

Лабораторная работа № 151

Определение показателя адиабаты воздуха и расчет изменения энтропии в процессе теплообмена

Приборы и принадлежности: стеклянный баллон с двухходовым краном, насос, манометр, барометр, термометр.

Краткая теория

1. Термодинамика базируется на двух принципах, называемых *началами*.

Первое начало устанавливает связь между количеством теплоты Q , переданным некоторой системе, изменением ее внутренней энергии ΔU и работой A , которую совершает эта система:

$$Q = \Delta U + A. \quad (1)$$

При этом изменение внутренней энергии зависит только от начального и конечного состояний системы ($\Delta U = U_2 - U_1$), а количество теплоты и работа зависят также от способа перехода из начального состояния в конечное.

Второе начало имеет несколько эквивалентных формулировок. В простейшем виде оно звучит так: *невозможно передать тепло от более холодного тела более горячему, не затратив на это никакой работы*. Отсюда, в частности, вытекает невозможность создания вечного двигателя. Другая трактовка этого принципа будет дана ниже при введении понятия *энтропии*.

2. Одной из важнейших физических величин в термодинамике является теплоемкость, то есть способность тела поглощать передаваемую ему теплоту.

Теплоемкость тела равна отношению количества теплоты, переданного телу, к изменению его температуры:

$$C_{\text{тела}} = \frac{dQ}{dT}, \quad [C_{\text{тела}}] = \text{Дж} / \text{К}. \quad (2)$$

Вместо теплоемкости всего тела можно вычислить молярную теплоемкость, то есть теплоемкость на каждый моль вещества. Для этого нужно $C_{\text{тела}}$ поделить

на количество вещества $\nu = \frac{m}{M}$, где m — масса тела, M — молярная масса вещества, из которого состоит тело:

$$C = \frac{C_{\text{тела}}}{\nu} = \frac{M}{m} \frac{dQ}{dT}. \quad (3)$$

3. При нормальных условиях (комнатная температура и атмосферное давление) большинство газов можно считать идеальными, то есть взаимодействием молекул друг с другом можно пренебречь. Состояние такого газа описывается *уравнением Менделеева-Клапейрона:*

$$pV = \frac{m}{M} RT, \quad (4)$$

где p – давление, V – объем, T – температура газа по шкале Кельвина, R – универсальная газовая постоянная, численно равная 8,314 Дж/(моль·К).

4. Для идеального газа конкретного химического состава молярная теплоемкость зависит от вида термодинамического процесса. Наиболее важными теплоемкостями являются C_V – при постоянном объеме и C_p – при постоянном давлении. Для одного и того же газа молярные теплоемкости связаны формулой Майера:

$$C_p - C_V = R. \quad (5)$$

5. На рисунке 1 изображены графики различных термодинамических процессов: при постоянной температуре (изотермический), при постоянном давлении (изобарный), при постоянном объеме (изохорный). **Адиабатическим называется процесс, протекающий без теплообмена с окружающей средой.** Это возможно либо при очень быстром протекании процесса, когда теплообмен не успевает произойти, либо при изолировании термодинамической системы от внешней среды. Адиабатическое расширение является одним из основных способов перевода газа в жидкое состояние, поскольку при этом температура газа сильно понижается, и он конденсируется.

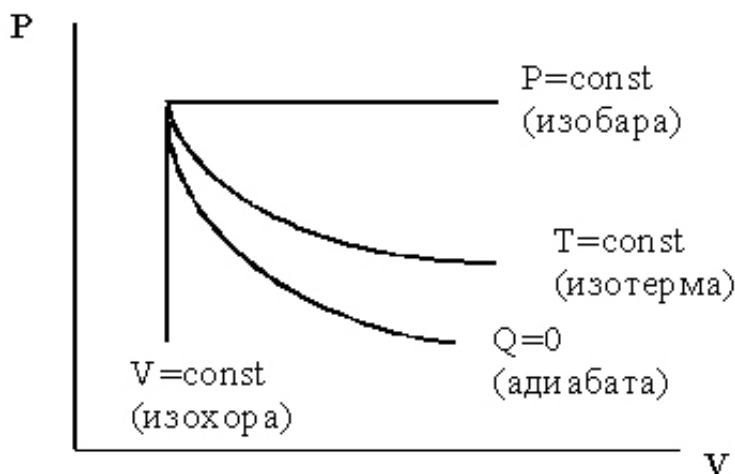


Рис. 1. Взаимное расположение графиков изопроцессов.

Параметры газа при адиабатическом процессе связаны уравнением Пуассона:

$$pV^\gamma = const, \quad (6)$$

где γ — показатель адиабаты:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V}. \quad (7)$$

Из уравнений (4) и (6) можно получить связь между давлением и температурой в адиабатическом процессе:

$$\frac{T^\gamma}{p^{\gamma-1}} = const. \quad (8)$$

Молярные теплоемкости можно выразить через показатель адиабаты. Из (5) и (7) получаем:

$$C_V = \frac{R}{\gamma - 1}, \quad (9)$$

$$C_p = \gamma C_V = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}. \quad (10)$$

6. Молекулярно-кинетическая теория газов позволяет получить **теоретические выражения для молярных теплоемкостей и показателя адиабаты идеального газа:**

$$C_V = \frac{i}{2} R, \quad C_p = \frac{i+2}{2} R, \quad (11)$$

$$\gamma = \frac{i+2}{i}, \quad (12),$$

где i – **число степеней свободы молекулы**, то есть **число независимых координат, определяющих ее положение в пространстве**. У одноатомных молекул $i=3$ (по числу пространственных координат), у двухатомных при комнатной температуре $i=5$ (добавляются две вращательные степени свободы), у трехатомных молекул $i=6$ (три вращательные степени свободы).

7. **Энтропией S называется термодинамическая функция состояния тела, дифференциал которой в элементарном обратимом процессе равен отношению сообщенного телу бесконечно малого количества теплоты к абсолютной температуре тела:**

$$dS = \frac{dQ}{T}, \quad [S]=\text{Дж/К}. \quad (13)$$

Обратимым называется процесс, который может идти в обоих направлениях через одну и ту же цепочку промежуточных состояний. Обычно обратимым является достаточно медленный процесс, который можно рассматривать как последовательность равновесных состояний.

При адиабатических обратимых процессах энтропия системы не меняется ($dQ=0$); при обратимых процессах других типов энтропия возрастает при подводе тепла ($dQ>0$) и убывает при отводе тепла ($dQ<0$).

В обратимом изотермическом процессе (проходящем бесконечно медленно через равновесные состояния) изменение энтропии рассчитывается следующим образом:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \frac{1}{T} \int_1^2 dQ = \frac{Q}{T}. \quad (14)$$

В обратимом изохорном процессе

$$\Delta S_{12} = S_2 - S_1 = \int_1^2 dQ = \int_1^2 \frac{mC_V dT}{MT} = \frac{mC_V}{M} \int_1^2 \frac{dT}{T} = \frac{mC_V}{M} \ln \frac{T_2}{T_1}. \quad (15)$$

Реальные процессы проходят через последовательность неравновесных состояний (в различных точках термодинамической системы давление и температура отличаются от средних значений) и поэтому являются

необратимыми. Для таких процессов изменение энтропии находится как разность ее значений в конечном и начальном равновесных состояниях $\Delta S = S_2 - S_1$, или как изменение в некотором обратимом процессе, посредством которого система могла бы перейти из равновесного состояния 1 в равновесное состояние 2.

Энтропия системы тел равна сумме значений энтропии всех тел системы.

8. Пользуясь понятием энтропии, можно сформулировать второе начало термодинамики следующим образом: **энтропия изолированной системы может либо возрасть (при необратимых переходах системы из менее вероятных неравновесных состояний в более вероятные), либо оставаться постоянной (если достигнуто равновесное состояние, соответствующее максимуму энтропии):**

$$dS \geq 0.$$

Любая система, изолированная от внешних воздействий, стремится к равновесному состоянию, при котором степень неупорядоченности (хаоса) наибольшая. Поэтому **энтропию принято использовать в более широком смысле как характеристику степени неупорядоченности системы.** Если не прилагать усилий, энтропия всегда будет только возрастать.

Описание установки и вывод расчетных формул

Экспериментальная установка (рис. 2) представляет собой наполненный воздухом стеклянный баллон Б, который с помощью крана К может быть соединен с насосом Н или атмосферой А. Давление в баллоне измеряется водяным манометром М.

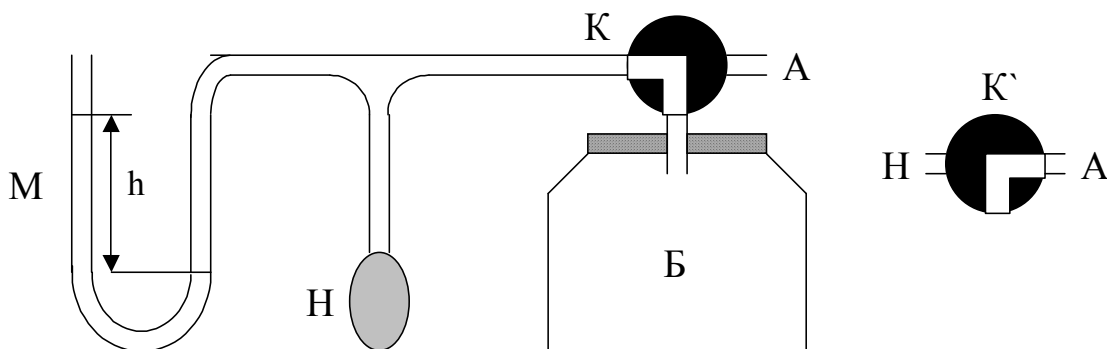


Рис. 2. Схема установки.

Если соединить баллон с насосом (кран в положении К), накачать в него воздух и выждать, пока температура воздуха в баллоне сравняется с температурой окружающей среды T_0 , то в манометре установится постоянная разность уровней h_1 , определяющая давление в баллоне:

$$p_1 = p_0 + \rho g h_1, \quad (16)$$

где p_0 – атмосферное давление, ρ – плотность воды, g – ускорение свободного падения.

Параметры p_1 , T_0 определяют начальное состояние I воздуха в сосуде (рис. 3).

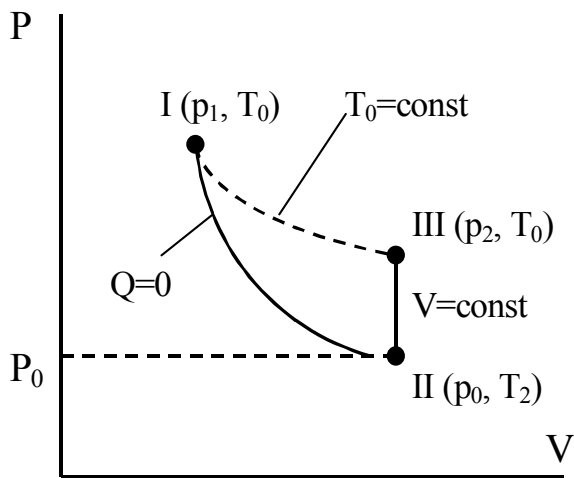


Рис. 3. Изменение параметров состояния воздуха в баллоне.

Повернув кран в положение К` (рис. 2), соединим баллон с атмосферой на короткое время, достаточное для того, чтобы давление в баллоне сравнялось с атмосферным (около 1 с); затем вернем кран в положение К. Процесс снижения давления в баллоне I-II (рис. 3) можно считать адиабатическим, поскольку за время открытия крана теплообмен между воздухом в баллоне и окружающей средой практически не успевает произойти (при выполнении лабораторной работы можно убедиться,

что для завершения теплообмена необходим в сотни раз больший интервал времени).

Так как в момент закрытия крана давление в баллоне равно атмосферному, то температура воздуха в нем T_2 определяется из соотношения (8):

$$\frac{T_I^\gamma}{p_I^{\gamma-1}} = \frac{T_{II}^\gamma}{p_{II}^{\gamma-1}} \quad \text{или} \quad \frac{T_0^\gamma}{p_1^{\gamma-1}} = \frac{T_2^\gamma}{p_0^{\gamma-1}}. \quad (17)$$

Отсюда с учетом (16) получаем:

$$\frac{T_0}{T_2} = \left(1 + \frac{\rho g h_1}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}. \quad (18)$$

Поскольку $\frac{\rho g h_1}{p_0} \ll 1$, в правой части (18) ограничимся первыми двумя слагаемыми ряда Тэйлора:

$$\frac{T_0}{T_2} = 1 + \frac{\rho g h_1 (\gamma - 1)}{p_0 \gamma}. \quad (19)$$

Параметры p_0 , T_2 определяют состояние воздуха в сосуде в момент закрытия крана (состояние II на рис. 3). Из (19) следует, что $T_2 < T_0$, то есть температура воздуха в баллоне ниже температуры окружающей среды. Поэтому в закрытом баллоне происходит изохорный процесс с подводом

теплоты II-III (рис. 3). Этот процесс завершается через несколько минут, когда воздух в баллоне нагревается до температуры окружающей среды T_0 , и разность уровней в манометре перестает увеличиваться, достигнув величины h_2 . Соответствующее давление в баллоне находится из уравнения

$$p_2 = p_0 + \rho g h_2. \quad (20)$$

Параметры p_2 , T_0 определяют конечное состояние III воздуха в баллоне (рис. 3) и связаны с параметрами состояния II (p_0 , T_2) законом Шарля для изохорного процесса:

$$\frac{T_{III}}{T_{II}} = \frac{p_{III}}{p_{II}} \quad \text{или} \quad \frac{T_0}{T_2} = \frac{p_2}{p_0}. \quad (21)$$

С учетом (20) имеем:

$$\frac{T_0}{T_2} = 1 + \frac{\rho g h_2}{p_0}. \quad (22)$$

Сравнивая (19) и (22), получаем:

$$h_2 = h_1 \frac{\gamma - 1}{\gamma}, \quad \text{откуда} \quad \gamma = \frac{h_1}{h_1 - h_2}. \quad (23)$$

Расчет изменения энтропии проводится для процесса теплообмена в термодинамической системе, включающей воздух в баллоне и окружающую среду, рассматриваемую как тепловой резервуар бесконечно большой теплоемкости (стенки баллона также относятся к окружающей среде). Изменение энтропии воздуха в баллоне в изохорном процессе II-III (начальная температура T_2 , конечная – T_0 , см. рис. 3) определяется по формуле (15) с учетом (22):

$$\Delta S_{\epsilon} = \frac{m}{M} C_V \ln \left(1 + \frac{\rho g h_2}{p_0} \right). \quad (24)$$

Используя выражения для C_V (9) и уравнение Менделеева-Клапейрона (4) для состояния III (p_2 , T_0), а также принимая во внимание, что $\ln(1+x) \approx x$ при $x \ll 1$, преобразуем (24) к виду:

$$\Delta S_{\epsilon} = \frac{p_2 V}{T_0} \frac{1}{(\gamma - 1)} \frac{\rho g h_2}{p_0}. \quad (25)$$

Количество теплоты, подведенной к воздуху в баллоне в изохорном процессе II-III:

$$Q_{\epsilon} = \frac{m}{M} C_V (T_0 - T_2)$$

или с учетом (4), (9) и (20)

$$Q_{\epsilon} = \frac{V}{\gamma - 1} \rho g h_2. \quad (26)$$

Изменение энтропии окружающей среды определяется по формуле (14) для изотермического процесса (температура среды $T_0 = const$), причем количество теплоты, отведенной от окружающей среды, равно взятому со знаком минус количеству теплоты, подведенной к воздуху в баллоне:

$$\Delta S_0 = \frac{-Q_\epsilon}{T_0} = -\frac{1}{T_0} \frac{V}{\gamma - 1} \rho g h_2. \quad (27)$$

Складывая (25) и (27), получаем изменение энтропии системы тел «воздух в баллоне – окружающая среда»:

$$\Delta S = \Delta S_\epsilon + \Delta S_0 = \frac{V}{\gamma - 1} \frac{\rho g h_2}{T_0} \left(\frac{p_2}{p_0} - 1 \right)$$

или с учетом (20)

$$\Delta S = \frac{V}{\gamma - 1} \frac{(\rho g h_2)^2}{p_0 T_0}. \quad (28)$$

Измерения и обработка их результатов

Задание 1. Определение показателя адиабаты воздуха γ

1. Соедините насос с баллоном, повернув кран в положение К (рис. 2), и накачивайте в баллон воздух до тех пор, пока разность уровней в манометре не достигнет 20 - 25 см (при необходимости долейте воду в манометр).
 2. Выждите несколько минут, пока температура в баллоне не опустится до уровня комнатной (разность уровней в манометре в этот момент перестанет уменьшаться).
 3. Измерьте разность уровней h_1 .
 4. На короткое время соедините баллон с атмосферой, повернув кран в положение К' (рис. 2) и примерно через 1 с вернув его в положение К.
 5. Выждите несколько минут, пока температура в баллоне не поднимется до уровня комнатной (при этом разность уровней перестанет увеличиваться).
 6. Измерьте разность уровней h_2 .
- Повторите измерения по пунктам 1-6 не менее шести раз.
7. Для каждого опыта вычислите значение γ по формуле (23), а затем найдите $\bar{\gamma}$.
 8. Вычислите теоретическое значение показателя адиабаты γ_T по формуле (12), считая, что воздух состоит из двухатомных молекул.
 9. Определите относительное расхождение экспериментального и теоретического значений по формуле:

$$\eta = \frac{|\bar{\gamma} - \gamma_T|}{\gamma_T} 100\%.$$

Если расхождение значительное, значит, при выполнении опыта были допущены систематические ошибки: либо в процессе теплообмена между воздухом в баллоне и окружающей средой (пункты 2 и 5) не успевало установиться термическое равновесие, либо неправильно выбирался момент закрытия крана (пункт 4).

Задание 2. Расчет изменения энтропии в процессе теплообмена

1. Измерьте атмосферное давление p_0 и комнатную температуру T_0 с помощью барометра и термометра. Объем баллона — 20 литров.
2. Для одного из опытов задания 1 вычислите количество теплоты, переданное от окружающей среды к воздуху в баллоне в изохорном процессе II-III, по формуле (26) и изменение энтропии системы по формуле (28).

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте первое начало термодинамики в общем виде и для процессов, реализующихся в данной работе.
2. Почему теплоемкость газа при постоянном давлении больше чем при постоянном объеме?
3. Чем объясняется расхождение измеренного в данной работе и теоретического значений показателя адиабаты?
4. Сформулируйте второе начало термодинамики.
5. Выведите теоретические формулы для C_p , C_v и γ .

Литература

1. Савельев И.В., Курс общей физики, т. 1, -М.: Наука, все издания.
2. Трофимова Т.И., Курс физики, -М.: Высшая школа, все издания.