

Лабораторная работа №1096

Изучение вращения твердого тела с помощью маятника Обербека

Приборы и принадлежности: маятник Обербека, штангенциркуль, секундомер, масштабная линейка, набор грузов.

Теория метода и описание установки

1. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси z описывается *уравнением динамики вращения*

$$I\varepsilon_z = \sum_i M_{i,z}. \quad (1)$$

Здесь $M_{i,z}$ — момент i -ой силы относительно оси z , ε_z — проекция углового ускорения тела на ось z , I — момент инерции тела относительно оси вращения. Как обычно направим ось z по угловой скорости вращения тела. Тогда при ускоренном вращении $\varepsilon_z = \varepsilon > 0$, а при замедленном вращении $\varepsilon_z < 0$.

При этом момент силы, помогающий вращению, оказывается положительным ($M_z > 0$), а момент, мешающий вращению, — отрицательным ($M_z < 0$).

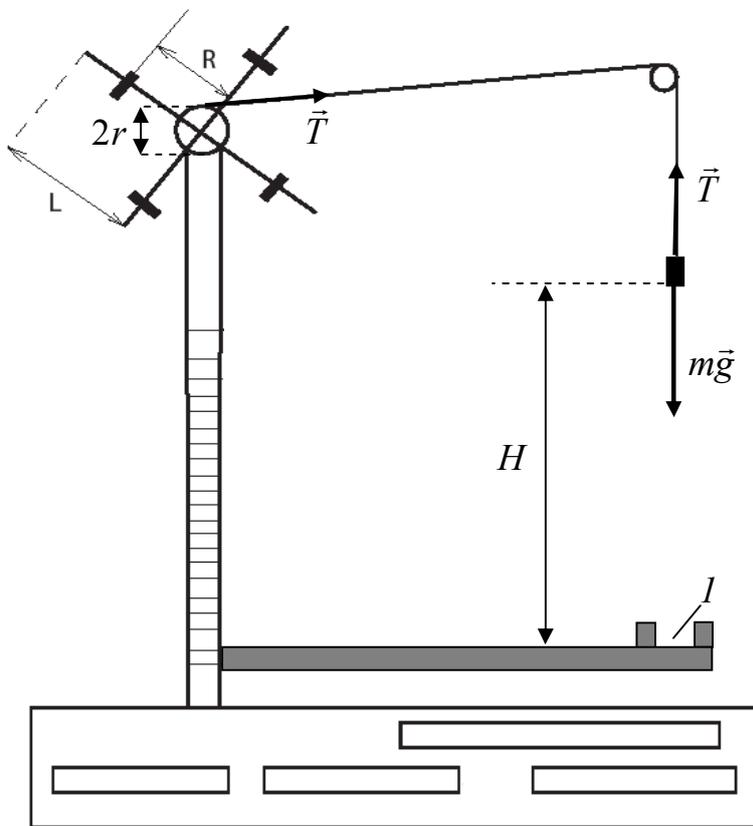


Рис. 1. Маятник Обербека.

Целью первой части работы является опытная проверка уравнения динамики вращения твердого тела и определение момента инерции маятника. В установке, изображенной на рис. 1, используется маятник Обербека. Этот маятник представляет собой шкив, в который ввинчены 4 одинаковых взаимно перпендикулярных стержня, а на каждом стержне закреплен грузик. На ступень шкива большего радиуса r наматывается нить, к свободному концу которой прикреплен груз массы m . Натяжение нити, обусловленное притяжением груза к

Земле, приводит маятник с неизвестным моментом инерции I в ускоренное вращение с угловым ускорением ε . В данной установке тормозящий момент сил трения, приложенный к оси вращения маятника, много меньше ускоряющего момента силы натяжения нити M . Это позволяет пренебречь силами трения и записать уравнение (1) в виде

$$I\varepsilon = M. \quad (2)$$

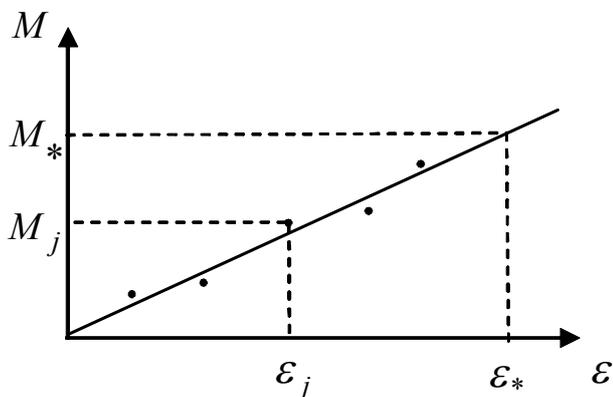


Рис. 2. Зависимость момента силы натяжения нити от углового ускорения маятника.

График $M(\varepsilon)$ представляет собой прямую линию, проходящую через начало координат и имеющую в качестве углового коэффициента момент инерции I . Если его построить, используя измеренные значения углового ускорения ε_j и момента силы натяжения нити M_j (рис. 2), то момент инерции маятника можно найти по формуле

$$I = \frac{M_*}{\varepsilon_*}. \quad (3)$$

Алгоритм проведения измерений и расчетов приводится ниже. Будем считать, что груз движется с постоянным ускорением a . Тогда, измерив время t его опускания с известной высоты H , ускорение можно вычислить по формуле

$$a = \frac{2H}{t^2}. \quad (4)$$

Зная a , можно рассчитать угловое ускорение маятника

$$\varepsilon = \frac{a}{r}, \quad (5)$$

где r — радиус шкива (рис. 1). Силу натяжения нити T выразим из второго закона Ньютона для поступательного движения груза:

$$ma = mg - T,$$

в соответствии с которым

$$T = m(g - a), \quad (6)$$

где g — ускорение свободного падения. Поскольку a известно, то, воспользовавшись формулой (6), можно вычислить момент силы натяжения нити относительно оси вращения маятника z (рис. 1):

$$M = rT = rm(g - a). \quad (7)$$

2. Во второй части работы рассматривается универсальный закон сохранения и превращения энергии и оценивается вклад разных составляющих в полную энергию системы в условиях проводимого эксперимента. Хотя в первой части мы пренебрегли силами трения, действующими на ось маятника при вращении, здесь мы оценим их роль при формировании баланса энергии.

Применительно к системе маятник-груз **выражение, связывающее изменение механической энергии и работу трения** A_{mp} , имеет вид

$$\left(\frac{mV^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} \right) - mgH = -|A_{mp}|, \quad (8)$$

где V и ω — соответственно скорость груза и угловая скорость вращения маятника непосредственно перед касанием грузом пола, а в правой части уравнения учтено, что $A_{mp} = -|A_{mp}| < 0$. Из (8) следует **уравнение баланса энергии**

$$mgH = \frac{mV^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} + |A_{mp}|, \quad (9)$$

в соответствии с которым **потенциальная энергия груза превращается в его кинетическую энергию, в кинетическую энергию маятника и во внутреннюю энергию системы** (последнее слагаемое (9)).

Значения V и ω в (9) легко рассчитать, используя результаты измерений высоты H и времени опускания груза t . Действительно, при сделанных предположениях маятник вращается равноускоренно, а груз опускается с постоянным ускорением a . Поэтому $H = \frac{at^2}{2}$ и $v = at$, а значит

$$V = \frac{2H}{t}. \quad (10)$$

Если пренебречь растяжением нити, то скорость падения груза численно равна линейной скорости точек на ободу шкива. Следовательно, угловая скорость вращения крестообразного маятника равна

$$\omega = \frac{V}{r} = \frac{2H}{rt}, \quad (11)$$

где r — радиус шкива.

Измерения и их обработка

1. Приведя маятник в легкое вращение, убедитесь, что он находится в состоянии безразличного равновесия.
2. Измерьте штангенциркулем диаметр большого шкива $d = 2r$.
3. Укрепите груз m_1 на нити. Свободный конец нити, снабжённый узелком, закрепите (но не привязывайте) за прорезь в большом шкиве. Вращая маятник, намотайте нить и измерьте высоту груза H относительно площадки I (рис. 1). Эта высота не должна быть меньше 40 см.
4. Определите время прохождения грузом m_1 расстояния H . Для этого, отпуская груз m_1 , одновременно включите секундомер. При ударе груза о площадку I выключите секундомер и остановите маятник, удерживая его за шкив. Опыт сделайте три раза. Результаты измерений занесите в таблицу 1.
5. Для груза массой m_1 вычислите среднее время опускания \bar{t}_j ($j=1$) и среднее ускорение a_j , а также соответствующее среднее угловое ускорение маят-

ника ε_j . Затем, подставив a_j в (7), вычислите среднее значения момента силы натяжения M_j при опускании груза m_1 . Результаты занесите в таблицу 1.

Таблица 1

H	r	m_j	№ изм .	t_i	$\bar{t}_j = \frac{\sum t_i}{3}$	$a_j = \frac{2H}{\bar{t}_j^2}$	$\varepsilon_j = \frac{a_j}{r}$	M_j	I
м	м	кг		с	с	м/с ²	рад/с ²	Н·м	кг·м ²
			1						
			2						
			3						
			1						
			2						
			3						
			

6. Повторите измерения для различных 4-5 значений массы груза m_j и одной и той же высоты H . Для каждой массы сделайте расчеты подобные описанным в пункте 5. Результаты занесите в таблицу 1.

7. Постройте график аналогичный рис.2. Для этого отметьте экспериментальные точки, откладывая на оси абсцисс среднее угловое ускорение $j^{\text{го}}$ груза ε_j , а на оси ординат — среднее значение момента силы натяжения нити M_j ; проведите прямую, проходящую через начало координат так, чтобы экспериментальные точки располагались на примерно одинаковом расстоянии как выше, так и ниже нее. По графику определите M_* и ε_* , используя для этого максимально возможную длину построенной прямой (рис. 2).

8. По формуле (3) рассчитайте момент инерции маятника I .

9. Вычислите теоретический момент инерции маятника I_T , учитывая его геометрические размеры, по формуле

$$I_T = I_0 + 4m'R^2 + 4\frac{m''L^2}{3},$$

где I_0 — суммарный момент инерции шкива, оси и втулки крестовины; m' — масса подвижного грузика; R — расстояние от центра этого грузика до оси вращения маятника (рис. 1); m'' и L — масса и длина одного из четырех стержней крестовины (рис. 1). Заданные (I_0 , m' , m''), измеренные (R , L) и рассчитанные величины занесите в таблицу 2.

Таблица 2

I_0	m'	m''	L	R	$4m'R^2$	$4\frac{m''L^2}{3}$	I_T
кг·м ²	кг	кг	м	м	кг·м ²	кг·м ²	кг·м ²

10. Определите относительное расхождение между экспериментальным I и теоретическим I_T значениями момента инерции маятника:

$$\eta = \frac{|I_T - I| \cdot 100\%}{I_T}.$$

11. С помощью данных таблицы 1, полученных для груза массой m_1 , проведите необходимые расчеты и заполните таблицу 3.

Таблица 3

m_1	H	r	\bar{t}_1	I	$V = \frac{2H}{\bar{t}_1}$	$\omega = \frac{V}{r}$
кг	м	м	с	кг·м ²	м/с	с ⁻¹

10. Используя таблицу 3, составьте баланс энергии, описываемый уравнением (9). Для этого слагаемые уравнения выразите в джоулях и в процентах по отношению к потенциальной энергии груза, принимаемой за 100%. Результаты занесите в таблицу 4. При этом величину $|A_{mp}|$ находите с помощью (9), используя рассчитанные значения m_1gH , $\frac{I\omega^2}{2}$ и $\frac{m_1V^2}{2}$.

Таблица 4

m_1gH	$\frac{I\omega^2}{2}$	$\frac{m_1V^2}{2}$	$ A_{mp} $
Дж	Дж	Дж	Дж
100%	%	%	%

Контрольные вопросы

1. Дайте определение момента импульса материальной точки относительно точки и относительно оси. Поясните рисунком. Как получить выражение для момента импульса твердого тела относительно оси вращения?
2. Работа каких сил приводит к изменению полной механической энергии системы? Запишите уравнение, связывающее работу этих сил с изменением механической энергии.
3. Поясните выполнение закона сохранения и превращения энергии на примере маятника Обербека.
4. Проведите аналогию между физическими величинами, характеризующими прямолинейное движение материальной точки и вращение твердого тела вокруг неподвижной оси.
5. Используя данные таблицы 4 и связь $|A_{mp}| = M_{mp} \cdot \varphi$, найдите момент силы трения. Сопоставьте его с моментом силы натяжения нити.

Литература

1. Савельев И.В., Курс общей физики, т. 1, -М.: Наука, все издания.
2. Трофимова Т.И., Курс физики, -М.: Высшая школа, все издания; главы 3 и 4.
3. Веревошкин Ю.Г., Механика, -М.: МИИГАиК, 2005; §32, 45, 48, 49, 51, 53, 54.