он перейдет на край платформы? Найти изменение механической энергии системы.

130. Какое время обращения  $T$  имел бы искусственный спутник Земли, если бы он был удален от поверхности Земли на расстояние, равное земному радиусу? Радиус Земли принять равным  $R_3 = 6400$  км.

131. Искусственный спутник обращается вокруг Земли по круговой орбите, на высоте  $H = 3200$  км над поверхностью Земли. Определить линейную скорость спутника.

132. Во сколько раз кинетическая энергия искусственного спутника Земли, движущегося по круговой траектории, меньше его гравитационной потенциальной энергии?

133. Определить работу  $A$ , которую совершат силы гравитационного поля Земли, если тело массой  $m = 2$  кг упадет на поверхность Земли: 1) с высоты равной радиусу Земли; 2) из бесконечности.

134. На какую высоту  $H$  над поверхностью Земли поднимается ракета, пущенная вертикально вверх, если начальная скорость ракеты будет равна первой космической скорости?

135. С какой скоростью должна стартовать ракета с поверхности Земли, чтобы она смогла полностью преодолеть притяжение Земли (вторая космическая скорость)?

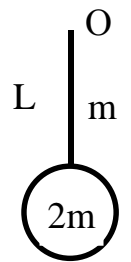
136. Найти работу, которую надо совершить, чтобы сжать пружину на  $x = 30$  см, если известно, что сила пропорциональна деформации, и под действием силы  $F = 29,4$  Н пружина сжимается на  $x_1 = 1$  см.

137. На пружину жесткостью  $k = 62,5$  Н/м с высоты  $h = 10$  см падает тело массой  $m = 1$  кг. Найти максимальное значение абсолютной деформации пружины.

138. Какую нужно совершить работу  $A$ , чтобы пружину жесткостью  $k = 700$  Н/м, сжатую на  $x_1 = 6$  см, дополнительно сжать на  $x_2 = 4$  см?

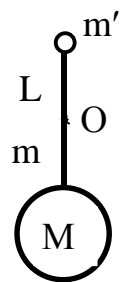
139. Пружина жесткостью  $k = 800$  Н/м сжата с силой  $F = 200$  Н. Определить работу  $A$  внешней силы, дополнительно сжимающей эту пружину еще на  $x = 2$  см.

140. Определить период колебаний физического маятника, образованного однородным стержнем массой  $m$  и длиной  $L$  и диском массой  $2m$  и диаметром  $L/2$ , если колебания происходят в вертикальной плоскости относительно оси, проходящей через свободный конец стержня (т. О).

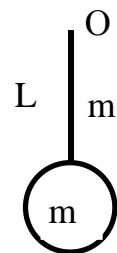


141. Физический маятник представляет собой тонкий однородный стержень длиной 35 см. Определить на каком расстоянии от центра масс должна быть точка подвеса, чтобы частота колебаний была максимальной.

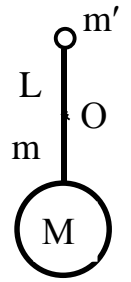
142. Определить период колебаний физического маятника, образованного однородным стержнем массой  $m = 50$  г и длиной  $L = 30$  см, на верхнем конце которого укреплен материалная точка массой  $m' = 40$  г, на нижнем – однородный шар массой  $M = 100$  г и радиусом  $R = 5$  см. Маятник совершает колебания около горизонтальной оси, проходящей через точку О в центре стержня.



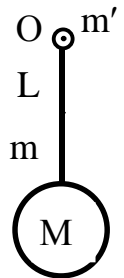
143. Определить период колебаний физического маятника, образованного однородным стержнем массой  $m$  и длиной  $L$  и шаром массой  $m$  и диаметром  $L/2$ , если колебания происходят в вертикальной плоскости относительно оси, проходящей через свободный конец стержня (т. О).



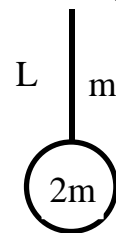
144. Определить период колебаний физического маятника, образованного однородным стержнем массой  $m = 50$  г и длиной  $L = 30$  см, на верхнем конце которого укреплен однородный шар массой  $m' = 70$  г и радиусом  $r = 1$  см, на нижнем – однородный шар массой  $M = 100$  г и радиусом  $R = 5$  см. Маятник совершает колебания около горизонтальной оси, проходящей через точку  $O$  в центре стержня



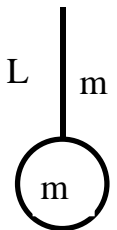
145. Определить период колебаний физического маятника, образованного однородным стержнем массой  $m = 50$  г и длиной  $L = 30$  см, на верхнем конце которого укреплен однородный шар массой  $m' = 70$  г и радиусом  $r = 1$  см, на нижнем – однородный шар массой  $M = 100$  г и радиусом  $R = 5$  см. Маятник совершает колебания около горизонтальной оси, проходящей через центр верхнего шара.



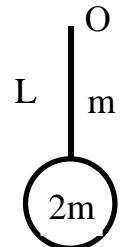
146. Определить частоту колебаний физического маятника, образованного однородными стержнем массой  $m$  и длиной  $L$  и диском массой  $2m$  и диаметром  $L/2$ , если колебания происходят в вертикальной плоскости относительно оси, проходящей через середину стержня.



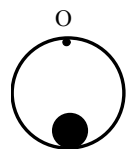
147. Определить период колебаний физического маятника, образованного однородными стержнем массой  $m$  и длиной  $L$  и шаром массой  $m$  и радиусом  $L/4$ , если колебания происходят в вертикальной плоскости относительно оси, проходящей через середину стержня.



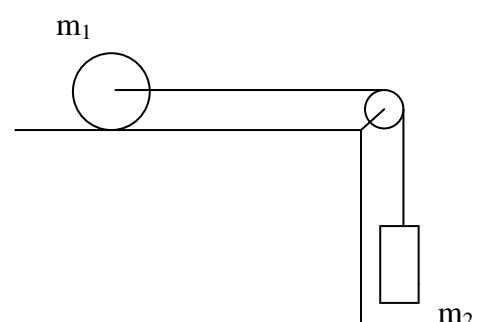
148. Определить частоту колебаний физического маятника, образованного однородными стержнем массой  $m$  и длиной  $L$  и шаром массой  $2m$  и радиусом  $L/4$ , если колебания происходят в вертикальной плоскости относительно оси, проходящей через точку  $O$  на конце стержня.



149. Определить частоту колебаний физического маятника, состоящего из обруча массой  $m_1 = 400$  г и радиусом  $r_1 = 30$  см, внутри которого укреплен однородный диск массой  $m_2 = 200$  г и диаметром  $d = 10$  см. Маятник совершает колебания относительно горизонтальной оси, проходящей через точку  $O$ .

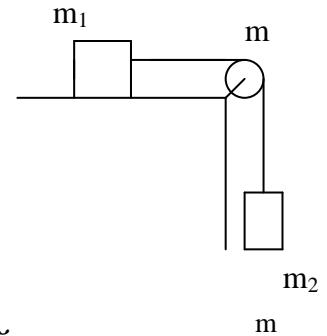


150. Однородный сплошной цилиндр массой  $m_1 = 1$  кг может вращаться без трения вокруг оси. За эту ось, нерастяжимой невесомой нитью, перекинутой через невесомый блок,

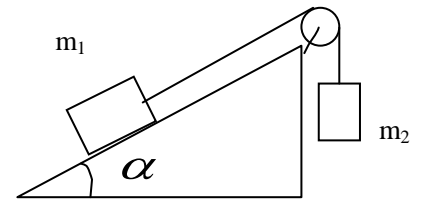


он привязан к бруску массой  $m_2 = 2$  кг. Определить ускорение цилиндра на горизонтальном столе, если он катится без проскальзывания, а блок вращается без трения.

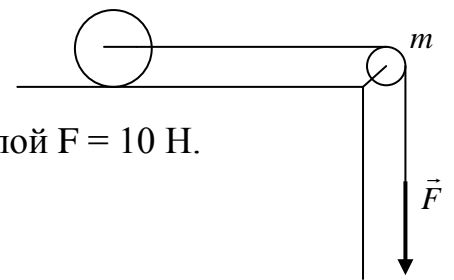
151. Два тела массой  $m_1 = 1$  кг и  $m_2 = 2$  кг соединены невесомой нерастяжимой нитью, которая перекинута через блок массой  $m = 1$  кг, имеющий вид однородного сплошного цилиндра. Определить ускорение тел, если коэффициент трения первого тела о горизонтальную поверхность  $\mu = 0,5$ , а блок вращается без трения.



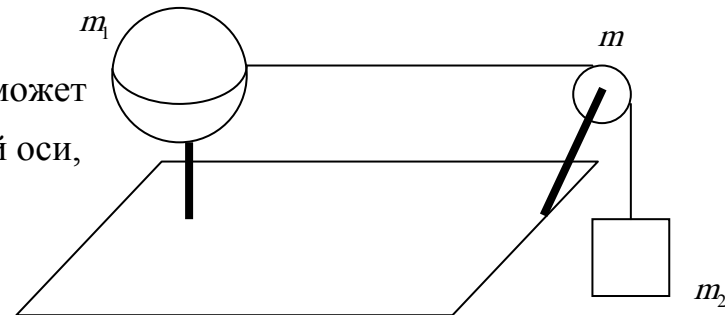
152. Два тела массой  $m_1 = m_2 = 2$  кг соединены невесомой нерастяжимой нитью, которая перекинута через блок массой  $m = 1$  кг, имеющий вид однородного сплошного цилиндра. Определить ускорение тел, если коэффициент трения первого тела о плоскость  $\mu = 0,1$ , блок вращается без трения, а угол наклона плоскости к горизонту  $\alpha = 30^\circ$ .



153. Однородный сплошной цилиндр массой  $m_1 = 1$  кг может вращаться без трения вокруг оси. За эту ось он привязан невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через блок массой  $m = 2$  кг. С каким ускорением будет двигаться цилиндр на горизонтальном столе, если за нить потянуть с силой  $F = 10$  Н. Предположить, что цилиндр катится без проскальзывания, а блок вращается без трения.

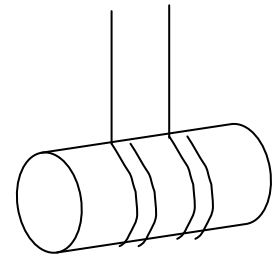


154. Однородный шар массой  $m_1 = 5$  кг может вращаться без трения вокруг вертикальной оси, проходящей через его центр. На "экватор" шара намотана невесомая нерастяжимая нить, другой конец которой перекинута

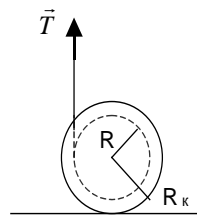


через цилиндрический блок массой  $m = 1$  кг и привязан к грузу массой  $m_2 = 10$  кг. Какую скорость будет иметь груз, опустившись на расстояние  $h = 1$  м? Трением в осях пренебречь. В начальный момент груз покоился.

155. Однородный сплошной цилиндр массой висит в горизонтальном положении на двух намотанных на него нитях. Цилиндр отпускают без толчка. За сколько времени цилиндр опустится на  $h = 1$  м?



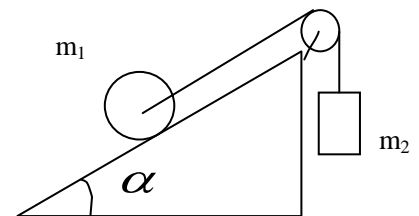
156. На катушку массой  $m = 1$  кг намотана невесомая нить. За нить тянут вверх с силой  $T = 2,3$  Н. Определить ускорение катушки на горизонтальном столе, считая, что она катится без проскальзывания. При какой минимальной величине



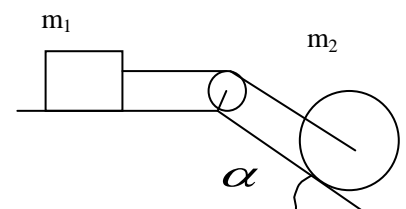
коэффициента трения еще возможен такой тип движения? Радиус обмотки  $R = 10$  см. Момент инерции катушки  $I = 5 \cdot 10^{-3}$  кг·м<sup>2</sup>, а ее радиус  $R_1 = 1,1R$ .

157. Однородный сплошной цилиндр массой  $m_1 = 1$  кг может вращаться без трения вокруг оси. За эту ось, нерастяжимой невесомой нитью, перекинутой через невесомый блок, он привязан к бруску массой  $m_2 = 2$  кг. оси

Определить ускорение цилиндра вдоль наклонной плоскости, если он катится без проскальзывания, а блок вращается без трения. Угол наклона плоскости к горизонту  $\alpha = 30^\circ$ .



158. Однородный сплошной цилиндр массой  $m_2 = 2$  кг может вращаться без трения вокруг оси. За эту ось, нерастяжимой невесомой нитью, перекинутой через невесомый блок, он привязан к бруску массой  $m_1 = 1$  кг.



Определить ускорение цилиндра вдоль наклонной плоскости, если он катится без проскальзывания, а блок вращается без трения. Угол наклона плоскости к горизонту  $\alpha = 30^\circ$ . Коэффициент трения бруска о горизонтальную поверхность  $\mu = 0,1$ .

159. Полый цилиндр закатывается без проскальзывания на наклонную плоскость, имеющую угол наклона к горизонту  $\alpha = 45^\circ$ . Через какое время он остановится, если его начальная скорость  $v_0 = 2$  м/с?



160. Вычислить кинетическую энергию вращательного движения всех молекул, содержащихся в 1 кг кислорода при  $44^{\circ}\text{C}$ .

161. Найти среднюю квадратичную скорость молекул воздуха при температуре  $17^{\circ}\text{C}$ , считая воздух однородным газом, молярная масса которого равна  $0,029$  кг/моль.

162. Водород находится при температуре  $T = 300$  К. Найти среднюю кинетическую энергию  $W_{\text{вр}}$  вращательного движения одной молекулы, а также суммарную кинетическую энергию всех молекул этого газа; количество вещества водорода  $1,5$  моль.

163. При какой температуре кинетическая энергия поступательного движения молекул газа равна  $4,14 \cdot 10^{-21}$  Дж?

164. Чему равна энергия теплового движения  $30$  г кислорода при температуре  $20^{\circ}\text{C}$ ? Какая часть этой энергии приходит на долю поступательного движения, и какая часть его на долю вращательного?

165. Определить среднее значение полной кинетической энергии одной молекулы гелия, кислорода и водяного пара при температуре  $300$  К.

166. Найти среднюю квадратичную, среднюю арифметическую и наиболее вероятную скорость молекул водорода. Вычисления выполнить для трех случаев: 1) для температуры  $T = 20$  К, соответствующей температуре кипения водорода; 2) для комнатной температуры  $T = 300$  К; 3) для температуры  $T = 5000$  К, при которой  $95\%$  молекул водорода диссоциированы на атомы.

167. При какой температуре квадратичная скорость атомов гелия станет равной второй космической скорости  $v_2 = 11,2$  км/с?

168. Кинетическая энергия поступательного движения молекул азота, находящегося в баллоне объемом  $0,02$  м<sup>3</sup>, равна  $5$  кДж, а средняя квадратичная скорость его молекул равна  $2 \cdot 10^3$  м/с. Найти: 1) массу азота в баллоне; 2) давление, при котором находится азот.

169.  $1$  кг двухатомного газа находится под давлением  $p = 80$  кПа и имеет плотность равная  $4$  кг/м<sup>3</sup>. Найти энергию теплового движения молекул газа при этих условиях.

170. Высотная обсерватория расположена на высоте  $3250$  м над уровнем моря. Найти давление воздуха на этой высоте. Температуру воздуха считать постоян-

ной и равной  $5^{\circ}\text{C}$ . Молярную массу воздуха принять равной  $0,029$  кг/моль. Давление воздуха на уровне моря равно  $101,3$  кПа.

171. На какой высоте давление воздуха составляет 75% от давления на уровне моря? Температуру считать постоянной и равной  $0^{\circ}\text{C}$ .

172. Определить плотность воздуха: 1) у поверхности Земли; 2) на высоте 4 км от поверхности Земли. Температуру воздуха считать постоянной и равной  $10^{\circ}\text{C}$ . Давление воздуха у поверхности Земли равно 100 кПа.

173. На сколько уменьшится атмосферное давление  $p = 100$  кПа при подъеме Наблюдателя над поверхностью Земли на высоту  $h = 100\text{м}$ ? Считать, что температура  $T = 290$  К и не изменяется с высотой.

174. На какой высоте плотность газа составляет 50% от плотности его на уровне моря? Температуру считать постоянной и равной  $0^{\circ}\text{C}$ . Задачу решить для: 1) воздуха; 2) водорода.

175. В кабине вертолета барометр показывает давление  $p = 90$  кПа. На какой высоте  $h$  летит вертолет, если на взлетной площадке барометр показывал давление  $p_0 = 100$  кПа? Считать, что температура  $T = 290$  К и не изменяется с высотой.

176. Какое изменение высоты соответствует изменению давления равное 100 Па: 1) вблизи поверхности Земли, где температура  $T_1 = 290$  К, давление  $p_1 = 100$  кПа; 2) на некоторой высоте, где температура  $T_2 = 220$  К, давление  $p_2 = 25$  кПа?

177. На какой высоте над поверхностью Земли атмосферное давление вдвое меньше, чем на поверхности? Считать, что температура воздуха равна  $290$  К и не изменяется с высотой.

178. Пассажирский самолет совершает полеты на высоте 8300 м. Чтобы не снабжать пассажиров кислородными масками, в кабине при помощи компрессора поддерживают постоянное давление, соответствующее высоте 2700 м. Найти разность давлений внутри и снаружи кабины. Среднюю температуру наружного воздуха считать равной  $0^{\circ}\text{C}$ .

179. На какой высоте над уровнем моря плотность воздуха уменьшится: 1) в два раза; 2) в  $n$  раз. Считать, что температура воздуха и ускорение силы тяжести не зависят от высоты. Молярную массу воздуха принять равной  $0,029$  кг/моль, температуру воздуха -  $0^{\circ}\text{C}$ .

## ПРИЛОЖЕНИЯ

### П.1. Некоторые физические постоянные (округленные значения)

Физическая постоянная	Обозначение	Значение
Ускорение свободного падения	<b>g</b>	9,82 м/с <sup>2</sup>
Гравитационная постоянная	<b>G</b>	6,67·10 <sup>-11</sup> м <sup>3</sup> /(кг·с <sup>2</sup> )
Радиус Земли	<b>R<sub>З</sub></b>	6,37·10 <sup>6</sup> м
Масса Земли	<b>M<sub>З</sub></b>	5,96·10 <sup>24</sup> кг
Постоянная Больцмана	<b>k</b>	1,38·10 <sup>-23</sup> Дж/К
Число Авогадро	<b>N<sub>A</sub></b>	6,023·10 <sup>23</sup> моль <sup>-1</sup>
Универсальная газовая постоянная	<b>R</b>	8,31 Дж/(моль·К)
Нормальные условия: давление	<b>p<sub>0</sub></b>	1,013·10 <sup>5</sup> Па
температура	<b>T<sub>0</sub></b>	273 К

### П.2. Относительные молекулярные массы некоторых атомов

Атом (молекула)		Молекулярная масса
Водород	<sup>1</sup> <sub>1</sub> H	1
Гелий	<sup>4</sup> <sub>2</sub> He	4
Углерод	<sup>12</sup> <sub>6</sub> C	12
Азот	<sup>14</sup> <sub>7</sub> N	14
Кислород	<sup>16</sup> <sub>8</sub> O	16

### П.3. Множители и приставки для образования кратных и дольных единиц СИ

Приставка	Обозначение	Множитель
пико	п	10 <sup>-12</sup>
нано	н	10 <sup>-9</sup>
микро	мк	10 <sup>-6</sup>
милли	м	10 <sup>-3</sup>
санتي	с	10 <sup>-2</sup>
деци	д	10 <sup>1</sup>
кило	к	10 <sup>3</sup>
мега	М	10 <sup>6</sup>