

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Московский государственный университет геодезии и картографии (МИИГАиК)

Феофилактова Т. В.

Учебное пособие

**ВОЛНОВЫЕ И КВАНТОВЫЕ СВОЙСТВА
ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ**

Для студентов 2 курса всех специальностей

МОСКВА 2007

Феофилактова Т. В., учебное пособие «Волновые и квантовые свойства электромагнитного излучения»

Учебное пособие написано в соответствии с утвержденной программой курса «Физика», рекомендовано кафедрой физики и утверждено к изданию редакционно-издательской комиссией факультета оптического приборостроения.

В учебном пособии излагается теоретический материал по волновым и квантовым свойствам электромагнитного излучения, обсуждаются методы решения большинства типов задач, предлагаемых студентам в домашних и экзаменационных контрольных работах, и приводится большое количество примеров решения таких задач.

Рецензенты:

проф. Ильин Ю.А., Московский государственный
университет геодезии и картографии

д. ф.-м. н. Самолюбов Б.И., Московский
государственный университет имени
Ломоносова

ОГЛАВЛЕНИЕ

Часть 1. Волновые свойства электромагнитного излучения

Глава 1. Электромагнитные волны	5
§ 1. Дифференциальное уравнение электромагнитной волны	5
§ 2. Плоская электромагнитная волна	8
§ 3. Энергия электромагнитных волн	10
Глава 2. Интерференция волн	12
§ 4. Предварительные сведения	12
§ 5. Когерентность и монохроматичность световых волн	13
§ 6. Интерференционная картина от двух источников	14
§ 7. Способы наблюдения интерференции света	18
§ 8. Интерференция света в тонких пленках, пластинках	21
§ 9. Применения интерференции света	34
Глава 3. Дифракция волн	37
§ 10. Принцип Гюйгенса-Френеля	37
§ 11. Зоны Френеля	39
§ 12. Дифракция Френеля на простейших преградах	46
§ 13. Дифракция Фраунгофера на одной щели	50
§ 14. Дифракция Фраунгофера на дифракционной решетке	56
§ 15. Разрешающая способность оптических приборов	59
§ 16. Дифракция на пространственной решетке	66
§ 17. Понятие о голографии	68
Глава 4. Поляризация света	71
§ 18. Естественный и поляризованный свет	71
§ 19 Поляризация света при отражении и преломлении на границе двух диэлектриков	77
§ 21 Анализ поляризованного света	85
§ 22 Искусственное двойное лучепреломление	86
§ 23 Вращение плоскости поляризации	88

Глава 5. Распространение света в веществе	91
§ 24. Дисперсия света	91
§ 25. Классическая теория дисперсии света	95
§ 26. Поглощение света	100
§ 27. Рассеяние света	102
Часть II. Квантовая природа электромагнитного излучения	
Глава 6. Тепловое излучение	104
§ 28. Тепловое излучение и его характеристики	104
§ 29. Закон Кирхгофа	105
§ 30. Закон Стефана-Больцмана и закон Вина. Формула Рэлея-Джинса	110
§ 31. Формула Планка	112
§ 32. Оптическая пирометрия	116
Глава 7. Фотоны	119
§ 33. Фотоэлектрический эффект	119
§ 34. Энергия и импульс фотона. Дуализм света	124
§ 35. Эффект Комптона	126

Часть 1. Волновые свойства электромагнитного излучения

Глава 1. Электромагнитные волны

§ 1. Дифференциальное уравнение электромагнитной волны

Согласно теории Максвелла переменные электрическое и магнитное поля взаимно порождают друг друга: переменное магнитное поле порождает электрическое:

$$\operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

переменное электрическое поле порождает магнитное:

$$\operatorname{rot}\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}.$$

Анализируя свои уравнения, Максвелл обнаружил, что конечным итогом подобной связи изменяющихся полей будет появление волны, которая содержит электрическое и магнитное поля и способна распространяться в пустом пространстве (вакууме).

Покажем, что существование электромагнитных волн вытекает из уравнений Максвелла.

Напишем уравнения Максвелла для нейтральной ($\rho=0$) и непроводящей среды ($\vec{j}=0$) с постоянными проницаемостями ϵ, μ . В этом случае:

$$\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} = \mu\mu_0 \frac{\partial\vec{H}}{\partial t}; \quad \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} = \epsilon\epsilon_0 \frac{\partial\vec{E}}{\partial t}; \quad \operatorname{div}\vec{B} = \mu\mu_0 \operatorname{div}\vec{H}; \quad \operatorname{div}\vec{D} = \epsilon\epsilon_0 \operatorname{div}\vec{E}$$

Следовательно, уравнения Максвелла примут вид:

$$\operatorname{rot}\vec{E} = -\mu\mu_0 \frac{\partial\vec{H}}{\partial t} \tag{1.1}$$

$$\operatorname{rot}\vec{H} = \epsilon\epsilon_0 \frac{\partial\vec{E}}{\partial t} \tag{1.2}$$

$$\operatorname{div}\vec{H} = 0 \tag{1.3}$$

$$\operatorname{div}\vec{E} = 0 \quad (1.4)$$

Применим к первому уравнению операцию rot

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot}\vec{E}) = -\mu\mu_0 \operatorname{rot} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (1.5)$$

Символ rot означает дифференцирование по координатам, поэтому, меняя порядок дифференцирования по координатам и времени, можно написать

$$\operatorname{rot}\left(\frac{\partial \vec{H}}{\partial t}\right) = \frac{\partial}{\partial t}(\operatorname{rot}\vec{H})$$

Используя уравнение (1.2), получим

$$\frac{\partial}{\partial t}(\operatorname{rot}\vec{H}) = \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

Тогда уравнение (1.5) будет иметь вид

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot}\vec{E}) = -\mu\mu_0 \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (1.6)$$

Из математики известно, что $\operatorname{rot}(\operatorname{rot}\vec{E})$ можно представить в виде:

$\operatorname{rot}(\operatorname{rot}\vec{E}) = \operatorname{grad}\operatorname{div}\vec{E} - \Delta\vec{E}$, где Δ – оператор Лапласа, который ниже будет расписан.

Первое слагаемое в правой части равно нулю по уравнению (1.4), следовательно

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot}\vec{E}) = -\Delta\vec{E}$$

Подставив в (1.5) и опустив знак минус в левой и правой части, получим уравнение:

$$\Delta\vec{E} = \mu\mu_0 \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

или, расписав оператор Лапласа, получим дифференциальное уравнение:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} = \mu\mu_0 \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (1.7)$$

Таким же образом можно получить:

$$\frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial z^2} = \mu\mu_0\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \quad (1.8)$$

Уравнения (1.7) и (1.8) неразрывно связаны друг с другом, так как они получены из уравнений (1.1) и (1.2), каждое из которых содержит \vec{E} , и \vec{H} .

Уравнение вида

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{1}{V^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$$

представляет собой волновое уравнение. Всякая функция, удовлетворяющая такому уравнению, описывает некоторую волну, причем V является скоростью этой волны. **Волной называется процесс распространения колебаний в пространстве.**

Таким образом, уравнения (1.7) и (1.8) указывают на то, что электромагнитные поля могут существовать в виде электромагнитных волн, скорость которых равна:

$$V = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

Для вакуума ($\varepsilon = 1$ и $\mu = 1$) по этой формуле получается:

$$V = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{4\pi \cdot 10^{-7}} \sqrt{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9}} = 3 \cdot 10^8 \frac{M}{c} = c$$

Таким образом, скорость электромагнитных волн в вакууме совпадает со скоростью света.

Скорость электромагнитных волн в веществе определяется:

$$V = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

Распространяясь от источника колебаний, волновой процесс охватывает все новые и новые части пространства. **Фронтом волны (или волновым фронтом)** называется **геометрическое место точек, до которых доходят колебания к моменту времени t .** Фронт волны представляет собой ту поверхность, которая уже вовлечена в волновой процесс, от области, в которой колебания еще не возникли.

Волновой поверхностью называется **геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе.** Волновую поверхность можно провести через любую точку пространства, охваченного волновым процессом. Следо-

вательно, волновых поверхностей существует бесконечное множество, в то время как волновой фронт в каждый момент времени только один. Волновые поверхности могут быть любой формы. В простейших случаях они имеют форму плоскости или сферы. Соответственно волна в этих случаях называется плоской или сферической. В плоской волне волновые поверхности представляют собой систему параллельных друг другу плоскостей, в сферической волне – систему концентрических сфер.

§ 2. Плоская электромагнитная волна

Исследуем плоскую электромагнитную волну, распространяющуюся в однородной непроводящей среде. Направим ось x перпендикулярно к волновым поверхностям. Тогда \vec{E} и \vec{H} , а значит, и их составляющие не будут зависеть от координат y и z . Поэтому уравнения (1.1).(1.4) упрощаются следующим образом:

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = \mu\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t} \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = 0 \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial x} = -\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t} \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} = 0 \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = 0 \quad (2.8)$$

Уравнения (2.4) и (2.8) показывают, что E_x не может зависеть ни от t , ни от x . Уравнения (2.1) и (2.7) дают тот же результат для H_x . Таким образом отличные от нуля E_x и H_x могут быть обусловлены лишь постоянными однородными полями, накладывающимися на электромагнитное поле волны. Само поле волны не имеет составляющих вдоль оси x , т. е. векторы \vec{E} и \vec{H} перпендикулярны к направлению распространения волны. Это означает, что электромагнитные волны – поперечны.

Пусть $E_x = 0$ и $H_x = 0$ (нет постоянных полей). Уравнения (2.2) и (2.6) связывают E_z и H_y , а (2.3) и (2.5) – E_y и H_z . Эти пары полей не связаны друг с другом. Переменное электрическое поле E_z , направленное вдоль оси z , создает магнитное поле H_y , направленное вдоль оси y . Поле H_y создает E_z . Ни поле E_y , ни поле H_z при этом не возникают. Поэтому можно положить $E_z = 0$ и $H_y = 0$. Чтобы получить волновое уравнение, продифференцируем по x (2.3):

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} \mu\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t} = -\mu\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial H_z}{\partial x} \text{ и, используя уравнение (2.5), получим:}$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \mu\mu_0 \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \quad (2.9)$$

Аналогично получается уравнение для H_z

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \mu\mu_0 \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2} \quad (2.10)$$

Решением уравнений (2.9) и (2.10) являются:

$$E_y = E_m \cos(\omega t - kx + \alpha_1) \quad (2.11)$$

$$H_z = H_m \cos(\omega t - kx + \alpha_2) \quad (2.12),$$

где ω – частота волны, $k = \frac{\omega}{V}$ – волновое число, α_1, α_2 – начальные фазы колебаний в точке $x=0$.

После подстановки решений в уравнения (2.3) и (2.5) имеем:

$$kE_m \sin(\omega t - kx + \alpha_1) = \mu\mu_0 \omega H_m \sin(\omega t - kx + \alpha_2)$$

$$kH_m \sin(\omega t - kx + \alpha_2) = \varepsilon\varepsilon_0 \omega E_m \sin(\omega t - kx + \alpha_1)$$

Для того чтобы эти соотношения удовлетворялись при любых значениях t и x , необходимо равенство начальных фаз α_1 и α_2 , т. е. $\alpha_1 = \alpha_2$. Кроме того, должны соблюдаться соотношения:

$$kE_m = \mu\mu_0 \omega H_m$$

$$kH_m = \varepsilon\varepsilon_0 \omega E_m$$

Перемножив эти два равенства, получим:

$$\varepsilon\varepsilon_0 E_m^2 = \mu\mu_0 H_m^2$$

Таким образом, колебания электрического и магнитного векторов в электромагнитной волне происходят с одинаковой фазой ($\alpha_1 = \alpha_2$), а амплитуды этих векторов связаны соотношением

$$\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} E_m = \sqrt{\mu\mu_0} H_m. \quad (2.13)$$

Умножив уравнение (2.11) на орт оси y ($E_y \vec{j} = \vec{E}$) и уравнение (2.12) на орт оси z ($H_z \vec{k} = \vec{H}$) получим уравнения плоской электромагнитной волны в векторном виде, положив $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$:

$$\vec{E} = \vec{E}_m \cos(\omega t - kx) \quad (2.14)$$

$$\vec{H} = \vec{H}_m \cos(\omega t - kx) \quad (2.13)$$

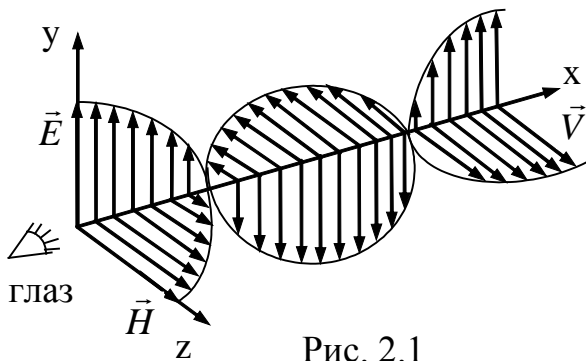


Рис. 2.1

Векторы \vec{E} и \vec{H} образуют с направлением распространения волны \vec{V} правовинтовую систему (рис. 2.1). В фиксированной точке пространства ($x = x_0$) \vec{E} и \vec{H} изменяются со временем t по гармоническому закону. Они одновременно увеличиваются от нуля, затем через $\frac{1}{4}T$ периода достигают максимума, причем, (смотрим вдоль направления распространения волны) если \vec{E} направлен вверх, то \vec{H} направлен вправо, если \vec{E} направлен вниз, то \vec{H} направлен влево.

§ 3. Энергия электромагнитных волн

Опыты по обнаружению электромагнитных волн указывают на то, что эти волны переносят энергию. Объемная плотность энергии \mathcal{W} электромаг-

нитной волны складывается из объемных плотностей электрического w_E и магнитного w_H полей:

$$w = w_E + w_H = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} \quad (3.1)$$

В данной точке пространства векторы \vec{E} и \vec{H} изменяются в одинаковой фазе (это справедливо только для непроводящей среды). Поэтому соотношение (2.13) между амплитудными значениями E и H справедливо и для их мгновенных значений. Отсюда следует, что плотность энергии электрического и магнитного полей в каждый момент времени одинакова: $w_E = w_H$

Тогда выражение (3.1) можно представить:

$$w = 2w_E = \varepsilon\varepsilon_0 E^2. \quad (3.2)$$

Воспользовавшись соотношением $\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} E_m = \sqrt{\mu\mu_0} H_m$, плотность энергии можно представить в виде:

$$w = \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0 \mu\mu_0} EH.$$

Умножив плотность энергии на скорость электромагнитных волн

$$V = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0 \mu\mu_0}}, \text{ получим плотность потока энергии:}$$

$$S = wV = EH$$

Векторы \vec{E} и \vec{H} взаимно перпендикулярны и образуют с направлением распространения волны правовинтовую систему. Поэтому направление вектора $[\vec{E}\vec{H}]$ совпадает с направлением переноса энергии, модуль этого вектора равен EH (т.к. $\sin\alpha=1$). Следовательно, вектор плотности потока энергии можно представить как векторное произведение \vec{E} и \vec{H}

$$\vec{S} = [\vec{E}\vec{H}] \quad (3.3)$$

вектор \vec{S} называется вектором Умова-Пойнтинга.

Вектор \vec{S} направлен в сторону распространения электромагнитной волны, а его модуль равен энергии, переносимой электромагнитной волной за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны.

Глава 2. Интерференция волн

§ 4. Предварительные сведения

В электромагнитной волне колеблются два вектора: напряженности электрического \vec{E} и напряженности магнитного \vec{H} полей. Как показывает опыт, физиологическое, фотохимическое, фотоэлектрическое и другие действия света вызываются колебаниями электрического вектора. Поэтому вектор напряженности электрического поля \vec{E} в оптике называют световым вектором. Уравнение плоской световой волны: $\vec{E} = \vec{E}_m \cos(\omega t - kx + \alpha)$

Длины волн видимого света заключены в пределах:

$$\lambda = 400 \div 750 \text{ нм (в вакууме).}$$

Длина волны в среде с показателем преломления n : $\lambda_{cp} = \frac{\lambda}{n}$.

Частоты видимых световых волн лежат в пределах:

$$\nu = (0,75 \div 0,40) \cdot 10^{15} \text{ Гц.}$$

Никакой приемник световой энергии не может уследить за столь частыми изменениями плотности потока энергии, поэтому регистрируется усредненная по времени плотность светового потока, т. е. интенсивность света (I). Интенсивность света определяется модулем среднего значения плотности потока электромагнитной энергии, т. е. средним значением вектора Умова-Пойнтинга:

$$I = \langle \vec{S} \rangle = \langle [\vec{E}\vec{H}] \rangle = \langle E_m H_m \cos^2(\omega t - kx) \rangle = \frac{1}{2} |E_m H_m|, \text{ т. к. } \langle \cos^2(\omega t - kx) \rangle = \frac{1}{2}$$

Используя соотношение для амплитудных значений векторов \vec{E} и \vec{H} (2.13), получим: $H_m = E_m \sqrt{\frac{\epsilon \epsilon_0}{\mu \mu_0}}$. Если положить $\mu = 1$ и показатель преломления среды, в которой распространяется волна, $n = \sqrt{\epsilon}$, то $H_m \sim n E_m$. Следовательно, интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды световой волны и показателю преломления среды:

$I \sim n E_m^2$. При рассмотрении распространения света в однородной среде можно считать, что интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды световой волны: $I \sim E_m^2$

§ 5. Когерентность и монохроматичность световых волн

Пусть две волны одинаковой частоты, накладываясь друг на друга, возбуждают в некоторой точке пространства колебания одинакового направления, т. е. вектор \vec{E}_1 параллелен вектору \vec{E}_2 . Тогда можно записать скалярные равенства:

$$E_1 = E_{m1} \cos \varphi_1(t, r) \\ E_2 = E_{m2} \cos \varphi_2(t, r),$$

где $\varphi_1(t, r) = \omega t - kr + \alpha_1$ и $\varphi_2(t, r) = \omega t - kr + \alpha_2$.

Амплитуда результирующего колебания (см. сложение колебаний в механике) в данной точке определяется:

$$E^2 = E_{m1}^2 + E_{m2}^2 + 2E_{m1}E_{m2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = E_{m1}^2 + E_{m2}^2 + 2E_{m1}E_{m2} \cos \delta, \quad (5.1)$$

где $\delta(t, r) = \varphi_2(t, r) - \varphi_1(t, r)$ – разность фаз колебаний.

Когерентными называются волны, имеющие одинаковую частоту и постоянную во времени разность фаз $\delta = \varphi_2 - \varphi_1$. Источники таких волн также называются **когерентными**.

Когерентностью называется согласованное протекание нескольких колебательных или волновых процессов.

Монохроматическая волна – это строго синусоидальная (косинусоидальная) волна с постоянными во времени частотой ω , амплитудой и начальной фазой. Амплитуда и фаза колебаний могут меняться от одной точки пространства к другой, а частота одна и та же во всем пространстве. Монохроматические колебания и волны длятся бесконечно долго, не имея ни начала, ни конца во времени. Поэтому строго монохроматические колебания и волны не могут быть точно реализованы в действительности – это идеализация.

Строго когерентными могут быть только монохроматические волны, так как разность фаз двух монохроматических волн одинаковой частоты в каждой точке остается постоянной.

В случае некогерентных волн разность фаз δ непрерывно изменяется, принимая с равной вероятностью любые значения, вследствие чего среднее по времени значение $\langle \cos \delta \rangle = 0$.

Тогда результирующая амплитуда равна (см. 5.1) $E^2 = E_{m1}^2 + E_{m2}^2$. Отсюда следует, что интенсивность света, наблюдаемая при сложении некогерентных волн, равна сумме интенсивностей, создаваемых каждой из волн в отдельности:

$$I = I_1 + I_2$$

В случае когерентных волн $\cos \delta$ имеет постоянное во времени (но свое для каждой точки пространства) значение, так что

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta \quad (5.2)$$

Последнее слагаемое в этой формуле называется интерференционным членом. В тех точках пространства, для которых $\cos \delta > 0$, $I > I_1 + I_2$; в тех точках пространства, для которых $\cos \delta < 0$, $I < I_1 + I_2$. Таким образом, **при наложении когерентных световых волн происходит перераспределение светового потока в пространстве, в результате чего в одних местах возникают максимумы, а в других минимумы интенсивности. Это явление называется интерференцией волн.** Особенно отчетливо проявляется интерференция в том случае, когда $I_1 = I_2$, тогда максимальная интенсивность $I = 4I_1$; минимальная интенсивность $I = 0$.

При рассмотрении когерентности вводятся понятия *временной* и *пространственной* когерентности. Рассмотрим сначала изменение фазы с течением времени t в данной точке пространства. Если в данной точке пространства ($r = const$) в разные моменты времени разность фаз остается постоянной, то говорят о *временной* когерентности.

Теперь рассмотрим изменения фазы при переходе от одной точки пространства к другой. В идеальной плоской или сферической волне фаза одинакова во всех точках плоскости $X = const$ или сферы $r = const$. Эти плоскости и сферы являются волновыми поверхностями.

В реальной световой волне фаза при переходе от одной точки волновой поверхности к другой изменяется. Введем расстояние $\rho_{кор}$, при смещении на которое вдоль волновой поверхности случайное изменение фазы достигает значения $\sim \pi$. Колебания в двух точках волновой поверхности, отстоящих друг от друга на расстояние, меньшее $\rho_{кор}$, будут приблизительно когерентными. Такого рода когерентность называется *пространственной*.

Излучение лазера обладает высокой временной и пространственной когерентностью.

§ 6. Интерференционная картина от двух источников

Выше было выяснено, что естественные источники света не когерентны. Когерентные световые волны можно получить, разделив (с помощью отражений или преломлений) волну, излучаемую одним источником, на две части. Если заставить эти две волны пройти разные оптические пути, а потом наложить их друг на друга, то наблюдается интерференция. Разность оптических длин путей, проходимых интерферирующими волнами, не должна быть больше 3λ , т. к. складываемые волны должны принадлежать одному цугу волн.

Пусть разделение на две когерентные волны происходит в точке О. До точки Р первая волна проходит путь S_1 в среде с показателем преломления n_1 , вторая волна проходит путь S_2 в среде с n_2 .

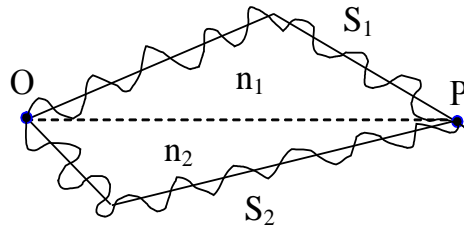


Рис. 6.1

Если в точке О фаза колебаний равна ωt , то первая волна возбуждает в точке Р колебание $E_{m1} \cos \omega \left(t + \frac{S_1}{V_1} \right)$, а вторая $-E_{m2} \cos \omega \left(t + \frac{S_2}{V_2} \right)$, где $V_1 = \frac{c}{n_1}$ и $V_2 = \frac{c}{n_2}$ скорости первой и второй волн.

Разность фаз колебаний, возбуждаемых волнами в точке Р, будет равна

$$\delta = \omega \left(\frac{S_2}{V_2} - \frac{S_1}{V_1} \right) = \frac{\omega}{c} (n_2 S_2 - n_1 S_1)$$

Оптической длиной пути называется произведение показателя преломления на геометрическую длину пути $L = nS$. Оптическая разность хода равна

$$\Delta = n_2 S_2 - n_1 S_1 = L_2 - L_1$$

Выразив $\frac{\omega}{c} = \frac{2\pi\nu}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$, где λ — длина волны в вакууме, получим связь разности фаз с разностью хода:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta \quad (6.1)$$

Рассмотрим, при каких условиях наблюдаются максимумы и минимумы интенсивности, если накладываются когерентные волны. Результирующая интенсивность определяется выражением $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta$

1) $\cos \delta = 1$ в этом случае

$$\delta = \pm 2m\pi \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad \text{max} \quad (6.2)$$

$$\Delta = \pm 2m \frac{\lambda}{2} \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad \text{max} \quad (6.3)$$

Колебания будут происходить с одинаковой фазой. Наблюдаемая интенсивность будет максимальной: $I = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2$. Если $I_1 = I_2$, то $I = 4I_1$.

2) $\cos \delta = -1$ в этом случае

$$\delta = \pm(2m + 1)\pi \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad \text{min} \quad (6.4)$$

$$\Delta = \pm(2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad \text{min} \quad (6.5)$$

Колебания будут происходить в противофазе. Наблюдаемая интенсивность будет минимальной: $I = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2$. Если $I_1 = I_2$, то $I = 0$.

Рассмотрим две когерентные световые волны, исходящие из действительных или мнимых источников O_1 и O_2 , имеющих вид параллельных светящихся тонких нитей либо узких щелей.

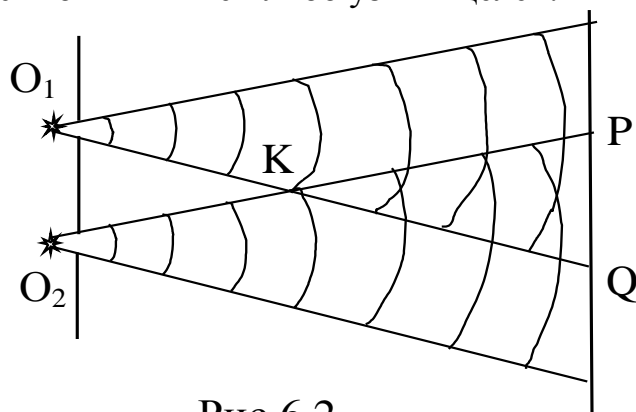


Рис.6.2

Область KPQ , в которой эти волны перекрываются, называется **полем интерференции**. Во всей этой области наблюдается чередование мест с максимальной и минимальной интенсивностью. Если в поле интерференции внести экран, то на нем будет видна интерференционная картина, которая в случае цилиндрических волн имеет вид чередующихся светлых и темных прямолинейных полос. Вычислим ширину этих полос в предположении, что экран параллелен плоскости, проходящей через источники O_1 и O_2 . Положение точки на экране будем характеризовать координатой x , отсчитываемой в направлении $\perp O_1O_2$. Начало отсчета выберем в точке O , относительно которой O_1 и O_2 расположены симметрично. Источники будем считать колеблющимися в одинаковой фазе.

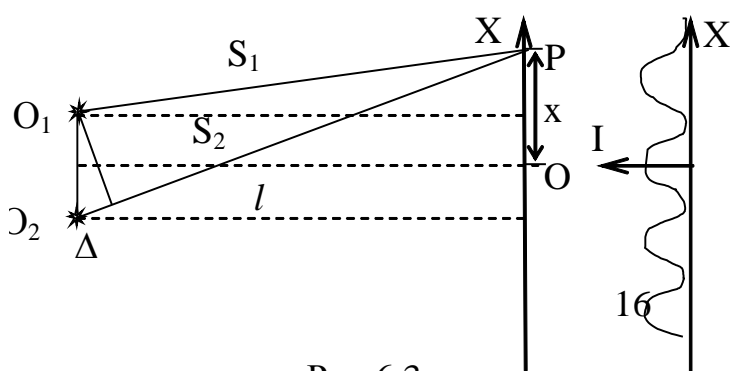


Рис.6.3

Из рисунка видно, что по теореме Пифагора получается:

$$S_1^2 = l^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2 \quad (6.6)$$

$$S_2^2 = l^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2 \quad (6.7)$$

Вычитая из (6.7) выражение (6.6), получим

$$S_2^2 - S_1^2 = (S_2 - S_1)(S_2 + S_1) = 2xd \quad (6.8)$$

При условии $d \ll l$ и $x \ll l$ можно считать, что $S_2 + S_1 \approx 2l$. Так как волны распространяются в вакууме ($n = 1$), то оптическая разность хода $\Delta = S_2 - S_1$. После подстановки в (6.8) получим

$$\Delta = \frac{xd}{l}$$

Подставив условия максимума и минимума интерференции (6.3) и (6.5), получим координаты максимумов и минимумов интенсивности

$$x_{\max} = \pm \frac{ml\lambda}{d} \quad (6.9)$$

$$x_{\min} = \pm \frac{(2m+1)l\lambda}{2d} \quad (6.10)$$

Шириной интерференционной полосы Δx называется расстояние между двумя соседними минимумами интенсивности

$$\Delta x = x_{\min(m+1)} - x_{\min m} = \frac{l}{d} \lambda \quad (6.11)$$

Расстоянием между интерференционными полосами называется расстояние между двумя соседними максимумами интенсивности

$$\Delta x = x_{\max(m+1)} - x_{\max m} = \frac{l}{d} \lambda \quad (6.12)$$

Из выражений (6.11) и (6.12) следует, что расстояние между интерференционными полосами и ширина интерференционной полосы определяются одинаково. Расстояние между интерференционными полосами растет с уменьшением расстояния между источниками d . При расстоянии d сравнимом с l , расстояние между полосами было бы того же порядка, что и λ , т. е. очень мало, отдельные полосы были бы совершенно не различимы. Для того чтобы интерференционная картина стала отчетливой, необходимо выполнение условия $d \ll l$.

Ширина интерференционных полос и расстояние между ними зависят от длины волны λ . Только в центре картины, при $x=0$, совпадут максимумы всех длин волн. По мере удаления от центра картины максимумы разных длин волн (λ) смещаются друг относительно друга все больше и больше. Это приводит к смазыванию картины при наблюдении ее в белом свете. В монохроматическом свете число различимых полос интерференции заметно возрастает.

В случае конечных размеров источника света интерференционная картина становится менее резкой и даже может совсем исчезнуть. Это объясняется нарушением когерентности волн, идущих от разных точек источника.

§ 7. Способы наблюдения интерференции света

Зеркала Френеля, бипризма Френеля, щели Юнга, зеркало Ллойда.

Зеркала Френеля.

Два плоских соприкасающихся зеркала OM и ON располагаются так, что их отражающие поверхности образуют угол, близкий к 180° .

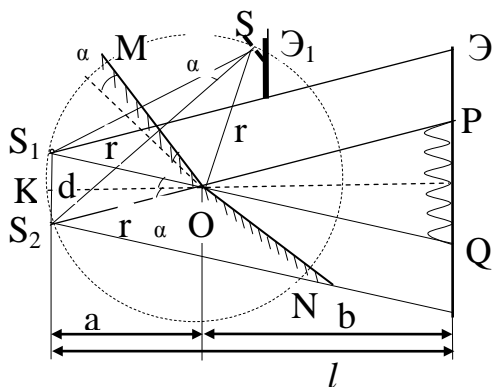


Рис. 7.1

Соответственно угол α между продолжением плоского зеркала ON и зеркалом OM очень мал. Параллельно линии пересечения зеркал на расстоянии r от нее помещается прямолинейный источник света S (узкая светящаяся щель). Зеркала отбрасывают на экран \mathcal{E} две когерентные волны, распространяющиеся так, как если бы они исходили из мнимых источников S_1 и S_2 . Экран \mathcal{E}_1 преграждает свету путь от источника S к экрану \mathcal{E} . По правилу построения изображения в плоском зеркале получим:

$OS = OS_1$ и $OS = OS_2$. Так как $OS = r$, то $OS_2 = OS_1 = r$.

Источники S , S_1 и S_2 расположены на окружности радиуса r , центр которой находится в точке O . Расстояние между источниками S_1 и S_2 обозначим d .

Углы S_1SS_2 и α равны, как углы, образованные взаимно перпендикулярными сторонами. Угол $S_1OS_2 = 2\alpha$, потому что опирается на ту же дугу что и угол S_1SS_2 и является центральным углом. OK является высотой, медианой и биссектрисой в равнобедренном треугольнике ΔS_1OS_2 . Из ΔS_1OK следует:

$\frac{d}{2} = r \sin \alpha$ и $OK = r \cos \alpha$. Так как угол α очень мал, то получим:

$d \approx 2r\alpha$ и $OK \approx r$. Расстояние от источников S_1 и S_2 до экрана равно l . Из рис. 7.1 видно, что $l = OK + b = r + b$. Подставив найденные значения d и l в формулу для ширины интерференционной полосы (6.11), получим:

$$\Delta x = \frac{r+b}{2r\alpha} \lambda \quad (7.1)$$

Область перекрытия волн PQ имеет протяженность $2btg\alpha \approx 2b\alpha$. Число наблюдаемых интерференционных полос N найдем, разделив эту длину на ширину полосы Δx :

$$N = \frac{2b\alpha \cdot 2r\alpha}{(r+b)\lambda} = \frac{4\alpha^2 br}{\lambda(r+b)}$$

Бипризма Френеля.

Изготовленные из одного куска стекла две призмы с малым преломляющим углом θ имеют общее основание. Параллельно этому основанию на расстоянии a от него располагается прямолинейный источник света S . Угол падения лучей на бипризму мал, вследствие чего все лучи отклоняются бипризмой на одинаковый угол $\varphi = (n-1)\theta$.

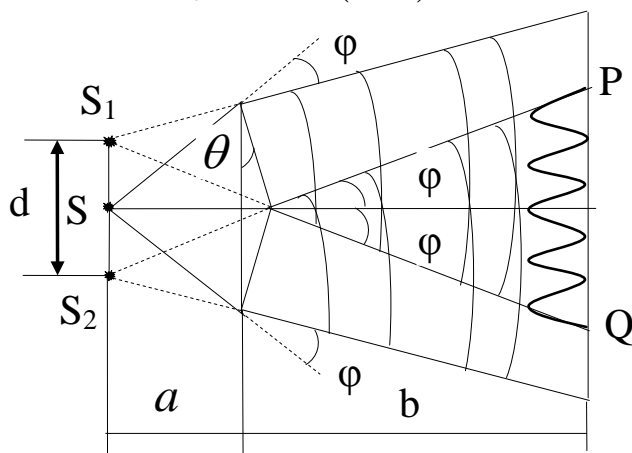


Рис. 7.2

В результате образуются две когерентные цилиндрические волны, исходящие из мнимых источников S_1 и S_2 , лежащих в одной плоскости с S . Расстояние

между источниками равно $d = 2a \sin \varphi \approx 2a\varphi \approx 2a(n-1)\theta$. Расстояние от источников до экрана равно $\ell = a + b$.

Подставив найденные значения d и ℓ в формулу для ширины интерференционной полосы (6.11), получим:

$$\Delta x = \frac{a+b}{2a(n-1)\theta} \lambda.$$

Область перекрытия волн PQ имеет протяженность $2btg\varphi \approx 2b\varphi \approx 2b(n-1)\theta$. Число наблюдаемых интерференционных полос N найдем, разделив эту длину на ширину полосы Δx :

$$N = \frac{2b(n-1)\theta \cdot 2a(n-1)\theta}{(a+b)\lambda} = \frac{4ab(n-1)^2 \theta^2}{\lambda(a+b)}.$$

Щели Юнга.

Источником света служит ярко освещенная щель S, от которой световая волна падает на две узкие щели S₁ и S₂, освещаемые различными участками одного и того же волнового фронта. Световые пучки, проходящие через малые щели S₁ и S₂, расширяются в результате дифракции (о чем будет рассказано в дальнейшем) и частично перекрываются, создавая интерференционную картину. Обычно наблюдают интерференционные полосы, которые умещаются в центральном дифракционном максимуме. Расстояния между интерференционными максимумами и минимумами рассчитывается по тем же формулам (6.11) и (6.12). Дифракция влияет лишь на интенсивность наблюдаемых полос.

Задача 1.

На зеркала Френеля, угол между которыми $\alpha = 10'$, падает монохроматический свет от узкой щели S, находящейся на расстоянии $r = 0,1$ м от линии их пересечения (рис. 7.3). Отраженный от зеркал свет дает интерференционную картину на экране Э, отстоящем на расстоянии $b = 2,7$ м от линии их пересечения, причем расстояние между интерференционными полосами равно $\Delta x = 2,9 \cdot 10^{-3}$ м. Определить длину волны света λ .

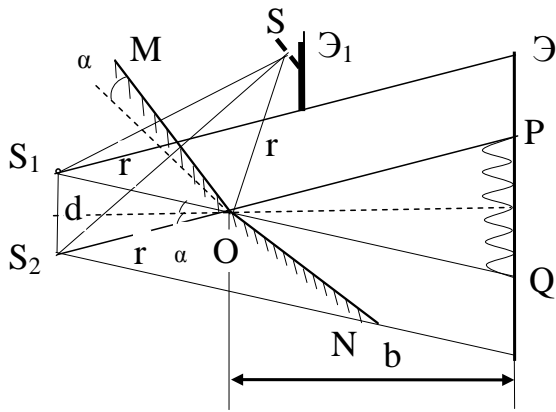


Рис. 7.3

Решение.

После отражения от зеркал ON и OM световые волны распространяются так, будто вышли из двух когерентных источников S_1, S_2 , являющихся мнимыми изображениями щели S (рис. 7.3). Как было рассмотрено выше, для ширины интерференционной полосы в этом случае имеем формулу (7.1):

$$\Delta x = \frac{r + b}{2r\alpha} \lambda$$

Выразив длину волны, получим:

$$\lambda = \frac{2\Delta x r \alpha}{(r + b)}$$

Подставив числовые значения (предварительно выразив угол α в радианах), найдем

$$\lambda = \frac{2 \cdot 2,9 \cdot 10^{-3} \cdot 0,1 \cdot 2,9 \cdot 10^{-3}}{(0,1 + 2,7)} = 6 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 0,6 \text{ мкм}$$

§ 8. Интерференция света в тонких пленках, пластинках

При падении световой волны на тонкую прозрачную пленку(пластинку) происходит отражение света от обеих поверхностей пленки. В результате возникают когерентные световые волны, которые могут интерферировать.

Пусть на прозрачную плоскопараллельную пластинку падает плоская световая волна.

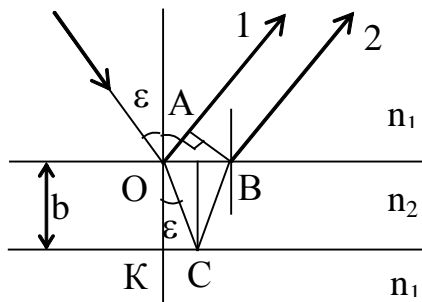


Рис. 8.1

Рассмотрим интерференцию в отраженном свете.

Свет отражается от верхней грани, образуя волну 1, и от нижней грани пластинки, образуя волну 2. Волны 1 и 2 представляют собой части одной и той же волны и, следовательно, они когерентны. Кроме того коэффициент отражения на границах воздух-пластинка и пластинка-воздух одинаков и для стекла ($n = 1,5$) равен примерно 4%. Поэтому интенсивность обоих отраженных волн практически одинакова. Не будем рассматривать пучки, возникающие в результате многократного отражения в виду их малой интенсивности.

Волны 1 и 2 будут когерентными и смогут интерферировать, если оптическая разность хода между ними будет меньше длины когерентности исходной волны. Найдем разность хода между этими волнами.

Из точки В опустим перпендикуляр на луч 1 (т.А). От плоскости АВ разность хода волн 1 и 2 меняться не будет. Следовательно, оптическая разность хода волн 1 и 2 равна:

$$\Delta = n_2 S_2 - n_1 S_1,$$

где $S_1 = OA$, $S_2 = OC + CB$, n_2 .показатель преломления пластинки, n_1 .показатель преломления среды вокруг пластинки.

Положим $n_1 = 1$ (воздух) и $n_2 = n$. Тогда $\Delta = nS_2 - S_1$

Из $\triangle OCK$ получим $OC = \frac{b}{\cos \varepsilon'}$, где b - толщина пластинки.

Так как $OC = CB$, то $S_2 = OC + CB = \frac{2b}{\cos \varepsilon'}$.

Из $\triangle OCB$ и $\triangle OBA$ выразим $S_1 = OA = 2btg\varepsilon' \sin \varepsilon$.

Учитывая закон преломления $n \sin \varepsilon' = \sin \varepsilon$ и тригонометрическое тождество $\sin^2 \varepsilon' = 1 - \cos^2 \varepsilon'$, получим:

$$\Delta = n \frac{2b}{\cos \varepsilon'} - 2btg \varepsilon' \sin \varepsilon = \frac{2bn}{\cos \varepsilon'} - 2nbtg \varepsilon' \sin \varepsilon = 2bn \left(\frac{1}{\cos \varepsilon'} - \frac{\sin^2 \varepsilon'}{\cos \varepsilon'} \right) = 2bn \cos \varepsilon'$$

Чтобы выразить оптическую разность хода через угол падения, вновь воспользуемся тригонометрическим тождеством:

$$\cos^2 \varepsilon' = 1 - \sin^2 \varepsilon'$$

и законом преломления:

$$n \sin \varepsilon' = \sin \varepsilon .$$

В результате получим:

$$\Delta = 2b\sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon} \quad (8.1)$$

При вычислении разности фаз δ между волнами 1 и 2 нужно, кроме полученной оптической разности хода Δ , учесть еще одно обстоятельство. При отражении световой волны необходимо учитывать оптическую плотность среды. Оптическая плотность определяется показателем преломления среды: среда, у которой показатель преломления больше, считается более плотной. При отражении световой волны от среды более плотной (отражение в точке О) фаза колебания светового вектора (\vec{E}) претерпевает скачок на π . При отражении световой волны от среды менее плотной (отражение в точке С) такого набега фазы нет. По этой причине между волнами 1 и 2 возникает дополнительная разность фаз равная π . Ее можно учесть, добавив к полученной разности хода величину $\frac{\lambda}{2}$; добавлять $\frac{\lambda}{2}$ необходимо при каждом отражении от более плотной среды. В результате получим:

$$\Delta = 2b\sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon} + \frac{\lambda}{2} .$$

Результат интерференции волн 1 и 2 будет зависеть от того, какому условию (максимума или минимума) удовлетворяет разность хода Δ .

Если $\Delta = \pm 2m \frac{\lambda}{2}$, т.е. условию максимума, то

$$\Delta = 2b\sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon} + \frac{\lambda}{2} = \pm 2m \frac{\lambda}{2}$$

После переноса $\frac{\lambda}{2}$ в правую часть равенства получим условие наблюдения интерференционного максимума в отраженном свете:

$$2b\sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon} = \pm(2m - 1)\frac{\lambda}{2} \quad \text{max} \quad (8.2)$$

Если $\Delta = \pm(2m + 1)\frac{\lambda}{2}$, т.е. условию минимума, то после таких же преобразований получим условие наблюдения интерференционного минимума в отраженном свете:

$$2b\sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon} = \pm 2m\frac{\lambda}{2} \quad \text{min} \quad (8.3)$$

Чтобы найти условия наблюдения интерференционных минимумов и максимумов в проходящем свете, покажем на рисунке, какие волны при наложении образуют интерференционную картину.

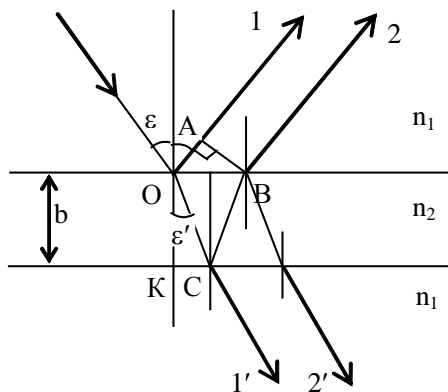


Рис. 8-2

В проходящем свете интерферировать будут волны 1' и 2'. Для них оптическая разность хода равна:

$$\Delta = 2b\sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon} ,$$

причем $\frac{\lambda}{2}$ добавлять не надо, т. к. волна 2' отражается от сред менее плотных (отражение в точке С и в точке В).

Тогда получим условия наблюдения интерференционного максимума и минимума в проходящем свете:

$$2b\sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon} = \pm 2m\frac{\lambda}{2} \quad \text{max} \quad (8.4)$$

$$2b\sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon} = \pm(2m - 1)\frac{\lambda}{2} \quad \text{min} \quad (8.5)$$

Значение m называется порядком интерференционного максимума (минимума).

Полосы равного наклона.

Пусть тонкая плоскопараллельная пластинка освещается рассеянным монохроматическим светом. Каждая точка интерференционной картины образована параллельными лучами. Следовательно, интерферирующие лучи 1 и 2, а также 3 и 4 и другие накладываются только в бесконечности, поэтому нужна собирающая линза, в фокальной плоскости которой находится экран.

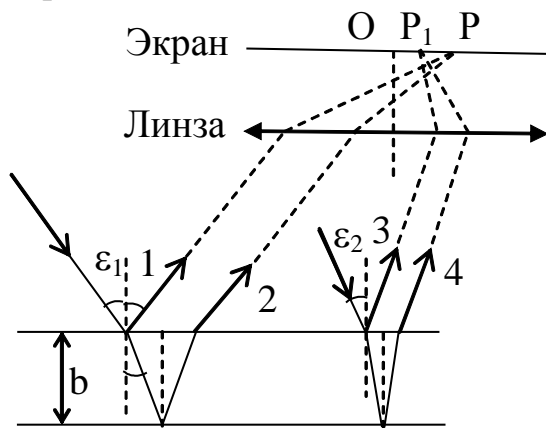


Рис. 8.3

Лучи, падающие под одним и тем же углом ε_1 , образуют на экране совокупность одинаково освещенных точек, расположенных по окружности с центром в точке О. Лучи, падающие под другим углом ε_2 , образуют другую окружность с тем же центром в точке О. Поэтому полученные интерференционные полосы получили название **полос равного наклона**. Локализованы полосы равного наклона в бесконечности. При таком расположении линзы на экране будут наблюдаться темные и светлые кольца с общим центром в точке О. При ином расположении линзы относительно пластинки форма полос будет другой.

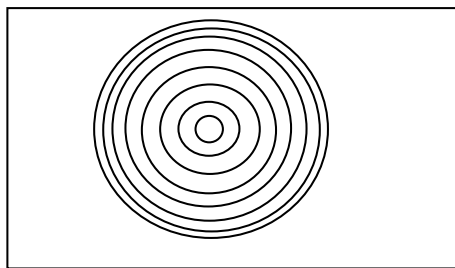


Рис. 8.4

Роль линзы может играть хрусталик, а экрана – сетчатка глаза. В этом случае глаз должен быть аккомодирован так, как при рассматривании очень удаленных предметов.

Полосы равной толщины.

Возьмем тонкую пластинку в виде клина. Пусть на нее падает параллельный пучок лучей.

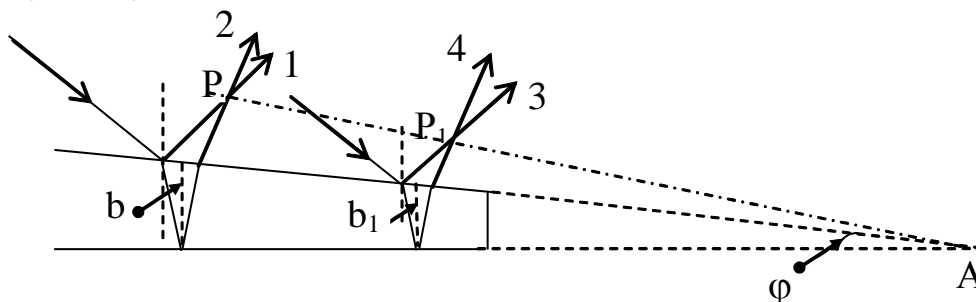


Рис. 8.5

Интерферировать будут лучи, отразившиеся от верхней и нижней поверхностей пластинки, но теперь они не будут параллельными. Лучи пересекаются в точках P , P_1 и т. д. Можно показать, что эти и другие аналогичные им точки лежат в одной плоскости, проходящей через вершину клина A . При малом угле клина φ разность хода лучей можно с достаточной точностью вычислять по формуле (8.1), беря в качестве b толщину пластинки в месте падения лучей. Условие наблюдения интерференционных максимумов и минимумов можно получить, учитывая изменение фазы светового вектора (\vec{E}) при отражении (как это было сделано выше). Каждая из интерференционных полос возникает в результате отражения от участков клина с одинаковой толщиной, поэтому их называют **полосами равной толщины**.

Локализованы полосы равной толщины вблизи поверхности клина (см. штриховую линию PP_1 на рис.), их можно наблюдать глазом. Практически полосы равной толщины наблюдают, поместив вблизи поверхности клина линзу и за ней экран, на котором получается изображение интерференционных полос.

Получающиеся интерференционные полосы параллельны двугранному ребру клина.

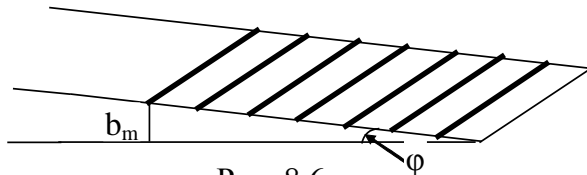


Рис. 8.6

Классическим примером полос равной толщины являются **кольца Ньютона**. Для наблюдения колец Ньютона на плоскопараллельную пластинку кладется плосковыпуклая линза с большим радиусом кривизны. В этом случае роль тонкой пленки играет зазор между пластинкой и линзой, который может быть или воздушным или заполненным жидкостью. Вследствие большой толщины пластинки и линзы за счет отражений от других поверх-

ностей интерференционные полосы не возникают, так как отраженные волны не когерентны. При нормальном падении света полосы равной толщины имеют вид concentрических окружностей, при наклонном падении – эллипсов.

Кольца Ньютона возникают при наложении волн, отраженных от сферической поверхности линзы и верхней поверхности плоской стеклянной пластинки. В этом случае наблюдение ведется в отраженном свете (рис.8.7). Кольца Ньютона можно наблюдать и в проходящем свете; при этом интерферировать будут прошедшая волна и волна, сначала отразившаяся от верхней поверхности плоской стеклянной пластинки, затем от сферической поверхности линзы и вышедшая из зазора между пластинкой и линзой (рис. 8.8).

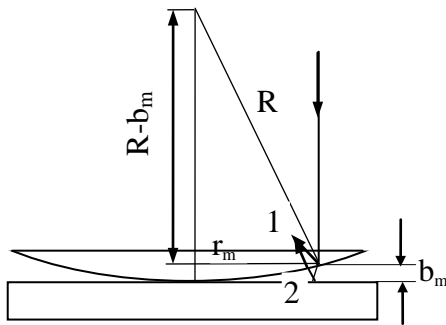


Рис. 8.7

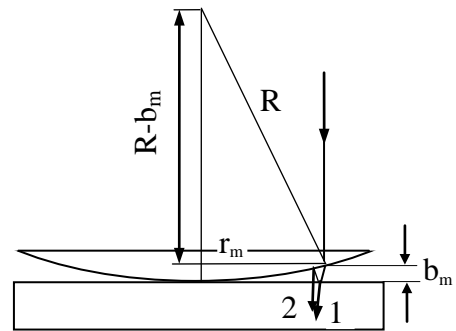


Рис. 8.8

Пусть свет падает по нормали к пластинке. Получим радиусы колец Ньютона. Оптическая разность хода равна: $\Delta = 2b_m n_{cp}$, где n_{cp} – показатель преломления среды, помещенной в зазор. Из рис. 8.7 следует, что $R^2 = (R - b)^2 + r_m^2$, где R – радиус кривизны линзы, r_m – радиус m -ого кольца Ньютона, т. е. радиус окружности, всем точкам которой соответствует одинаковый зазор b_m . Так как b_m очень мал, то можно пренебречь b_m^2 по сравнению с $2Rb_m$. Тогда получим $2Rb_m = r_m^2$. Следовательно,

$$\Delta = 2b_m n_{cp} = \frac{r_m^2 n_{cp}}{R} \quad (8.6)$$

Так как интерферирующие волны испытывают отражение, то необходимо учесть изменение фазы волны на π .

Если кольца Ньютона рассматривают в отраженном свете (рис. 8.7), то волна 1 не испытывает изменение фазы, а волна 2 испытывает изменение фазы, так как отражается от более плотной среды ($n_{cp} < n_{стекло}$). Окончательно,

оптическая разность хода равна: $\Delta = \frac{r_m^2 n_{cp}}{R} + \frac{\lambda}{2}$. Чтобы получить радиусы светлых колец, надо эту разность хода приравнять условию максимума

$$\Delta = \frac{r_m^2 n_{cp}}{R} + \frac{\lambda}{2} = 2m \frac{\lambda}{2}.$$

Выразим *радиус $m^{-\text{ого}}$ светлого кольца в отраженном свете:*

$$r_m = \sqrt{\frac{(2m-1)R\lambda}{2n_{cp}}}. \quad (8.7)$$

Чтобы получить радиусы темных колец, надо оптическую разность хода приравнять условию минимума

$$\Delta = \frac{r_b^2 n_{cp}}{R} + \frac{\lambda}{2} = (2m+1) \frac{\lambda}{2}.$$

Радиус $k^{\text{ого}}$ темного кольца в отраженном свете:

$$r_m = \sqrt{\frac{mR\lambda}{n_{cp}}}. \quad (8.8)$$

Если кольца Ньютона рассматривают в проходящем свете (рис. 8.8), то волна 1' вообще не испытывает отражений, а волна 2' испытывает 2 отражения от более плотной среды ($n_{cp} < n_{\text{стекло}}$). Значит фаза волны 2 раза меняется на π . Следовательно, фаза остается без изменений, т. к. изменение на 2π : $\cos(\delta + 2\pi) = \cos \delta$, и к полученной оптической разности хода (8.6) не надо добавлять $\frac{\lambda}{2}$.

Чтобы получить радиусы светлых колец, надо эту разность хода приравнять условию максимума $\Delta = \frac{r_m^2 n_{cp}}{R} = 2m \frac{\lambda}{2}$.

Выразим *радиус $m^{-\text{ого}}$ светлого кольца в проходящем свете:*

$$r_m = \sqrt{\frac{mR\lambda}{n_{cp}}}. \quad (8.9)$$

Чтобы получить радиусы темных колец, надо оптическую разность хода приравнять условию минимума.

Радиус $m^{-\text{ого}}$ темного кольца в проходящем свете:

$$r_m = \sqrt{\frac{(2m-1)R\lambda}{2n_{cp}}}. \quad (8.10)$$

Во всех формулах для радиусов колец m равно номеру кольца, считая для центрального круга $m = 1$.

Задача 2.

На стеклянный клин ($n_{ст} = 1,5$) с малым углом $\alpha = 2 \cdot 10^{-4}$ рад нормально к его грани падает параллельный пучок лучей монохроматического света с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм. Определить число p возникающих при этом темных интерференционных полос, приходящихся на 1 см. Наблюдение ведется в отраженном свете.

Решение

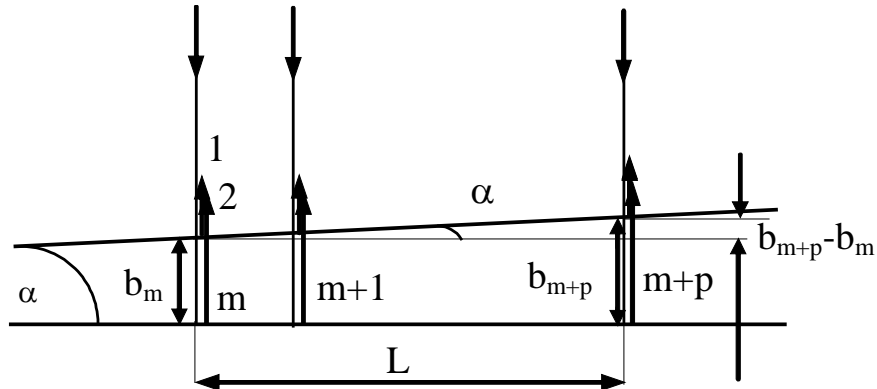


Рис. 8.9

Интерферировать будут волны 1 и 2, отраженные соответственно от верхней и нижней грани клина. Интерференционная картина наблюдается вблизи поверхности клина.

Пусть произвольной темной интерференционной полосе m -ого номера соответствует толщина b_m клина, а темной интерференционной полосе $m+p$ -ого номера – толщина b_{m+p} клина. Разность хода Δ двух волн, образующих интерференционную полосу, складывается из разности оптических длин путей этих волн и добавочной разности хода $\frac{\lambda}{2}$, которая возникает при отражении волны 1 от оптически более плотной среды.

$$\Delta = 2b_m n_{cm} + \frac{\lambda}{2}$$

Темные полосы видны на тех участках клина, для которых разность хода волн удовлетворяет условию минимума, т. е.:

$$\Delta = 2b_m n_{cm} + \frac{\lambda}{2} = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$$

После упрощения получим для m -той полосы

$$2b_m n_{cm} = m\lambda$$

Соответственно для $m+p$ -ой полосы

$$2b_{m+p} n_{cm} = (m + p)\lambda$$

Из рисунка видно, что

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{b_{m+p} - b_m}{L}$$

Выразив из предыдущих равенств b_m и b_{m+p} , получим:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{b_{m+p} - b_m}{L} = \frac{\frac{m+p}{2n_{cm}}\lambda - \frac{m}{2n_{cm}}\lambda}{L} = \frac{p\lambda}{2n_{cm}L}$$

Учитывая, что угол мал $\operatorname{tg} \alpha \approx \alpha$, получим:

$$\alpha = \frac{p\lambda}{2n_{cm}L}$$

Тогда для нахождения p имеем:

$$p = \frac{2n_{cm}L\alpha}{\lambda}$$

Подставляя числовые значения физических величин, найдем

$$p = \frac{2 \cdot 1,5 \cdot 0,01 \cdot 2 \cdot 10^{-4}}{0,6 \cdot 10^{-6}} = 10.$$

Задача 3.

Стеклянный клин ($n_{ст} = 1,5$) с углом между гранями $\alpha = 2 \cdot 10^{-4}$ рад освещается по нормали к его поверхности монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм. Определить расстояние между интерференционными максимумами. Интерференция наблюдается в отраженном свете.

Решение

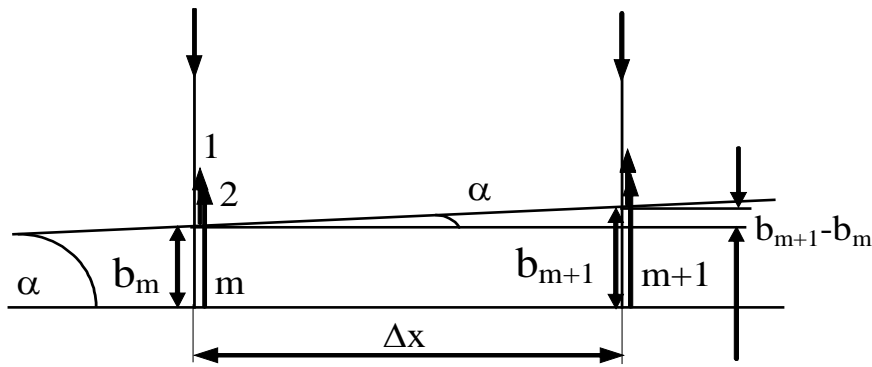


Рис. 8.10

Интерферировать будут волны 1 и 2, отраженные соответственно от верхней и нижней грани клина. Интерференционная картина наблюдается вблизи поверхности клина.

Пусть произвольной светлой интерференционной полосе m -ого номера соответствует толщина b_m клина, а светлой интерференционной полосе $m+1$ -ого номера – толщина b_{m+1} клина. Разность хода Δ двух волн 1 и 2, образующих интерференционную полосу, складывается из разности оптических длин путей этих волн и добавочной разности хода $\frac{\lambda}{2}$, которая возникает при отражении волны 1 от оптически более плотной среды

$$\Delta = 2b_m n_{cm} + \frac{\lambda}{2}$$

Светлые полосы видны на тех участках клина, для которых разность хода волн удовлетворяет условию максимума, т. е.:

$$\Delta = 2b_m n_{cm} + \frac{\lambda}{2} = 2m \frac{\lambda}{2}$$

После упрощения получим для m -той полосы

$$2b_m n_{cm} = (2m - 1) \frac{\lambda}{2}$$

Соответственно для $(m+1)$ -ой полосы

$$2b_{m+1} n_{cm} = (2(m + 1) - 1) \frac{\lambda}{2}$$

Из рисунка видно, что

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{b_{m+1} - b_m}{\Delta x}$$

Выразив из предыдущих равенств b_m и b_{m+1} , получим:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{b_{m+1} - b_m}{\Delta x} = \frac{\lambda}{2n_{cm} \Delta x}$$

Учитывая, что угол мал $\operatorname{tg} \alpha \approx \alpha$:

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2n_{cm} \alpha}$$

Подставив численные значения, определим расстояние между интерференционными максимумами:

$$\Delta x = \frac{0,6 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 1,5 \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = 10^{-3} \text{ м}$$

Задача 4.

На стеклянную пластинку ($n_{пл} = 1,7$) положена выпуклой стороной плоско-выпуклая линза ($n_{л} = 1,5$). Сверху на линзу по нормали к ее поверхности падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 600$ нм. Пространство между линзой и пластинкой заполнено жидкостью с показателем преломления ($n_{ж} = 1,6$). Определить радиус пятого светлого кольца Ньютона в проходящем свете, если радиус линзы $R = 1$ м.

Решение

В проходящем свете интерферировать будут волны 1' и 2'. Волна 1' во-

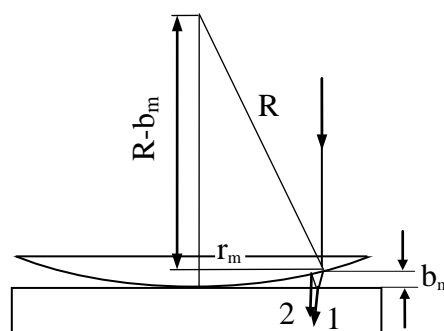


Рис. 8.11

обще не испытывает отражений,

а волна 2' испытывает 2 отражения. Один раз волна 2' отражается от пластинки, показатель преломления которой больше показателя преломления среды, где распространяется волна 2' ($n_{пл} < n_{ж}$). Значит фаза волны 2' изменяется на π , т. е. к оптической разности хода надо добавить $\frac{\lambda}{2}$. Второй раз

волна 2' отражается от линзы, показатель преломления которой меньше пока-

зателя преломления среды, где распространяется волна $2'$ ($n_l < n_{жс}$). Следовательно, фаза волны остается без изменений и к полученной оптической разности хода не надо добавлять $\frac{\lambda}{2}$. Таким образом, оптическая разность хода равна:

$$\Delta = 2b_m n_{жс} + \frac{\lambda}{2}$$

Так как требуется найти радиус светлого кольца, то разность хода надо приравнять условию максимума $\Delta = 2b_m n_{жс} + \frac{\lambda}{2} = 2m \frac{\lambda}{2}$. Учитывая $2Rb_m = r_m^2$, получим:

$$r_m = \sqrt{\frac{R(2m-1)\lambda}{2n_{жс}}}$$

Подставив численные значения, определим искомый радиус:

$$r_m = \sqrt{\frac{1 \cdot 9 \cdot 600 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 1,6}} = 1,3 \text{ мм}$$

Задача 5.

Плоскопараллельная стеклянная пластинка ($n = 1,5$) толщиной b освещается параллельным пучком монохроматического света длиной волны 600 нм. Угол падения света на пластинку $\varepsilon = 30^\circ$. Определить при какой минимальной толщине пластинки b отраженные волны погасят друг друга.

Решение

В отраженном свете усиление или ослабление света определяется интерференцией волн 1 и 2 (рис.8.12)

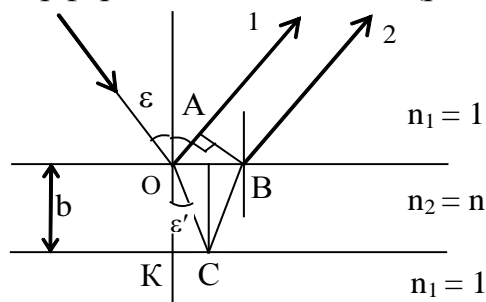


Рис. 8.12

Как было показано выше оптическая разность хода волн 1 и 2 равна:

$$\Delta = 2b\sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon} + \frac{\lambda}{2},$$

где учтено, что при отражении волны 1 в точке О фаза изменилась на π . Чтобы отраженные волны погасили друг друга, должно выполняться условие минимума для разности хода:

$$2b\sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon} + \frac{\lambda}{2} = \pm(2m + 1)\frac{\lambda}{2}$$

Отсюда

$$b = \frac{m\lambda}{2\sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon}}$$

Так как в задаче требуется определить минимальную толщину пластинки, то положим $m = 1$. После подстановки численных значений получим:

$$b = \frac{1 \cdot 600 \cdot 10^{-9}}{2\sqrt{1,5^2 - 0,5^2}} \cong 0,2 \text{ мкм}$$

§ 9. Применения интерференции света

Интерферометры

Интерферометр – это прибор, позволяющий наблюдать интерференцию естественного света. Рассмотрим, например, интерферометр Майкельсона. Принципиальная схема этого интерферометра приведена на рис.9.1.

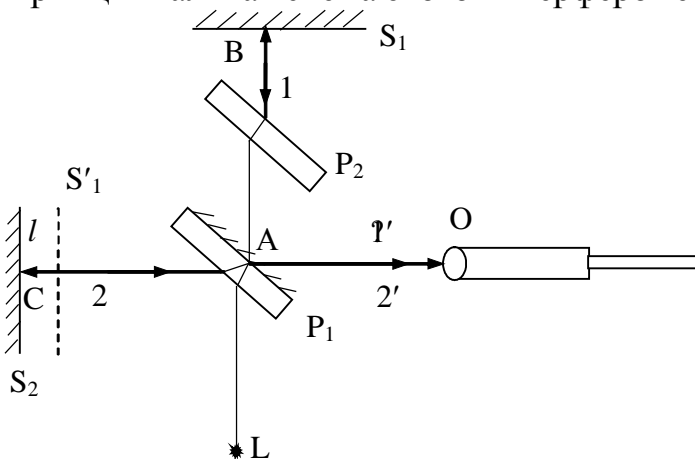


Рис. 9.1

Прибор состоит из источника света L, двух зеркал S_1 и S_2 и двух одинаковых параллельных пластинок P_1 и P_2 , одна из которых P_1 покрыта полупрозрачным слоем серебра или алюминия. Свет от источника L попадает на полупрозрачную пластинку P_1 . В точке A полупрозрачного слоя он частично отражается (пучок 2), а частично проходит (пучок 1). Световые пучки 1 и 2

имеют одинаковую интенсивность. Пучок 1, отразившись от зеркала S_1 в точке В, возвращается в точку А, где он, в свою очередь, делится на два пучка приблизительно одинаковой интенсивности ($1'$ и $1''$). Пучок $1''$ распространяется в направлении источника света L, и в дальнейшем нас интересоваться не будет (на рисунке не показан). Пучок 2, отразившись в точке С от зеркала S_2 , возвращается в точку А, где половина его проходит через полупрозрачный слой (пучок $2'$), а половина отражается (пучок $2''$) в обратном направлении, и в дальнейшем нас интересоваться не будет (на рисунке не показан). Волны $1'$ и $2'$ представляют собой части одной волны, исходящей из источника L и расчлененной в точке А полупрозрачного слоя. Поэтому они когерентны и имеет одинаковое направление колебаний напряженности электрического поля. Кроме того, интенсивность волн $1'$ и $2'$ почти одинакова. Следовательно, они могут эффективно интерферировать. Так как луч 2 пересекает пластинку P_1 три раза, а луч 1 только один раз, то на его пути поставлена пластинка P_2 , идентичная P_1 , чтобы скомпенсировать добавочную разность хода (существенную при работе с белым светом). Оптические пути волн $1'$ и $2'$ на участках от источника L до точки А и от точки А до приемника излучения О равны. Оптическая разность хода волн $1'$ и $2'$ будет определяться толщиной воздушного слоя, образованного зеркалом S_2 и мнимым изображением S'_1 зеркала S_1 в пластинке P_1 . Если зеркала S_1 и S_2 расположены так, что упомянутый воздушный слой плоскопараллелен, то получающаяся интерференционная картина является полосами равного наклона (кольца), локализованными в бесконечности, и следовательно, наблюдать их возможно глазом, аккомодированным на бесконечность или зрительной трубой, установленной на бесконечность, или на экране, расположенном в фокальной плоскости линзы.

Нередко зеркала устанавливают таким образом, что воздушный слой имеет вид клина. В этом случае получаем полосы равной толщины параллельные ребру воздушного клина.

При больших расстояниях между зеркалами разность хода интерферирующих волн может достигать огромных значений (свыше $10^6\lambda$), так что будут наблюдаться полосы миллионного порядка. Понятно, что в этом случае необходимы источники света очень высокой степени монохроматичности.

Линник сконструировал “микроинтерферометр”, надевающийся на обычный микроскоп. Этот интерферометр представляет собой маленький интерферометр Майкельсона, в котором на место одного из зеркал помещают исследуемую поверхность. Даже незначительные шероховатости поверхности влияют на возникающую интерференционную картину. Поэтому интерферометр Линника является очень чувствительным элементом, позволяющим контролировать качество обработки поверхностей различных деталей.

Просветление оптики

На границе раздела двух сред свет испытывает отражение. Если волна распространяется в среде с показателем преломления n_1 , то при ее нормальном падении на границу раздела со средой, имеющей показатель преломления n_2 , коэффициент отражения по интенсивности ρ равен:

$$\rho = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2 \quad (9.1)$$

В соответствии с (9.1) на границах раздела воздух-стекло и стекло-воздух отражается примерно 4% света ($\rho = 0,04$). Поэтому в оптических приборах, состоящих из большого количества оптических деталей, потери света на отражение могут быть существенными. Просветление оптики – это метод, позволяющий уменьшить эти потери. Идея метода основана на том, что при интерференции энергия не рождается и не исчезает, а только перераспределяется в пространстве. Поэтому если вследствие интерференции уменьшается интенсивность отраженного света, то автоматически увеличивается интенсивность проходящего света.

Практически все осуществляется следующим образом. Поверхность линзы или призмы покрывается слоем прозрачного вещества (пленки), имеющего показатель преломления $n_{пл}$ (рис. 9.2)

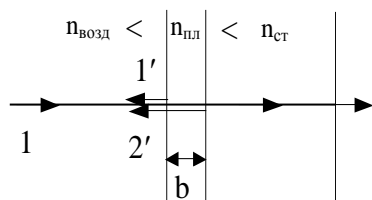


Рис. 9.2

Покрытие выбирается таким, чтобы коэффициент отражения на границах раздела воздух-покрытие и покрытие-стекло был одинаковым. Это имеет место, если (см. (9.1))

$$\left(\frac{n_{пл} - n_{возд}}{n_{пл} + n_{возд}} \right)^2 = \left(\frac{n_{ст} - n_{пл}}{n_{ст} + n_{пл}} \right)^2,$$

Откуда получим:

$$n_{пл} = \sqrt{n_{ст}} \quad (9.2)$$

При выполнении условия (9.2) волны 1' и 2', возникающие вследствие отражения света на границах раздела воздух-пленка и пленка-стекло, имеют при-

близительно равные интенсивности. Они когерентны, т.к. являются частями одной и той же волны 1, и, следовательно, эффективно интерферируют. Возникающая у них разность хода $2bn_{nl}$, где b – толщина пленки. Так как $n_{cm} > n_{nl} > n_{возд}$, то изменение фазы на π происходит на обеих поверхностях (т.е. фаза изменяется на $2\pi \cos(\delta + 2\pi) = \cos \delta$), в этом случае не добавляется $\frac{\lambda}{2}$, и условие минимума (6.5) для интерферирующих волн 1' и 2' имеет вид:

$$2bn_{nl} = \pm(2m + 1)\frac{\lambda}{2}$$

Обычно принимают $m = 0$. При этом оптическая толщина пленки равна

$$bn_{nl} = \frac{\lambda}{4}.$$

Это условие не может одновременно выполняться для всех спектральных составляющих белого света. Поэтому толщина покрытия выбирается такой, чтобы условие минимума (6.5) выполнялось для спектральной составляющей света, к которой приемник излучения обладает максимальной чувствительностью.

Глава 3. Дифракция волн

§ 10. Принцип Гюйгенса-Френеля

Дифракция волн (от латинского diffractus–преломленный)–**огибание волнами препятствий, в современном широком смысле–любое отклонение от законов геометрической оптики при распространении волн в неоднородной среде.** При таком общем толковании дифракция волн переплетается с явлениями распространения и рассеяния волн в неоднородных средах.

Дифракционные явления могут быть объяснены с помощью принципа Гюйгенса-Френеля. Согласно принципу Гюйгенса каждую точку, в которую пришла волна от источника, можно принять за центр вторичных волн, распространяющихся во все стороны, причем огибающая этих вторичных волн будет волновой поверхностью в следующий момент времени. Обратные вторичные волны (см. рис. 10.1) по Гюйгенсу не должны приниматься во внимание.

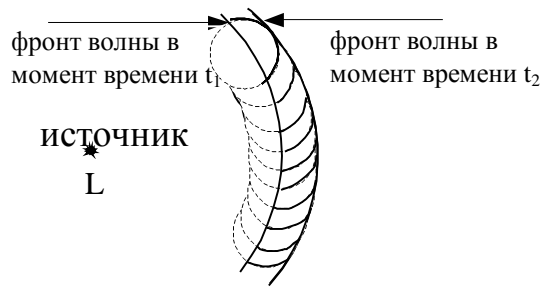


Рис. 10.1

Таким образом, принцип Гюйгенса описывает распространение волн в соответствии с законами геометрической оптики и не затрагивает вопрос об интенсивности волн, идущих по разным направлениям.

Френель вложил в принцип Гюйгенса ясное физическое содержание, рассматривая полное световое поле как результат интерференции вторичных волн.

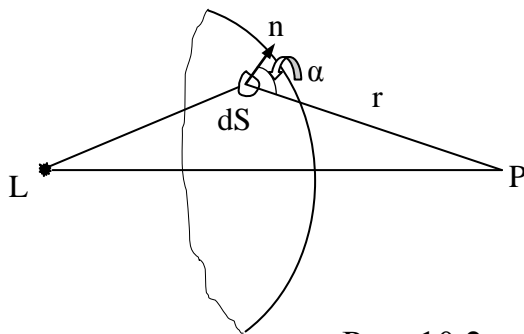


Рис. 10.2

Принцип Гюйгенса-Френеля (рис.10.2) можно выразить в виде следующего ряда положений:

- 1) при расчете амплитуды световых колебаний, возбуждаемых в произвольной точке P, источник L можно заменить эквивалентной ему системой вторичных источников – малых участков dS любой замкнутой вспомогательной поверхности S (обычно используется волновой фронт), проведенной так, чтобы она охватывала источник L и не охватывала рассматриваемую точку P;
- 2) вторичные источники когерентны источнику L и между собой, поэтому возбуждаемые ими вторичные волны интерферируют при наложении; расчет интерференции наиболее прост, если S является волновой поверхностью для света от источника L, так как при этом фазы колебаний всех вторичных источников одинаковы;
- 3) амплитуда dA колебаний, возбуждаемых о точке P вторичными источниками, пропорциональна отношению площади dS соответствующего участка волновой поверхности S к расстоянию r от него до точки P и зависит от угла alpha между внешней нормалью к волновой поверхности и направлением от элемента dS в точку P:

$$dA = f(\alpha) \frac{AdS}{r}, \quad (10.1)$$

где A – величина, пропорциональная амплитуде первичной волны в точках элемента dS ; $f(\alpha)$ зависит от угла α между внешней нормалью к волновой поверхности и направлением от dS к точке P (монотонно убывает от 1 при $\alpha = 0$ до 0 при $\alpha = \pi/2$);

От каждого элемента dS соответствующего участка волновой поверхности в точку P приходит колебание dE :

$$dE = dA \cos(\omega t - kr + \phi) = f(\alpha) \frac{AdS}{r} \cos(\omega t - kr + \phi), \quad (10.2)$$

где $(\omega t + \phi)$ – фаза колебания в месте расположения волновой поверхности S , k – волновое число.

4) если часть поверхности S занята непрозрачными экранами, то соответствующие (закрытые экранами) вторичные источники не излучают, а остальные излучают так же, как и в отсутствие экранов.

Результирующее колебание в точке P представляет собой суперпозицию колебаний (10.2) вторичных источников, взятых для всей волновой поверхности S :

$$E = \int_S dE = \int_S f(\alpha) \frac{A}{r} \cos(\omega t - kr + \phi) dS \quad (10.3)$$

Эту формулу можно рассматривать как аналитическое выражение принципа Гюйгенса-Френеля.

В общем случае вычисления по этой формуле очень сложны. Исторически сложилось так, что Френель и Фраунгофер предложили решения задачи для двух разных вариантов наблюдения дифракционной картины (ближняя и дальняя зоны наблюдения). В зависимости от расстояния (ℓ) между преградой (размер преграды b) и экраном распределение интенсивности света будет меняться. Если экран располагается на небольшом расстоянии от преграды

ды $\left(\ell \approx \frac{b^2}{\lambda} \right)$, то наблюдается дифракция Френеля, которая рассчитывается с

помощью зон Френеля. В этом случае нахождение амплитуды результирующего колебания может быть осуществлено простым алгебраическим или геометрическим суммированием. При увеличении расстояния от преграды до

экрана $\left(\ell \gg \frac{b^2}{\lambda} \right)$ наблюдается дифракция Фраунгофера.

§ 11. Зоны Френеля

Применим принцип Гюйгенса-Френеля для нахождения амплитуды светового колебания, возбуждаемого в точке Р сферической волной, распространяющейся в однородной среде из точечного источника L.

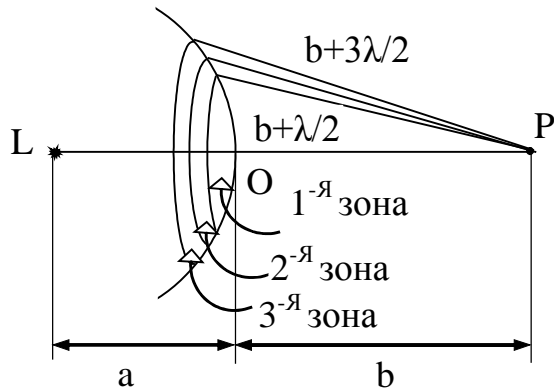


Рис. 11.1

Согласно принципу Гюйгенса-Френеля заменим действие источника L действием воображаемых источников, расположенных на вспомогательной поверхности S.

В качестве такой вспомогательной поверхности S выберем поверхность фронта волны, идущей из L (сферическая поверхность с центром L, см. рис. 11.1). Эта волновая поверхность симметрична относительно прямой LP. Вычисление результата интерференции вторичных волн значительно упрощается, если применить указанный Френелем прием: разобьем волновую поверхность S на кольцевые зоны такого размера, чтобы расстояния от краев зоны до P отличались на $\lambda/2$ (длина волны в той среде, в которой распространяется волна, обозначена λ). Очевидно, что расстояние b_m от внешнего края m -й зоны до точки P можно представить следующим образом:

$$b_m = b + m \frac{\lambda}{2} \quad (11.1)$$

где b – расстояние от вершины волновой поверхности до точки P. Колебания, приходящие в точку P от соответствующих точек двух соседних зон (т.е. от точек, лежащих у внешних краев зон или в середине зон и т.д.) будут находиться в противофазе. Поэтому и результирующие колебания, создаваемые каждой из зон в целом, будут для соседних зон отличаться по фазе на π . Чтобы найти амплитуду отдельной зоны, надо найти ее площадь (см. формулу (10.2)).

$$h_m = \frac{bm\lambda}{2(a+b)}$$

Площадь m -го сферического сегмента вычисляется по формуле (11.2):

$$S_m = 2\pi ah_m = \frac{\pi ab}{(a+b)} m\lambda \quad (11.4),$$

а площадь m -й зоны Френеля равна

$$\Delta S_m = \frac{\pi ab}{(a+b)} m\lambda - \frac{\pi ab}{(a+b)} (m-1)\lambda = \frac{\pi ab}{(a+b)} \lambda \quad (11.5)$$

Полученное выражение не зависит от m . Это означает, что при сделанных выше допущениях ($m\frac{\lambda}{2} \ll b; m\frac{\lambda}{2} \ll a$) площади зон Френеля примерно одинаковы.

Задача 6.

Найти площади зон Френеля для случая плоской волны при тех же допущениях.

Решение

В этом случае зоны Френеля будут представлять собой плоские концентрические кольца (рис. 11.3).

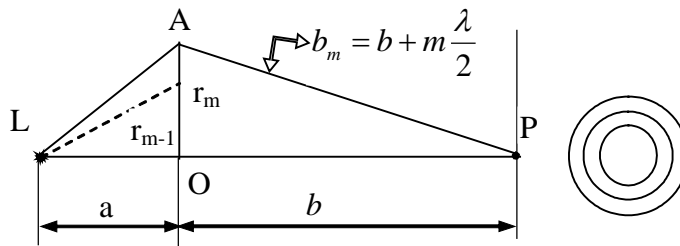


Рис. 11.3

Площадь кольца $\Delta S_m = S_m - S_{m-1} = \pi r_m^2 - \pi r_{m-1}^2$

Из треугольника OAP получим:

$$r_m^2 = \left(b + m \frac{\lambda}{2} \right)^2 - b^2$$

При наших допущениях $m\frac{\lambda}{2} \ll b$, $r_m^2 = m\lambda b$

$$\text{Тогда} \quad \Delta S_m = \pi mb\lambda - \pi(m-1)b\lambda = \pi b\lambda \quad (11.6)$$

т.е. площади зон Френеля примерно одинаковы и в случае плоской волны. Тот же результат можно было получить из формулы (11.5), записав ее в виде:

$$\Delta S = \frac{\pi b}{\left(1 + \frac{b}{a}\right)} \lambda$$

В случае плоской волны $a \rightarrow \infty$, тогда $\Delta S = \pi b\lambda$, что соответствует формуле (11.6).

При тех же допущениях радиус m -й зоны Френеля можно найти из формулы (11.3), подставив в нее h_m :

$$r_m = \sqrt{\frac{abm\lambda}{a+b}} \quad (11.7)$$

Если положить $a = 1\text{м}$ и $b = 1\text{м}$, $\lambda = 500\text{нм}$, то для радиуса первой зоны получим значение $r_1 = 0,5\text{мм}$.

Радиусы последующих зон возрастают как \sqrt{m} .

Расчет амплитуды результирующего колебания

Используя принцип Гюйгенса-Френеля, можно определить результирующую амплитуду колебаний в точке Р. Каждая зона Френеля представляет собой вторичный источник волн со своей амплитудой и фазой колебания. Интерференция этих вторичных источников определяет результирующее колебание в т. Р, которое может быть найдено либо алгебраическим способом, либо графическим.

Алгебраический способ расчета амплитуды результирующего колебания

Рассмотрим алгебраический способ определения результирующей амплитуды в т. Р экрана. Расстояние b_m от m -й зоны до точки Р медленно растет с номером зоны “ m ” по линейному закону. Угол α между нормалью к элементам зоны и направлением на т.Р также растет с номером зоны “ m ”. Все это приводит к тому, что амплитуда A_m колебания, возбуждаемого m -й зоной в т.Р монотонно убывает с ростом “ m ” (см. формулу 10.3). Даже при очень больших “ m ”, когда площадь зоны начинает заметно расти с “ m ”, убывание

множителя $f(\alpha)$ перевешивает рост $\Delta S_m (f(\alpha) \rightarrow 0 \text{ при } \alpha \rightarrow \frac{\pi}{2})$, так что A_m продолжает убывать.

Таким образом, амплитуды колебаний, возбуждаемых в т.Р зонами Френеля, образуют монотонно убывающую последовательность:

$$A_1 > A_2 > A_3 > \dots A_{m-1} > A_m > A_{m+1} \dots$$

По условию Френеля фазы колебаний, возбуждаемых соседними зонами, отличаются на π , т. е. амплитуды соседних зон отличаются знаками. Поэтому амплитуда A результирующего светового колебания в т.Р может быть найдена алгебраически:

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 \dots \quad (11.8)$$

В это выражение все амплитуды от нечетных зон входят с одним знаком, а от четных зон – с другим знаком. Перепишем (11.8) в таком виде:

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots \quad (11.9)$$

Вследствие монотонного убывания A_m можно приближенно считать, что

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}$$

При этом условии выражения, заключенные в скобки, будут равны нулю и формула (11.9) упрощается

$$A = \frac{A_1}{2} \quad (11.10)$$

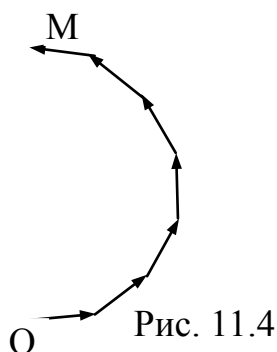
Полученный результат означает, что амплитуда, создаваемая в т. Р сферической волновой поверхностью, равна половине амплитуды, создаваемой одной лишь центральной зоной. Таким образом, действие всей волновой поверхности эквивалентно половине действия центральной зоны. Как было показано выше, центральная (первая) зона имеет размеры порядка долей миллиметра. Из этого следует, что свет от источника L к точке Р распространяется как бы в узком канале, т.е. практически прямолинейно. Таким образом, прямолинейность распространения света подтверждается волновой теорией света. Если на пути волны поставить непрозрачный экран с отверстием, оставляющим открытой только центральную зону Френеля, амплитуда в т. Р будет равна A_1 , т. е. в два раза больше амплитуды (11.10). Соответственно

интенсивность света в точке Р будет в этом случае в 4 раза больше, чем в отсутствие преград между источником света и точкой Р.

Графический способ расчета амплитуды результирующего колебания

Рассмотрим графический способ вычисления результирующей амплитуды и фазы колебания в точке Р экрана.

Для того, чтобы графически изобразить действие целой зоны, следует разбить ее на равные кольцевые участки, столь малые, чтобы фаза колебаний, вызываемых в т. Р различными воображаемыми источниками такого участка, практически могла считаться постоянной. Тогда колебание, вызываемое в т. Р таким участком, можно выразить вектором, длина которого дает суммарную амплитуду, а направление определяет фазу, обуславливаемую этим участком. Действие соседнего участка можно выразить вторым вектором, несколько повернутым относительно первого, так как фаза, определяемая совокупностью источников второго участка, будет немного отличаться от фазы, создаваемой первым участком. По длине этот вектор практически не будет отличаться от первого, так как амплитуда колебания, вызываемого равновеликими участками фронта волны, отличается только вследствие изменения наклона фронта волны к направлению на точку Р, а для двух соседних участков это изменение ничтожно мало. Даже при переходе от одной зоны к следующей изменения наклона весьма незначительно. Таким образом, векторная диаграмма целой зоны изобразится ломаной, показанной на рис. 11.4.



На этом рисунке зона разбита на 7 элементарных участков. Если разбить зону на бесконечно большое число бесконечно малых участков, то ломаная линия обратится в дугу, которая лишь очень мало будет отличаться от полуокружности. При этом вектор, касательный к дуге в т. М, будет иметь направление, прямо противоположное направлению соответствующего вектора вблизи точки О, так как фаза колебания в т. Р, обусловленного действием последнего участка зоны, противоположна фазе колебаний, излучаемых начальным участком зоны; таким образом, векторную диаграмму действия центральной зоны можно представить рис.11.5 и результирующую амплитуду, характеризующую колебание в т. Р, вызванное действием одной центральной зоны – вектором OM_1 .

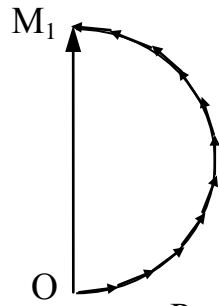


Рис.11.5

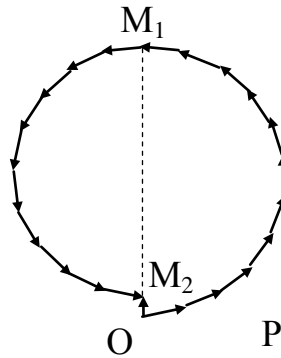


Рис.11.6

Для того чтобы учесть действие второй зоны, надо продолжить векторную диаграмму. Тогда получим рисунок 11.6, причем хорда дуги M_1M_2 несколько меньше, чем у дуги OM_1 , так как в действительности значение амплитуды, хотя и очень слабо, но убывает, вследствие возрастающего угла наклона нормали к волновой поверхности (зоне) с направлением на точку наблюдения. Продолжая построение, получим диаграмму действия всей волны, изображенную на рис.11.7.

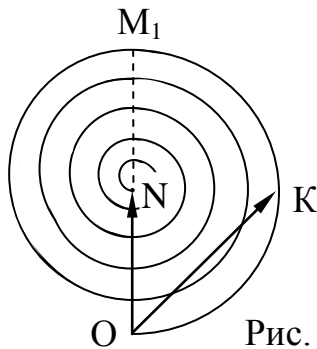


Рис. 11.7

Результирующая амплитуда, характеризующая действие всего волнового фронта, выражается вектором ON . Из рис.11.7 легко видеть, что этот вектор равен примерно половине вектора OM_1 , представляющего действие центральной зоны, и совпадает с ним по направлению. Другими словами, колебание в т. Р, обусловленное всем волновым фронтом, совпадает по фазе с колебанием, которое могла бы создать первая зона, а по амплитуде составляет примерно половину этого колебания. Приведенные рассуждения показывают, что амплитуда колебаний, вызванная всем волновым фронтом, примерно равна половине амплитуды первой зоны, а не действию половины центральной зоны. Действие половины центральной зоны выразилось бы вектором OK , отличающимся от правильно найденного вектора ON . Колебания от четных и нечетных зон Френеля находятся в противофазе и, следовательно, взаимно ослабляют друг друга. Если поставить на пути световой волны пластинку, которая перекрывала бы все четные или все нечетные зоны, то амплитуда колебания в т. Р резко возрастает. Такая пластинка называется зонной. Зонная пластинка во много раз увеличивает интенсивность в т. Р, действуя подобно собирающей линзе. Еще большего эффекта можно достигнуть, не перекрывая четные или нечетные зоны, а изменяя фазу их колебаний на π . Фазовая зонная пластинка увеличивает интенсивность света в 4 раза в фокусе.

§ 12. Дифракция Френеля на простейших преградах

Дифракция на круглом отверстии.

Пусть сферическая волна, идущая от источника L , встречает на пути непрозрачный экран с круглым отверстием радиуса r_0 .

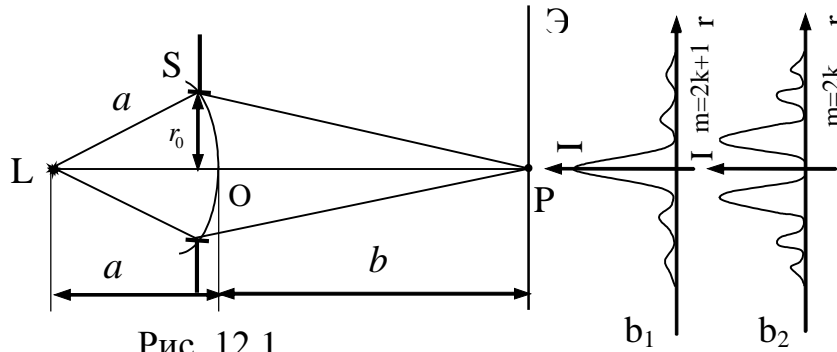


Рис. 12.1

Требуется определить интенсивность света в т. Р экрана. Точка Р лежит на линии, соединяющей источник L с центром круглого отверстия. Экран расположен перпендикулярно прямой LP . Проведем разбивку волновой поверхности S на зоны Френеля для точки Р, как это было показано выше. При радиусе отверстия $r_0 \ll a$, $r_0 \ll b$ можно считать расстояние от источника до преграды равным a , и расстояние от преграды до точки Р равным b . Если расстояния a и b удовлетворяют условию

$$r_0 = \sqrt{\frac{abm\lambda}{a+b}},$$

где m – целое число, то в отверстие помещается ровно m первых зон Френеля, построенных для точки Р (см. формулу 11.7).

Выразив отсюда m , получим число открытых зон Френеля:

$$m = \frac{r_0^2}{\lambda} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) \quad (12.1)$$

Результирующую амплитуду колебаний в т. Р можно найти алгебраическим или графическим способом. Воспользуемся первым:

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \dots + \left\{ \left(\frac{A_{m-2}}{2} - A_{m-1} + \frac{A_m}{2} \right) + \frac{A_m}{2} \right\} (m - \text{нечетное}) \quad (12.2)$$

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \dots + \left\{ \left(\frac{A_{m-3}}{2} - A_{m-2} + \frac{A_{m-1}}{2} \right) + \frac{A_{m-1}}{2} - A_m \right\} (m - \text{четное}) \quad (12.3)$$

Выражения в скобках ≈ 0 , как было показано ранее. Амплитуды от двух соседних зон мало отличаются по величине. Поэтому $\frac{A_{m-1}}{2} - A_m = -\frac{A_m}{2}$

В результате получится

$$A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}, \quad (12.4)$$

где "+" для m нечетных, "-" для m четных.

При малых m величина A_m мало отличается от A_1 и, следовательно, при нечетных m амплитуда колебания в т. Р будет приблизительно равна A_1 , при четных m – приблизительно равна нулю.

Этот же результат можно получить с помощью векторной диаграммы.

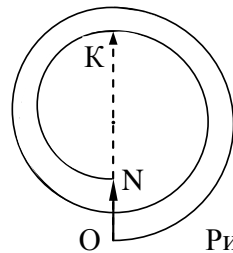


Рис. 12.2

Вектор ОК соответствует нечетному числу зон Френеля, которые открывает преграда (например, на рис. 12.2 $m = 3$). Вектор ON соответствует четному числу открытых зон Френеля (например, на рис. 12.2 $m = 4$).

Если убрать преграду, то амплитуда в т. Р станет равной $\frac{A_1}{2}$. Таким образом, преграда с отверстием, открывающим небольшое нечетное число зон, не только не ослабляет свет в т. Р, а приводит к увеличению амплитуды в 2 раза, следовательно, интенсивности – в 4 раза.

При неограниченном увеличении размеров отверстия $A_m \rightarrow 0$ и $A \rightarrow \frac{A_1}{2}$.

Сначала рассмотрим дифракционную картину на экране Э (рис. 12.1), расположенном параллельно преграде на расстоянии b_1 . Вследствие симметрии преграды относительно прямой LP интенсивность света в разных точках экрана будет зависеть только от расстояния r от центра дифракционной картины (т. Р). Дифракционная картина на круглом отверстии представляет собой чередование светлых и темных концентрических колец. Распределение интенсивности I с расстоянием r от центра дифракционной картины (вдоль экрана) показано на рис. 12.1. Если на расстоянии b_1 в отверстии укладывается нечетное число зон Френеля (m – нечетное), то в центре картины будет

Таким образом, в т. Р всегда наблюдается максимум интенсивности

$I \approx \left(\frac{A_{m+1}}{2}\right)^2$. Так же, как и в предыдущем случае, центральный максимум

окружен concentричными с ним чередующимися темными и светлыми кольцами. Изменение интенсивности I с расстоянием r от центра картины показано на рис. 12.3.

С увеличением радиуса r_0 диска первая открытая зона удаляется от т. Р, что приводит к уменьшению интенсивности центрального максимума. При больших размерах диска за ним наблюдается обычная (геометрическая) тень, вблизи границ которой имеется очень слабая дифракционная картина. В этом случае дифракцией света можно пренебречь.

Задача 7.

Точечный источник света L, излучающий свет с длиной волны $\lambda = 550$ нм, освещает экран, расположенный на расстоянии $\ell = 11$ м от L. Между источником света L и экраном на расстоянии $b = 5$ м от экрана помещена преграда с круглым отверстием, диаметр которого $d = 4,2$ мм. Что будет наблюдаться в центре дифракционной картины: максимум интенсивности или минимум?

Решение

Чтобы ответить на вопрос задачи, надо найти число зон Френеля m , которые помещаются в данном отверстии. Используя формулу (12.1) и данные задачи $r_0 = \frac{d}{2}$ и $a = \ell - b$, получим:

$$m = \frac{d^2}{4\lambda} \left(\frac{1}{\ell - b} + \frac{1}{b} \right) = \frac{4,2^2 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 550 \cdot 10^{-9}} \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{5} \right) = 2,94 \cong 3$$

Получили m – нечетное, следовательно, в центре дифракционной картины будет максимум интенсивности.

§ 13. Дифракция Фраунгофера на одной щели

Дифракция Фраунгофера, как было сказано выше, наблюдается в том случае, когда расстояние между источником света и точкой наблюдения очень велико. Другими словами, дифракция Фраунгофера наблюдается в параллельных лучах. Чтобы осуществить это, достаточно источник света поместить в фокусе собирающей линзы, а дифракционную картину исследовать в фокальной плоскости второй собирающей линзы, установленной за препятствием.

Пусть на очень длинную узкую прямоугольную щель ширины b (длина щели значительно больше ее ширины) падает по нормали к ней плоская мо-

нохроматическая световая волна (рис.13.1). Поместим за щелью собирающую линзу, а в фокальной плоскости линзы экран. Волновые поверхности падающей волны, плоскость щели и экран параллельны друг другу.

Разобьем площадь щели на ряд узких параллельных ребру щели полос равной ширины. Ширину каждой полосы выберем так, чтобы разность хода волн от краев этих полос была равна $\frac{\lambda}{2}$. Каждая из этих полос по принципу

Гюйгенса-Френеля может рассматриваться как источник вторичных волн, причем фазы всех этих волн одинаковы, так как при нормальном падении плоской волны плоскость щели совпадает с фронтом волны. Кроме того, и амплитуды этих элементарных волн будут одинаковы, так как выбранные элементы имеют равные площади и одинаково наклонены к направлению наблюдения.

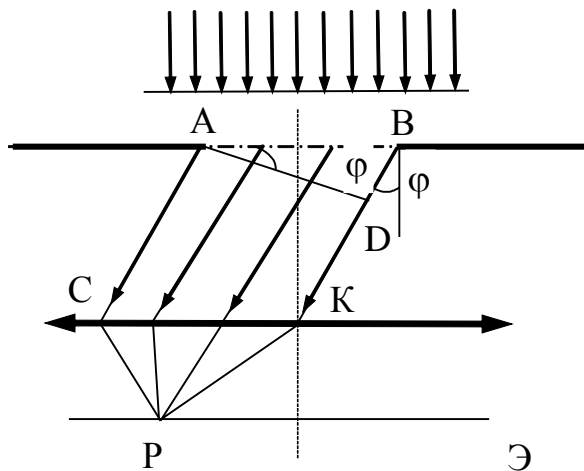


Рис. 13.1

Оптическая разность хода между крайними волнами AC и BK, идущими от щели в направлении φ равна

$$\Delta = BD = b \sin \varphi,$$

где D – основание перпендикуляра, проведенного из точки A на BK , $\angle BAD = \varphi$, как углы с взаимно перпендикулярными сторонами.

Из приведенного построения следует, что при наложении волн от каждой пары соседних полос, амплитуда результирующего колебания равна нулю, так как колебания от каждой пары соседних полос взаимно гасят друг друга. Следовательно, если в щели помещается четное число полос, т. е. в разности хода Δ уместится четное число $\frac{\lambda}{2}$ (это разность хода крайних волн в одной полосе), то наблюдается дифракционный минимум:

$$\frac{\Delta}{\frac{\lambda}{2}} = \frac{b \sin \varphi}{\frac{\lambda}{2}} = \pm 2m$$

Обычно условие **дифракционного минимума** выражается следующей формулой

$$b \sin \varphi = \pm m \lambda, \quad \text{где } m = 1, 2, 3 \dots (\text{целые числа}) \quad (13.1)$$

Если же в щели помещается нечетное число полос, то наблюдается **дифракционный максимум**:

$$b \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad \text{где } m = 1, 2, 3 \dots \quad (13.2)$$

Полученные условия максимумов и минимумов для одной щели носят качественный характер. Ниже приводится строгий вывод условий наблюдения максимумов и минимумов для одной щели.

Разобьем площадь щели на ряд узких параллельных ребру щели полос равной ширины dx . Для расчета интенсивности света, распространяющегося по разным направлениям за щелью, используем принцип Гюйгенса-Френеля для волны, посылаемой каждым элементом (полосой) волнового фронта, и просуммируем действие всех элементов. Амплитуда волны, обусловленной одним таким элементом, пропорциональна его ширине dx , то есть равна $C dx$. Множитель C определится из условия, что по направлению $\varphi = 0$ амплитуда волны, посылаемой всей щелью, равна A_0 , т. е. $Cb = A_0$ или $C = A_0/b$. Таким образом, световое возмущение в соответствующем участке щели выразится соотношением

$$dE = \frac{A_0}{b} \cos \omega t dx \quad (13.3)$$

Для отыскания действия всей щели в направлении, определяемом углом φ с первоначальным направлением, необходимо учесть разность фаз, характеризующую волны, распространяющиеся от различных элементов волнового фронта.

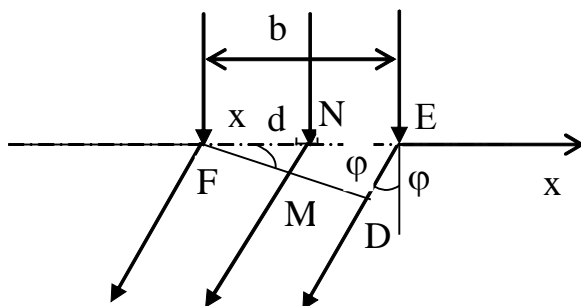


Рис. 13.2

Проведем плоскость FD , перпендикулярную к направлению дифрагировавших волн. Из рисунка видно, что разность хода между волнами, идущими от элементарной зоны при точке F (край щели) и от какой-либо точки N (лежащей на расстоянии x от края щели), есть $NM = x \sin \varphi$. Световое возмущение в точке M плоскости FD запишется следующим образом:

$$dE = \frac{A_0}{b} \cos(\omega t - kx \sin \varphi) dx, \quad (13.4)$$

где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$.волновое число. Результирующее возмущение определится как сумма этих выражений, т. е. выразится интегралом по всей ширине щели (по всем значениям x от нуля до b). Итак,

$$\begin{aligned}
 E &= \int dE = \int_0^b \frac{A_0}{b} \cos(\omega t - kx \sin \varphi) dx = -\frac{1}{k \sin \varphi} \int_0^b \frac{A_0}{b} \cos(\omega t - kx \sin \varphi) d(\omega t - kx \sin \varphi) = \\
 &= -\frac{A_0}{kb \sin \varphi} \sin(\omega t - kx \sin \varphi) \Big|_0^b = -\frac{A_0}{kb \sin \varphi} \sin(\omega t - kb \sin \varphi) + \frac{A_0}{kb \sin \varphi} \sin(\omega t) = \\
 &= \frac{A_0}{kb \sin \varphi} [\sin(\omega t) - \sin(\omega t - kb \sin \varphi)] = \frac{A_0}{kb \sin \varphi} 2 \sin \frac{\omega t - \omega t + kb \sin \varphi}{2} \cos \frac{\omega t + \omega t - kb \sin \varphi}{2} = \\
 &= A_0 \frac{\sin\left(\frac{1}{2} kb \sin \varphi\right)}{\frac{1}{2} kb \sin \varphi} \cos\left(\omega t - \frac{1}{2} kb \sin \varphi\right) \tag{13.5}
 \end{aligned}$$

Таким образом, результирующая волна, идущая в направлении φ , имеет амплитуду

$$A_\varphi = A_0 \left| \frac{\sin\left(\frac{1}{2} kb \sin \varphi\right)}{\frac{1}{2} kb \sin \varphi} \right| = A_0 \left| \frac{\sin\left(\frac{b\pi}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\frac{b\pi}{\lambda} \sin \varphi} \right|, \tag{13.6}$$

и может быть представлена в виде $E = A_\varphi \cos\left(\omega t - \frac{b\pi}{\lambda} \sin \varphi\right)$

Выражение (4) показывает, что вдоль экрана (с изменением φ) интенсивность меняется, проходя через максимумы и минимумы.

Амплитуда A_φ обращается в нуль для углов φ , удовлетворяющих условию

$$\frac{b\pi}{\lambda} \sin \varphi = \pm m\pi \tag{13.7}$$

где $m=1,2,3, \dots$ (целые числа), обозначающие порядок дифракционного минимума, т.е. для

$$\sin \varphi = \pm \frac{m\lambda}{b} \tag{13.8}$$

Условие (13.8) определяет направления на точки экрана (и соответственно их положения), в которых амплитуда равна нулю и, следовательно, интенсивность минимальна. Обычно условие дифракционного минимума выражается следующей формулой

$$b \sin \varphi = \pm m \lambda, \text{ где } m = 1, 2, 3 \dots (\text{целые числа}) \quad (13.9)$$

Условие минимума в точности совпадает с полученным ранее условием (13.1). Между двумя соседними минимумами располагается максимум. Положения максимумов определяются из условия

$$\frac{dA_\varphi}{d\varphi} = 0 \quad (13.10)$$

Введем обозначения $u = \frac{\pi b}{\lambda} \sin \varphi$, тогда

$$A_\varphi = A_0 \frac{\sin u}{u} \quad (13.11)$$

Взяв производную, получим трансцендентное уравнение

$$u \cos u - \sin u = 0 \quad (13.12)$$

Такое уравнение решается только приближенными численными методами. Поэтому полученное выше условие максимума (13.2) строго не выполняется.

Наибольший максимум (главный максимум) имеет место, когда

$$\frac{b\pi}{\lambda} \sin \varphi = 0, \text{ т. е. } \varphi = 0 \text{ — это направление первичной волны.}$$

При этом $A_\varphi = A_0$.

Следующие максимумы, полученные из уравнения (13.12), значительно уступающие по абсолютной величине главному, соответствуют значениям φ , определяемым из условий:

$$\frac{b\pi}{\lambda} \sin \varphi = \pm 1,43\pi; \frac{b\pi}{\lambda} \sin \varphi = \pm 2,46\pi, \frac{b\pi}{\lambda} \sin \varphi = \pm 3,47\pi \text{ и т. д.} \quad (13.13)$$

Для максимумов можно использовать приближенную формулу (13.2):

$b \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$, при этом необходимо помнить, что в отличие от строго выполняемого условия минимума (13.9), это условие приближенное.

Так как интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды $I \sim A^2$, то зависимость интенсивности при дифракции на щели от направления светового пучка выражается формулой:

$$I_{\varphi} = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{b\pi}{\lambda} \sin \varphi\right)}{\left(\frac{b\pi}{\lambda} \sin \varphi\right)^2}, \quad (13.14)$$

где I_0 есть интенсивность света, идущего от щели шириной b в направлении первичного пучка.

На рис. 13.3 показано распределение интенсивности на экране (дифракционный спектр). Как видно из рис. 13.3., основная часть световой энергии сосредоточена в центральном максимуме, т. е. в направлении распространения первичной падающей волны $\varphi = 0$, а величина следующих максимумов быстро убывает. Численные значения интенсивностей главного и следующего максимумов относятся как $1 : 0,045 : 0,016$ и т.д.; приближенно эти отношения можно выразить в виде

$$I_0 : I_1 : I_2 : I_3 := 1 : \left(\frac{2}{3\pi}\right)^2 : \left(\frac{2}{5\pi}\right)^2 : \left(\frac{2}{7\pi}\right)^2 : \quad (13.15)$$

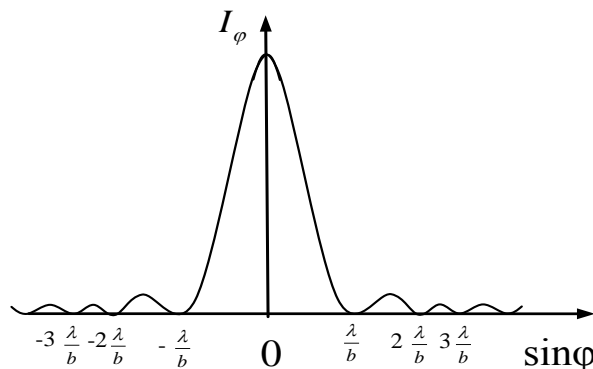


Рис.13-3

Сужение ширины щели приводит к расширению максимумов и уменьшению их интенсивности.

Чем щель шире ($b > \lambda$), тем дифракционная картина ярче (интенсивность больше), но дифракционные полосы уже и число полос больше.

При $b \gg \lambda$ в центре картины получается изображение источника света, т. е. явление дифракции не наблюдается.

Из приведенных формул ясно, что положение минимумов и максимумов зависит от длины волны λ . Поэтому дифракционная картина имеет описанный вид лишь для монохроматического света. В случае белого света имеется совокупность соответствующих картин для разных цветов (сдвинутых одна относительно другой в соответствии с различием в длине волны λ). При освещении щели белым светом центральный максимум наблюдается в виде белой полосы, так как он общий для всех длин волн (при $\varphi = 0$ разность хода равна нулю для всех длин волн). Боковые максимумы будут радужно окра-

шены, слева и справа от центрального максимума все другие максимумы будут обращены фиолетовыми краями к центру дифракционной картины. Однако они настолько расплывчаты, что отчетливого разделения различных длин волн с помощью дифракции на одной щели получить не возможно.

Количество минимумов интенсивности определяется из условия (13.1), так как $|\sin \varphi| \leq 1$, то $\frac{m\lambda}{b} \leq 1$. Отсюда следует

$$m \leq \frac{b}{\lambda} \quad (13.16)$$

Если ширина щели меньше длины волны ($b < \lambda$), то минимумы вообще не возникают. В этом случае интенсивность света монотонно убывает от середины дифракционной картины к ее краям.

Задача 8.

Дифракционная картина от щели шириной b наблюдается в монохроматическом свете с длиной волны λ . Оценить угловую ширину $\delta\varphi$ центрального максимума.

Решение

Краям центрального максимума соответствуют значения угла φ , получающиеся из условия первого минимума (см. Рис. 13.3) $b \sin \varphi = \pm \lambda$. Эти значения равны $\pm \arcsin(\lambda/b)$. Следовательно, угловая ширина $\delta\varphi$ центрального максимума равна

$$\delta\varphi = 2 \arcsin(\lambda/b). \quad (13.17)$$

Если угол дифракции мал, то можно положить $\sin(\lambda/b) \approx \lambda/b$. Тогда формула (13.17) упрощается

$$\delta\varphi = 2\lambda/b \quad (13.18)$$

§ 14. Дифракция Фраунгофера на дифракционной решетке

Рассмотренная выше дифракция света на одной щели не имеет практического применения из-за малой интенсивности дифракционного спектра и плохого разделения длин волн. Уменьшение этих недостатков привело к созданию устройства, которое называется **дифракционной решеткой**.

Дифракционная решетка–спектральный прибор, служащий для разложения света в спектр и измерения длин волн. Решетки бывают металлическими или стеклянными. На стекло наносят очень тонкие линии алмазным

резцом. Промежутки между штрихами служат щелями. На стеклянных решетках наблюдения проводят в проходящем свете. Дешевые дифракционные решетки изготавливают, делая фотографические копии с решетки-оригинала. Фотовоспроизведение с уменьшением позволяет изготовить решетки с очень малым периодом. В настоящее время широко используются решетки, имеющие 1000 штрихов на 1 мм. Дифракционные решетки со щелями в непрозрачном экране называются *прозрачными решетками*. Кроме того, существуют *отражательные решетки*. Их изготавливают, нанося тонкие штрихи на металлическую или стеклянную пластину. В этом случае дифракционную картину образует отраженный свет. Лучшие металлические решетки имеют 2000 штрихов на 1 мм. Действие отражательных решеток мало чем отличается от действия прозрачных решеток, поэтому ограничимся рассмотрением только последних.

Дифракционная решетка представляет собой систему из большого числа N одинаковых по ширине (b) и параллельных друг другу щелей в экране, разделенных также одинаковыми по ширине (a) непрозрачными промежутками (рис. 14.1). Рассматривая дифракцию Фраунгофера на одной щели, было показано, что распределение интенсивности на экране определяется направлением дифрагированных волн. Поэтому при перемещении щели параллельно самой себе никаких изменений дифракционной картины не должно наблюдаться. Следовательно, если перейти от одной щели к дифракционной решетке, то дифракционные картины, создаваемые каждой щелью в отдельности, будут накладываться друг на друга. Однако в действительности картина окажется сложнее, так как надо принять в расчет взаимную интерференцию волн, идущих от соседних щелей.

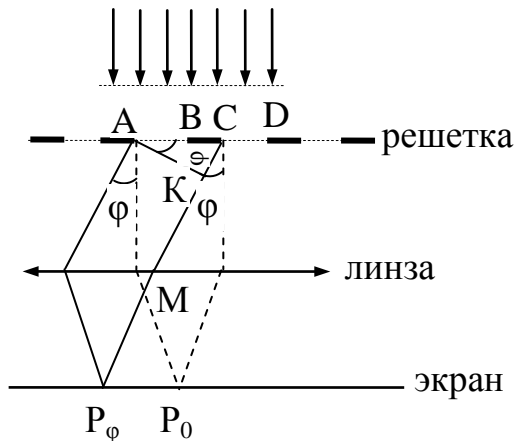


Рис. 14.1

На рис. 14.1 $AB = b$ – ширина щели, $BC = a$ – ширина непрозрачного промежутка и K – основание перпендикуляра, опущенного из т. А на CM .

Постоянной (или периодом) дифракционной решетки называется величина

на

$$d = b + a$$

Пусть плоская монохроматическая волна падает нормально на решетку, тогда колебания во всех точках щелей происходят в одинаковой фазе (см. выше). Очевидно, что минимумы интенсивности будут на прежних местах, ибо те направления, по которым ни одна из щелей не посылает света, не получают его и при многих щелях. Тогда условие **главных минимумов** определяется формулой (13.1)

$$b \sin \varphi = \pm m \lambda, \text{ где } m = 1, 2, 3 \dots (\text{целые числа}) \quad (14.1)$$

Так как щели находятся друг от друга на одинаковых расстояниях, то разности хода волн, идущих от двух соседних щелей, будут для данного направления φ одинаковы в пределах всей дифракционной решетки: (Рис.14.1)

$$\Delta = KC = d \sin \varphi$$

Колебания от отдельных щелей взаимно усиливают друг друга, если разность хода равна $\Delta = \pm k \lambda$. Тогда условие **главных максимумов** определяется формулой:

$$d \sin \varphi = \pm k \lambda, \text{ где } k = 0, 1, 2, 3 \dots \quad (14.2)$$

Вследствие взаимного усиления волн амплитуда колебаний в соответствующей точке экрана равна

$$A_{\max} = N A_{\varphi},$$

где A_{φ} – амплитуда колебания, посылаемого одной щелью под углом φ .

Кроме главных максимумов, имеется очень большое число слабых побочных максимумов (интенсивность этих максимумов не превышает $\frac{1}{23}$ интенсивности ближайшего главного максимума), разделенных дополнительными минимумами. Между соседними главными максимумами располагается по $(N - 1)$ -му добавочному минимуму. Эти минимумы возникают в тех направлениях, для которых колебания от отдельных щелей взаимно погашают друг друга. Условие **добавочных минимумов** определяется следующим соотношением:

$$d \sin \varphi = \pm \frac{p}{N} \lambda, \text{ где } p = 1, 2, 3 \dots N - 1, N + 1 \dots \quad (14.3)$$

p принимает все целочисленные значения, кроме $0, N, 2N, 3N, \dots$ т. е. кроме тех, при которых условие (14.3) переходит в условие главного максимума.

Чем больше щелей N , тем большее количество энергии пройдет через решетку, тем больше минимумов образуется между соседними главными максимумами, тем более интенсивными и более острыми будут максимумы.

Таким образом, полная дифракционная картина для решетки определяется из условий:

$$b \sin \varphi = \pm m \lambda, \text{ где } m = 1, 2, 3 \dots \text{—главные минимумы}$$

$$d \sin \varphi = \pm k \lambda, \text{ где } k = 0, 1, 2, 3 \dots \text{—главные максимумы}$$

$$d \sin \varphi = \pm \frac{p}{N} \lambda, \text{ где } p = 1, 2, 3 \dots N - 1, N + 1 \dots \text{—добавочные минимумы}$$

Распределение интенсивности для решетки показано на рис. 14.2. Рисунок выполнен для $N = 4$ и $\frac{d}{b} = 3$. При взятом на рисунке отношении периода решетки к ширине щели ($\frac{d}{b} = 3$) главные максимумы 3-го, 6-го и т. д. порядков приходятся на минимумы интенсивности от одной щели, вследствие чего эти максимумы пропадают. В общем случае, если $\frac{k}{d} = \frac{m}{b}$ или $\frac{d}{b} = \frac{k}{m}$, то такие главные максимумы накладываются на главные минимумы и в дифракционном спектре наблюдается минимум интенсивности.

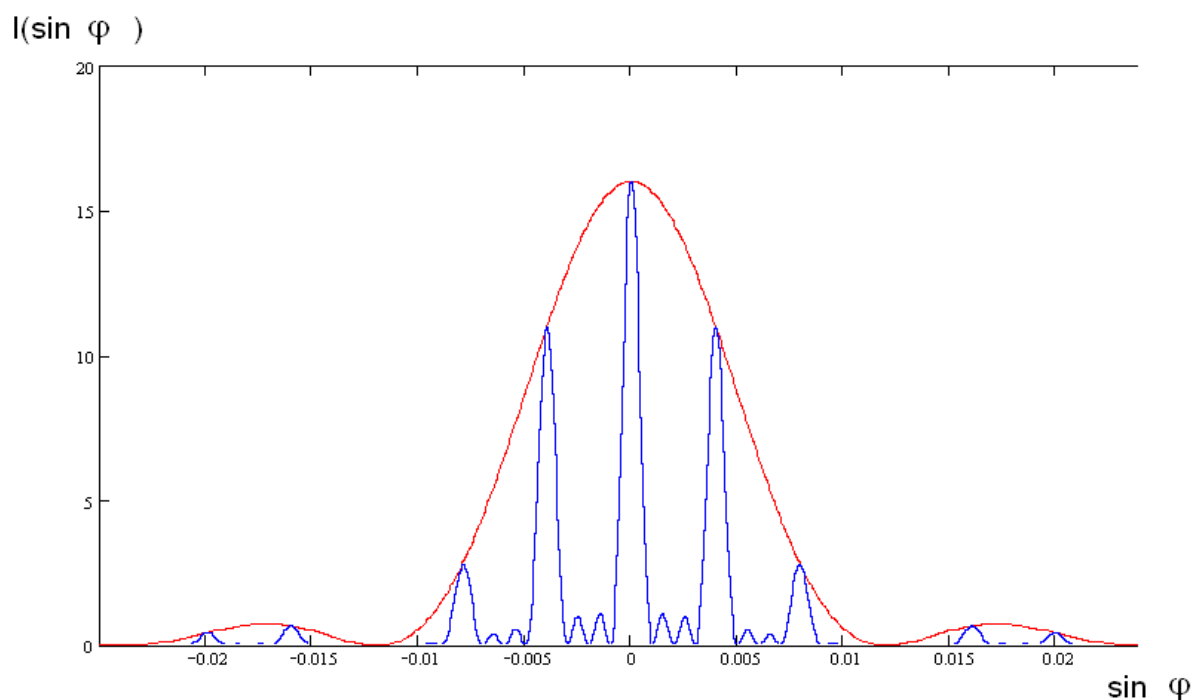


Рис. 14.2

Кривая, проходящая через вершины главных максимумов, изображает интенсивность от одной щели, умноженную на N^2 .

Положение дифракционных максимумов зависит от длины волны λ . Если дифракционная решетка освещается белым светом, то для разных значений λ положения всех главных максимумов, кроме центрального ($k = 0$), не совпадают друг с другом. Поэтому центральный максимум имеет вид белой полосы, а все остальные – радужных полосок, называемых дифракционными спектрами первого, второго и т.д. порядков. В пределах каждой полосы цвет изменяется от фиолетового у внутреннего края (ближайшего к максимуму нулевого порядка) до красного – наружного края. Это свойство дифракционной решетки широко используется для исследования спектрального состава света, т.е. определения частот (или длин волн) и интенсивностей всех его монохроматических компонент. Применяемые для этого приборы называются дифракционными спектрографами.

Обычно используют более яркие спектры первых порядков, для которых $\sin \varphi \approx \varphi$. Поэтому угол φ_k для k -го дифракционного максимума света с длиной волны λ прямо пропорционален λ , т.е. дифракционный спектр является линейным. В этом состоит большое преимущество дифракционных приборов, в отличие от призмных.

§ 15. Разрешающая способность оптических приборов

Основными характеристиками любого спектрального прибора являются его дисперсия и разрешающая способность.

Дисперсия определяет угловое или линейное расстояние между двумя спектральными линиями, отличающимися по длине волны на единицу (например, на 1 нм). Разрешающая способность определяет минимальную разность длин волн $\delta\lambda$, при которой две линии воспринимаются в спектре раздельно.

Угловой дисперсией называется величина:

$$D = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda}, \quad (15.1)$$

где $\delta\varphi$ – угловое расстояние между спектральными линиями, отличающимися по длине волны на $\delta\lambda$ Рис. 15.1.

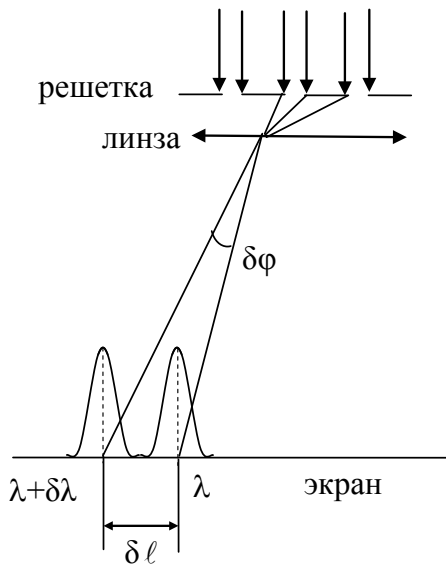


Рис. 15.1

Линейной дисперсией называется величина:

$$D_{\text{лин}} = \frac{\delta l}{\delta\lambda}, \quad (15.2)$$

где δl – расстояние на экране или на фотопластинке между спектральными линиями, отличающимися по длине волны на $\delta\lambda$ Рис. 15.1.

Чтобы найти угловую дисперсию дифракционной решетки, продифференцируем условие главного максимума (14.2) слева по φ , а справа по λ .

Опустив знак минус, получим:

$$d \cos \varphi \delta\varphi = k \delta\lambda$$

Отсюда

$$D = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{k}{d \cos \varphi} \quad (15.3)$$

Если углы небольшие, то можно положить $\cos \varphi \approx 1$ и

$$D = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} \approx \frac{k}{d} \quad (15.4)$$

Таким образом, угловая дисперсия обратно пропорциональна периоду решетки d . Следовательно, чем выше порядок спектра k , тем больше дисперсия.

Возможность раздельного восприятия двух близких спектральных линий зависит не только от расстояния между ними (определяемого дисперсией прибора), а также и от ширины спектрального максимума. На рисунках показана результирующая интенсивность (сплошная кривая), наблюдающаяся при наложении двух близких максимумов (штриховые кривые). На рис. 15.2 оба максимума воспринимаются как один. На рис. 15.3 между максимумами находится минимум. Два близких максимума воспринимаются глазом раздельно в том случае, если интенсивность в промежутке между ними составляет не более 80% от интенсивности максимума.

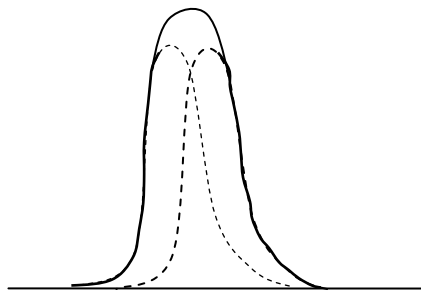


Рис.15.2

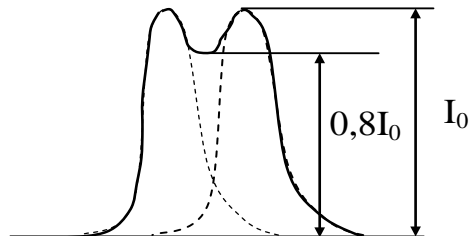


Рис.15.3

Согласно **критерию Рэля** такое соотношение интенсивности имеет место в том случае, если **середина одного максимума совпадает с минимумом (краем) другого** (см. Рис. 15.3).

Разрешающей способностью спектрального прибора называется безразмерная величина:

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} \quad (15.5)$$

Найдем разрешающую способность дифракционной решетки. Положение середины k -го максимума для длины волны $\lambda + \delta\lambda$ определяется условием:

$$d \sin \varphi_{\max} = k(\lambda + \delta\lambda)$$

При переходе от максимума к соседнему минимуму разность хода меняется на $\frac{\lambda}{N}$ (см. 14.3). Следовательно, минимум λ удовлетворяет условию:

$$d \sin \varphi_{\min} = k\lambda + \frac{\lambda}{N}$$

По критерию Рэлея углы $\varphi_{\max} = \varphi_{\min}$, т. е. $k\lambda + \frac{\lambda}{N} = k(\lambda + \delta\lambda)$. Следовательно, разрешающая способность равна

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = kN \quad (15.6)$$

Таким образом, разрешающая способность дифракционной решетки пропорциональна числу щелей N и порядку спектра k .

На рис. 15.4 сопоставлены дифракционные картины для двух спектральных линий, полученных с помощью решеток, отличающихся дисперсией и разрешающей способностью.

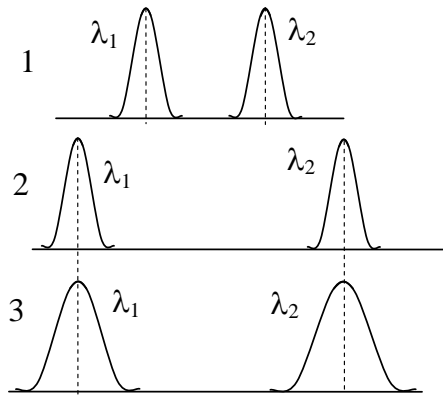


Рис. 15.4

Решетки 1 и 2 обладают одинаковой разрешающей способностью (у них одинаковое число щелей N), но различной дисперсией (у решетки 1 период d в два раза больше, т. е. дисперсия в два раза меньше, чем у решетки 2). Решетки 2 и 3 имеют одинаковую дисперсию (у них равные периоды d), но разную разрешающую способность (у решетки 2 число щелей N и разрешающая способность в два раза больше, чем у решетки 3).

Дифракционные решетки изготавливаются путем нанесения алмазным резцом на поверхность стеклянной пластинки равноотстоящих штрихов. Роль щелей играют промежутки между штрихами. Лучшие решетки имеют до

1200 штрихов на 1 мм ($d \approx 800\text{нм}$). При таком периоде в видимом свете спектры второго и более высоких порядков не наблюдаются. Общее число штрихов у таких решеток достигает 200000 (длина около 200 мм). Длина видимого спектра на фотопластинке составляет в этом случае более 700 мм.

Так как дисперсия и разрешающая способность увеличиваются при работе в спектрах более высоких порядков, а энергия в спектрах высших порядков убывает, то встает вопрос об увеличении светосилы в этих порядках (см. рис.14.2). С этой целью решетку гравировать так, что каждая борозда (штрих) имеет определенный профиль, благодаря чему при прохождении (или отражении) возникает добавочная разность хода от одного края борозды до другого. Подбирая профиль борозды, удается сконцентрировать энергию в спектре того или иного порядка, ослабляя остальные, в том числе и самый яркий спектр нулевого порядка.

Разрешающей способностью объектива называется величина R , обратная наименьшему угловому расстоянию $\delta\psi$ между точками, при котором они еще воспринимаются отдельно:

$$R = \frac{1}{\delta\psi} \quad (15.7)$$

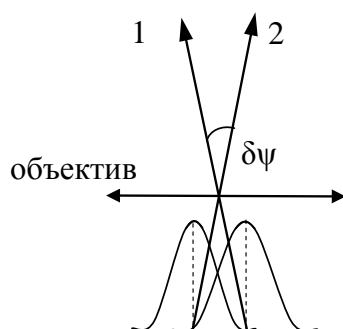


Рис. 15.5

На рис. 15.5 показаны лучи, падающие на объектив от двух удаленных источников. Вследствие ограничения светового пучка объективом возникает дифракция. В этом случае (дифракция на круглом отверстии) угловой размер центрального максимума определяется по формуле: (см. задачу 8)

$$\delta\varphi = \frac{1,22\lambda}{D}, \text{ где } D\text{—диаметр отверстия (объектива)} \quad (15.8)$$

Согласно критерию Рэлея источники будут видны отдельно, если середина центрального дифракционного максимума для одного источника совпадает с краем центрального максимума (т. е. первым минимумом) другого. На рис. 15.5 видно, что это произойдет, если угловое расстояние между источниками $\delta\psi$ будет равно угловому размеру $\delta\varphi$ (15.8)

$$R = \frac{D}{1,22\lambda} \quad (15.9)$$

Следовательно, разрешающая способность объектива пропорциональна его диаметру и обратно пропорциональна длине волны света.

Диаметр зрачка глаза человека при нормальном освещении равен приблизительно 2 мм. Подставив это значение в формулу (15.8) и положив $\lambda = 500\text{нм}$, получим примерно одну минуту. Таким образом, минимальное угловое расстояние между точками, при котором глаз воспринимает их еще раздельно, равно одной угловой минуте.

Рассмотрим примеры решения задач.

Задача 9.

На дифракционную решетку с периодом $d = 4\text{мкм}$ падает нормально свет с длиной волны $\lambda = 0,58\text{мкм}$. Максимум какого наибольшего порядка дает эта решетка? Сколько всего максимумов можно наблюдать от этой решетки?

Решение

Используем формулу для главных максимумов решетки:

$$d \sin \varphi = \pm k\lambda, \text{ где } k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Порядок максимума определяется как

$$k = \pm \frac{d \sin \varphi}{\lambda}$$

Это выражение будет максимальным в случае, когда $\sin \varphi = 1$.

Следовательно,

$$k_{\max} = \pm \frac{d}{\lambda} = \pm \frac{4\text{мкм}}{0,58\text{мкм}} \approx \pm 6,9$$

Порядок спектра является целым числом, поэтому максимальный порядок $k_{\max} = 6$. Округлить до 7 нельзя, так как в этом случае получим $\sin \varphi > 1$.

Общее количество максимумов равно:

$$p = 2k_{\max} + 1$$

и складывается из нулевого максимума, и 6 максимумов слева, и 6 максимумов справа от нулевого. Подставив численные значения, получим:

$$p = 2 \cdot 6 + 1 = 13$$

Задача 10.

На дифракционную решетку с периодом $d = 2,20$ мкм нормально падает монохроматический свет. Угол между направлениями на максимумы первого и второго порядков спектра $\Delta\varphi = 15^\circ$. Определить длину волны монохроматического света.

Решение

Обозначим углы дифракции первого и второго порядков φ_1 и φ_2 . Тогда по условию задачи

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 \quad (15.10)$$

Условие главных максимумов решетки для $k = 1$ и $k = 2$ имеет вид:

$$d \sin \varphi_1 = \lambda \quad (15.11)$$

$$d \sin \varphi_2 = 2\lambda \quad (15.12)$$

Получили 3 уравнения с тремя неизвестными φ_1 , φ_2 и λ .

Разделив почленно уравнения (15.12) и (15.11), получим:

$$\sin \varphi_2 = 2 \sin \varphi_1, \text{ а по условию задачи } \varphi_2 = \varphi_1 + \Delta\varphi.$$

$$\text{Тогда } \sin(\varphi_1 + \Delta\varphi) = 2 \sin \varphi_1.$$

Решив это тригонометрическое уравнение относительно $\sin \varphi_1$, найдем

$$\sin \varphi_1 = \frac{\sin \Delta\varphi}{\sqrt{5 - 4 \cos \Delta\varphi}}$$

Определим искомую величину λ :

$$\lambda = \frac{d \sin \Delta\varphi}{\sqrt{5 - 4 \cos \Delta\varphi}}$$

Подставив числовые значения, получим:

$$\lambda = \frac{2,20 \cdot 0,259}{\sqrt{5 - 4 \cdot 0,966}} = 0,54 \text{ мкм}$$

Задача 11.

На щель падает нормально параллельный пучок монохроматического света. Расположенная за щелью линза с фокусным расстоянием $f = 2,00$ м проектирует на экран дифракционную картину в виде чередующихся светлых и темных полос. Ширина центральной светлой полосы $a = 5$ см. Как надо изменить ширину щели, чтобы центральная полоса занимала весь экран при любой его ширине?

Решение

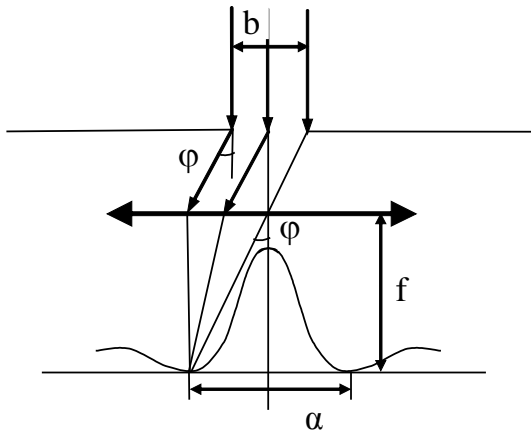


Рис. 15.6

Изображенная на рис.15.6 кривая показывает распределение интенсивности света на экране. Центральная светлая полоса заключена между двумя минимумами первого порядка. Ее ширина α зависит от угла дифракции φ , соответствующего первому минимуму. Условие первого минимума имеет вид:

$$b \sin \varphi = \lambda$$

Для измененной ширины щели b^* :

$$b^* \sin \varphi^* = \lambda$$

Разделив одно уравнение на другое, получим:

$$\frac{b}{b^*} = \frac{\sin \varphi^*}{\sin \varphi},$$

где φ^* , φ – углы первых дифракционных минимумов, соответствующих размерам щели b^* и b . Из условия видно, что угол φ – мал, поэтому

$$\sin \varphi \approx \operatorname{tg} \varphi = \frac{\alpha}{2f}.$$

Чтобы центральная полоса занимала весь экран при любой ширине последне-

го, должно выполняться соотношение $\varphi^* = \frac{\pi}{2}$, $\sin \varphi^* = 1$. Подставив зна-

чения $\sin \varphi$, $\sin \varphi^*$, получим:

$$b^* = \frac{\alpha}{2f} b = \frac{b}{40}$$

Таким образом, ширину щели следует уменьшить в 40 раз.

§ 16. Дифракция на пространственной решетке

Если две дифракционные решетки поставить одна за другой, так что их штрихи будут взаимно перпендикулярны, то первая решетка (вертикальные штрихи) даст в горизонтальном направлении ряд максимумов, положения которых определяются условием:

$$d_1 \sin \varphi_1 = \pm k_1 \lambda, \text{ где } k_1 = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Вторая решетка (горизонтальные штрихи) разобьет каждый из образовавшихся пучков на расположенные по вертикали максимумы, положения которых определяются условием:

$$d_2 \sin \varphi_2 = \pm k_2 \lambda, \text{ где } k_2 = 0, 1, 2, 3, \dots$$

В итоге дифракционная картина будет иметь вид правильно расположенных пятен, каждому из которых соответствуют два целочисленных индекса k_1 и k_2 (Рис.16.1), которые указаны над пятном.

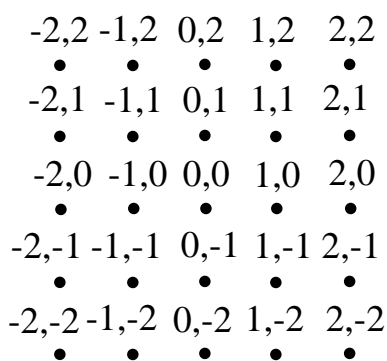


Рис.16.1

Подобную дифракционную картину дают любые двумерные структуры, у которых период структур больше длины волны $d > \lambda$.

Дифракция наблюдается также на трехмерных образованиях, обнаруживающих периодичность по трем направлениям, не лежащим в одной плоскости. Подобными структурами являются все кристаллические тела. Однако период их ($\sim 10^{-4}$ мкм) слишком мал для того, чтобы можно было наблюдать дифракцию в видимом свете. Условие $d > \lambda$ выполняется в случае кристаллов лишь для рентгеновских лучей.

Дифракция рентгеновских лучей на кристаллах

Всякий кристалл состоит из упорядоченно расположенных частиц (атомов, ионов или молекул), образующих пространственную дифракционную решетку. Расстояния между этими частицами, т.е. периоды решетки $\sim 10^{-10}$ м. Расчет дифракционной картины на кристаллической решетке можно представить следующим образом. Проведем через узлы кристаллической решетки параллельные равноотстоящие плоскости, называемые атомными слоями. Если падающая на кристалл волна плоская, то огибающая вторичных волн, порожда-

емых атомами этого слоя, также будет представлять собой плоскость. Плоские вторичные волны, отразившиеся от разных атомных слоев, когерентны и будут интерферировать между собой подобно волнам, посылаемым в данном направлении различными щелями дифракционной решетки. При этом, как и в случае решетки, вторичные волны будут практически погашать друг друга во всех направлениях, кроме тех, для которых разность хода между соседними волнами является кратной λ .

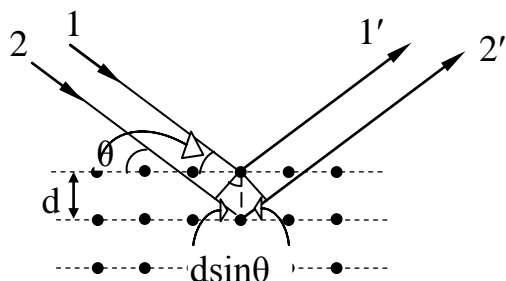


Рис.16.2

Из рисунка видно, что разность хода двух волн $1'$ и $2'$, отразившихся от соседних атомных слоев, равна

$$\Delta = 2d \sin \theta ,$$

где d – период идентичности кристалла в направлении, перпендикулярном к рассматриваемым слоям, θ – угол дополнительный к углу падения и называемый углом скольжения падающих лучей.

Следовательно, направления, по которым наблюдаются дифракционные максимумы, определяются условием: (формула Вульфа-Брэгга)

$$2d \sin \theta = \pm k\lambda , \text{ где } k = 1,2,3... \quad (16.1)$$

Атомные слои в кристалле можно представить множеством способов. Однако заметную интенсивность имеют лишь те дифракционные максимумы, которые получаются за счет отражений от слоев, достаточно густо усеянных атомами.

Дифракция рентгеновских лучей на кристаллах находит два основных применения. Она используется для исследования спектрального состава рентгеновского излучения (рентгеновская спектроскопия) и для изучения структуры кристаллов (рентгеноструктурный анализ).

§ 17. Понятие о голографии

Голография – это особый метод регистрации на фотопластинке структуры (фазы) световой волны, отраженной предметом.

В переводе с греческого «голография» означает «полная запись».

Голография была изобретена в 1947г. Габором. Однако осуществление идеи Габора стало возможным только после появления в 1960г. источников света высокой степени когерентности – лазеров.

В голографии изображение формируется благодаря интерференции света. При записи лазерной голограммы на пленке (пластинке) лазерный пучок с помощью полупрозрачного зеркала делится на две части (рис. 17.1).

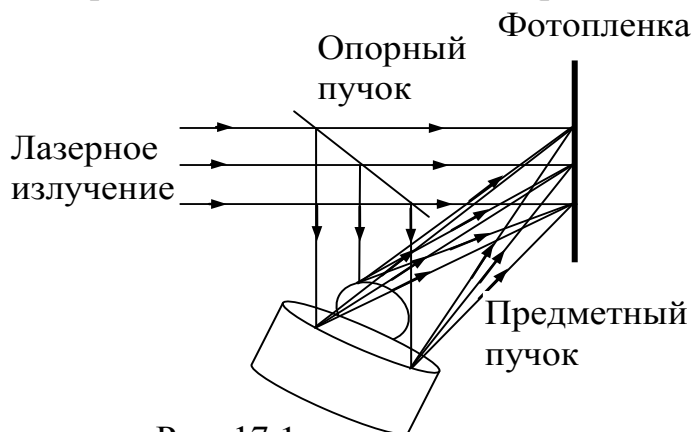


Рис. 17.1

Одна часть пучка направляется непосредственно на пленку (опорный пучок), а другая – на фотографируемый предмет и, отражаясь от него, попадает на пленку (предметный пучок). Свет, отраженный каждой точкой предмета, попадает на всю пленку, и интерференция двух пучков – опорного и предметного позволяет зарегистрировать в каждой точке пленки как интенсивность, так и относительную фазу световой волны. Если проявленную пленку вновь поместить в лазерный пучок, то вследствие дифракции опорного пучка на интерференционной структуре голограммы возникнет трехмерное изображение предмета (Рис. 16.2). Такое изображение можно разглядывать с разных сторон, как если бы это был сам предмет. Но если попытаться прикоснуться к изображению рукой, то обнаружим лишь пустоту.

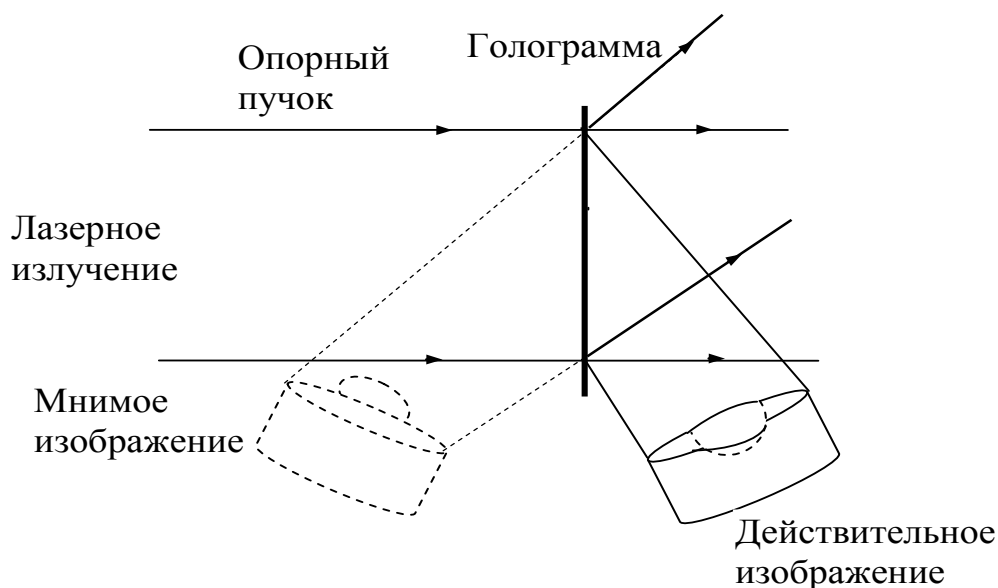


Рис. 17.2

В результате дифракции опорного пучка на голограмме получаются два изображения: одно – мнимое, которое возникает в том месте, где находился предмет при голографировании, другое – действительное изображение предмета, но оно имеет рельеф обратный рельефу предмета – выпуклые места заменены вогнутыми и наоборот. Обычно используют мнимое изображение, так как оно создает полную иллюзию существования реального предмета.

Изображение предмета является объемным. Рассматривая изображение под разными углами, можно увидеть предметы, закрытые более близкими предметами. Это объясняется тем, что, сместившись в сторону, мы воспринимаем изображение, восстановленное от периферической части голограммы, на которую при экспонировании попадали отраженные лучи от скрытых предметов.

Если голограмму разделить на несколько частей, то каждая часть при просвечивании даст такую же картину, что и исходная голограмма. Однако чем меньшая часть голограммы используется для восстановления изображения, тем меньше его четкость. Это объясняется тем, что голограмма для опорного пучка является сложной дифракционной решеткой, а при уменьшении числа штрихов решетки (при уменьшении размера голограммы) ее разрешающая способность уменьшается.

Применения голографии самые разнообразные, но наиболее важными являются запись и хранение информации. В качестве будущих разработок могут служить голографические микроскоп, телевидение, кино, интерферометрия и т.д.

Глава 4. Поляризация света

§ 18. Естественный и поляризованный свет

Электромагнитные волны – поперечны. В каждом отдельном случае имеется та или иная ориентация векторов \vec{E} и \vec{H} по отношению к направлению распространения волны, которое не является осью симметрии электромагнитных волн. Вместе с тем световые волны обычно не обнаруживают асимметрии относительно направления распространения волны (луча). Это обусловлено тем, что в естественном свете имеются колебания светового вектора \vec{E} (и, следовательно, \vec{H}), совершающиеся в самых различных направлениях, перпендикулярных к лучу. В естественном свете колебания \vec{E} различных направлений быстро и беспорядочно сменяют друг друга. Поэтому в результирующей волне колебания различных направлений представлены с равной вероятностью.

Свет, в котором направления колебаний светового вектора \vec{E} упорядочены каким-либо образом, называется поляризованным.

Если колебания \vec{E} происходят только в одной плоскости, то свет называют плоскополяризованным. Существуют и более сложные виды упорядоченных колебаний, которым соответствуют иные типы поляризации, например круговая или эллиптическая поляризации, при которых конец электрического вектора описывает круг или эллипс с тем или иным эксцентриситетом.

Рассмотрим два взаимно перпендикулярных электрических колебания, совершающихся вдоль осей x и y и отличающихся по фазе на δ :

$$E_x = E_{m1} \cos \omega t \qquad E_y = E_{m2} \cos(\omega t + \delta) \qquad (18.1)$$

Результирующая напряженность \vec{E} является векторной суммой напряженностей \vec{E}_x и \vec{E}_y (рис.18.1).

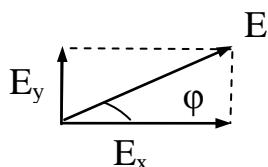


Рис. 18.1

Угол φ между направлением вектора \vec{E} и осью x определяется выражением:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{E_y}{E_x} = \frac{E_{m2} \cos(\omega t + \delta)}{E_{m1} \cos \omega t} \qquad (18.2)$$

Если разность фаз δ претерпевает случайные хаотические изменения, то и угол φ , показывающий направление светового вектора \vec{E} , будет испытывать неупорядоченные изменения. Следовательно, естественный свет можно представить как наложение двух некогерентных электромагнитных волн, поляризованных во взаимно перпендикулярных плоскостях и имеющих одинаковую интенсивность. Такое представление намного упрощает рассмотрение прохождения естественного света через поляризационные устройства.

Рассмотрим когерентные световые волны (18.1), причем разность фаз δ равна нулю или π . Тогда согласно (18.2)

$$\operatorname{tg} \varphi = \pm \frac{E_{m2}}{E_{m1}} = \operatorname{const}$$

Следовательно, результирующее колебание совершается в фиксированном направлении – свет оказывается плоскополяризованным.

В случае, когда $E_{m1} = E_{m2}$ и $\delta = \pm \frac{\pi}{2}$, получим:

$$\operatorname{tg} \varphi = \mp \operatorname{tg} \omega t, \text{ так как } \cos(\omega t \pm \frac{\pi}{2}) = \mp \sin \omega t.$$

Отсюда вытекает, что плоскость колебаний поворачивается вокруг направления луча с угловой скоростью, равной частоте колебаний ω . Свет в этом случае поляризован по кругу.

В механике было показано, что при сложении взаимно перпендикулярных колебаний, происходящих с постоянной разностью фаз, конец результирующего вектора в общем случае движется по эллипсу, в частном случае, может получиться движение по прямой или по окружности. Следовательно, две когерентные плоскополяризованные волны, плоскости колебаний которых взаимно перпендикулярны, при наложении друг на друга дают эллиптически поляризованную световую волну. При разности фаз δ , равной нулю или π , эллипс вырождается в прямую и получается плоскополяризованный свет. При $\delta = \pm \frac{\pi}{2}$ и равенстве амплитуд складываемых волн эллипс превращается в окружность – получается свет, поляризованный по кругу. В зависимости от направления вращения вектора \vec{E} различают правую и левую эллиптическую и круговую поляризацию.

Плоскость, в которой колеблется световой вектор \vec{E} в плоскополяризованной волне, называется плоскостью колебаний или плоскостью поляризации.

Плоско поляризованный свет можно получить из естественного с помощью оптических устройств, называемых поляризаторами или поляроидами. Поляризаторы свободно пропускают колебания, параллельные плоскости, ко-

торуую будем называть **плоскостью пропускания поляризатора**, и полностью задерживают колебания, перпендикулярные к этой плоскости.

Пусть на поляризатор падает плоскополяризованный свет амплитуды E_0 и интенсивности I_0 (рис. 18.2). Колебание амплитуды E_0 , совершающиеся в плоскости, образующей угол φ с плоскостью пропускания поляризатора, можно разложить на два колебания с амплитудами $E_{\parallel} = E_0 \cos \varphi$ и $E_{\perp} = E_0 \sin \varphi$. Первое колебание пройдет через прибор, второе будет задержано (рис. 18.3).

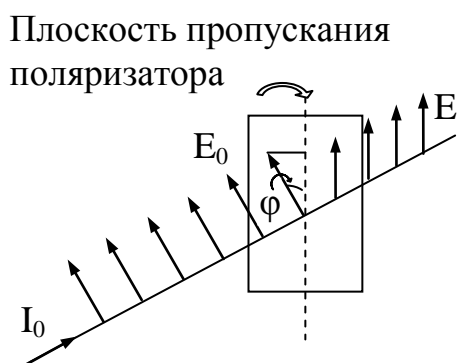


Рис. 18.2



Рис. 18.3

Сквозь прибор пройдет составляющая колебания с амплитудой $E_{\parallel} = E_0 \cos \varphi$, где φ — угол между плоскостью колебаний вектора \vec{E} падающего света и плоскостью пропускания поляризатора. Следовательно, интенсивность прошедшего света I пропорциональна $\cos^2 \varphi$. Этот закон был установлен Малюсом. Закон Малюса определяет долю света, которая проходит сквозь поляризатор:

$$I = I_0 \cos^2 \varphi \quad (18.3)$$

С волновой точки зрения закон Малюса представляет собой следствие теоремы разложения векторов и утверждения, что интенсивность света пропорциональна **квадрату** амплитуды световой волны.

После прохождения поляризатора свет остается плоскополяризованным, но изменяется ориентация плоскости колебаний вектора \vec{E} .

Если на поляризатор падает естественный свет, в котором все значения угла φ равновероятны, то доля естественного света, прошедшего через поляризатор, будет равна *среднему значению* $\cos^2 \varphi$, т.е. $\frac{1}{2}$. При вращении поляризатора вокруг направления естественного луча интенсивность прошедшего света остается одной и той же, изменяется лишь ориентация плоскости колебаний вектора \vec{E} света, выходящего из поляризатора.

Поставим на пути естественного луча два поляризатора, плоскости пропускания которых на рис. 18.4 показаны штриховой линией и они образуют угол φ . **Первый** поляризатор выполняет роль **поляризатора**, а **второй** — **ана-**

лизатора, при этом сами устройства ничем не отличаются друг от друга, а лишь выполняют разную роль в опыте. На поляризатор падает естественный (т. е. неполяризованный) свет интенсивности $I_{ест}$, а из поляризатора выйдет поляризованный свет, в котором вектор \vec{E} колеблется в плоскости параллельной плоскости пропускания поляризатора. Интенсивность света, вышедшего из поляризатора равна:

$$I_{II} = \frac{1}{2} I_{ест}$$

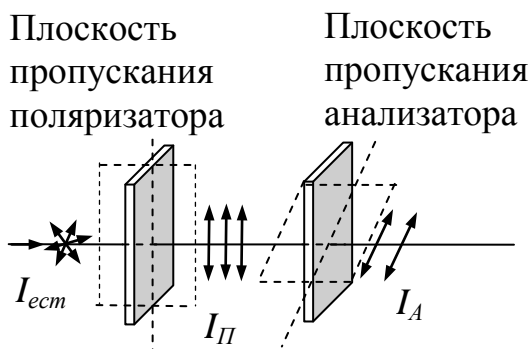


Рис. 18.4

По закону Малюса интенсивность света, вышедшая из анализатора равна:

$$I_A = I_{II} \cos^2 \varphi = \frac{1}{2} I_{ест} \cos^2 \varphi \quad (18.4)$$

Максимальная интенсивность прошедшего света получается при $\varphi=0$ (плоскости пропускания поляризаторов параллельны)

$$I_{\max} = \frac{1}{2} I_{ест}$$

При $\varphi = \frac{\pi}{2}$ интенсивность прошедшего света будет минимальной и равной нулю ($I_{\min} = 0$) – скрещенные поляризаторы света не пропускают.

Если учесть потери на отражение и поглощение в поляризаторах ($k\%$ в одном и $m\%$ в другом), то закон Малюса будет иметь вид:

$$I_A = \left(1 - \frac{k\%}{100\%}\right) \left(1 - \frac{m\%}{100\%}\right) \frac{1}{2} I_{ест} \cos^2 \varphi \quad (18.5)$$

Свет, в котором колебания одного направления преобладают над колебаниями других направлений, называется частично поляризованным. Степенью поляризации называют выражение:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (18.6)$$

Для плоскополяризованного света $P=1$, так как $I_{\min}=0$; для естественного света $P=0$, потому что $I_{\max}=I_{\min}=\frac{1}{2}I_{\text{ест}}$.

Задача 12.

Во сколько раз уменьшилась интенсивность естественного света, прошедшего через поляризатор и анализатор, если угол между плоскостями пропускания поляризатора и анализатора равен 60° ? Каждый из поляроидов пропускает 90% падающего на него света.

Решение

По закону Малюса интенсивность света, вышедшего из поляризатора равна:

$$I_{\Pi} = 0,9 \frac{1}{2} I_{\text{ест}}, \text{ где учтено пропускание поляроида.}$$

Соответственно, интенсивность света, вышедшего из анализатора равна:

$$I_A = 0,9 I_{\Pi} \cos^2 60^\circ = 0,9^2 \frac{1}{2} I_{\text{ест}} \cos^2 60^\circ$$

Чтобы найти уменьшение интенсивности падающего света, найдем отношение

$$\frac{I_{\text{ест}}}{I_A} = \frac{I_{\text{ест}}}{0,9^2 \frac{1}{2} I_{\text{ест}} \cos^2 60^\circ} = \frac{2 \cdot 4}{0,9^2} = 9,8 \cong 10$$

Получили уменьшение света почти в 10 раз.

Задача 13.

На пути частично поляризованного света поместили поляроид. При повороте поляроида на угол 60° из положения, соответствующего максимальному пропусканию света, интенсивность прошедшего света уменьшилась в $\beta = 3$ раза. Найти степень поляризации падающего света.

Решение

Частично поляризованный свет можно рассматривать как смесь плоскополяризованного и естественного света. Поляроид всегда пропускает половину падающего на него естественного света, превращая его в плоскополяризованный. Степень пропускания поляризованного света определяется законом Ма-

люса (18.3). Поэтому интенсивность света, прошедшего через поляририд, может быть представлена:

$$I = \frac{1}{2} I_{есм} + I_n \cos^2 \varphi, \quad (18.7)$$

где $I_{есм}$, I_n – интенсивности естественной и поляризованной составляющих света, падающего на поляририд. Чтобы воспользоваться формулой (18.6), найдем максимальную и минимальную интенсивность света. Из (18.7) следует:

$$I_{\max} = \frac{1}{2} I_{есм} + I_n \quad (18.8)$$

$$I_{\min} = \frac{1}{2} I_{есм} \quad (18.9)$$

По условию задачи $I_{\max} = \beta I$, или согласно формулам (18.7) – (18.9):

$$I_{\max} = \beta(I_{\min} + (I_{\max} - I_{\min}) \cos^2 \varphi) \quad (18.10)$$

Уравнение (18.10) содержит два неизвестных: I_{\max} и I_{\min} . Достаточно найти их отношение $\alpha = \frac{I_{\min}}{I_{\max}}$, так как степень поляризации P , определяемую по формуле (18.6), можно выразить через величину α :

$$P = \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \quad (18.11)$$

Разделив обе части уравнения (18.10) на I_{\max} найдем:

$$1 = \beta(\alpha + (1 - \alpha) \cos^2 \varphi)$$

Выразив отсюда α и подставив в (18.11), получим ответ:

$$P = \frac{\beta - 1}{1 + \beta(1 - 2 \cos^2 \varphi)} = 0,8$$

Задача 14.

Естественный свет проходит через поляризатор и анализатор, установленные так, что угол между их плоскостями пропускания равен φ . Поляризатор и анализатор поглощают и отражают соответственно 8% и 9% падающего на них света. Оказалось, что луч, вышедший из анализатора, имеет 10% от интенсивности естественного света, падающего на поляризатор. Найти угол φ .

Решение

Интенсивность естественного света, прошедшего через поляризатор, по закону Малюса с учетом потерь равна:

$$I_{\Pi} = \frac{1}{2} I_{\text{ест}} (1 - k),$$

где k – коэффициент потерь интенсивности света в поляризаторе; коэффициент $1/2$ появляется при усреднении по всем состояниям поляризации падающего света.

Интенсивность света, прошедшего через анализатор, определяется также по закону Малюса:

$$I_a = I_{\Pi} \cos^2 \varphi (1 - \alpha),$$

где I_{Π} – интенсивность света, падающего на анализатор; φ – угол между плоскостями пропускания поляризатора и анализатора; α – коэффициент потерь интенсивности света в анализаторе.

Подставим I_{Π} из первой формулы и учтем, что вышедший из анализатора свет составляет 10% от интенсивности естественного света:

$$0,1 I_{\text{ест}} = \frac{1}{2} (1 - k)(1 - \alpha) I_{\text{ест}} \cdot \cos^2 \varphi.$$

По условию задачи $k = 0,08$ и $\alpha = 0,09$. Сокращая на $I_{\text{ест}}$, получим:

$$\cos^2 \varphi = \frac{0,1 \cdot 2}{(1 - 0,08) \cdot (1 - 0,09)} = 0,2389;$$

Искомое значение угла

$$\varphi = 60^{\circ}42'.$$

§ 19 Поляризация света при отражении и преломлении на границе двух диэлектриков

Если угол падения света на границу раздела двух прозрачных диэлектриков (стекло и т.д.) не равен нулю, отраженный и преломленный лучи оказываются частично поляризованными. В отраженном луче преобладают колебания вектора \vec{E} , перпендикулярные к плоскости падения (на рис.19.1 эти колебания обозначены точками), в преломленном луче – колебания, параллельные плоскости падения (на рис. 19.1 – двусторонние стрелки).

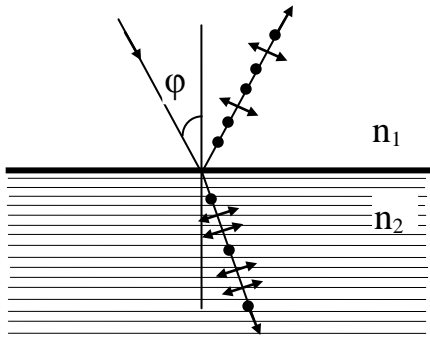


Рис. 19.1

Степень поляризации зависит от угла падения φ . Существует такой угол падения φ_B , при котором отраженный луч полностью поляризован (он содержит только колебания, перпендикулярные к плоскости падения). Этот угол определяется законом Брюстера:

$$\operatorname{tg} \varphi_B = \frac{n_2}{n_1} = n_{12}, \quad (19.1)$$

где n_{12} – показатель преломления второй среды относительно первой, φ_B – угол Брюстера или угол полной поляризации. Степень поляризации преломленного луча при угле падения, равном φ_B , достигает наибольшего значения, однако этот луч остается поляризованным только частично.

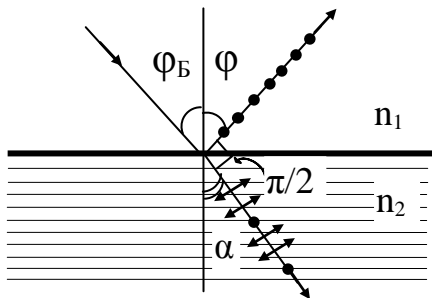


Рис. 19.2

Легко проверить, что при падении света под углом Брюстера отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны. Воспользуемся законом преломления (рис. 19.2):

$$n_1 \sin \varphi_B = n_2 \sin \alpha$$

и законом Брюстера:

$$\operatorname{tg} \varphi_B = \frac{\sin \varphi_B}{\cos \varphi_B} = \frac{n_2}{n_1}$$

Отсюда получим $\cos \varphi_B = \sin \alpha$, следовательно, $\varphi_B + \alpha = \frac{\pi}{2}$. По закону отражения $\varphi = \varphi_B$, значит $\varphi + \alpha = \frac{\pi}{2}$. Из этого следует, что угол между отраженным и преломленным лучами равен $\frac{\pi}{2}$.

Степень поляризации отраженного и преломленного лучей при различных углах падения получается из решения уравнений Максвелла с учетом условий на границе диэлектриков (формулы Френеля).

Физическая суть явлений, приводящих к поляризации отраженного и преломленного лучей, заключается в следующем. Предположим для простоты, что отражение и преломление происходит на границе диэлектрика с вакуумом. Падающая световая волна, проникнув в диэлектрик, заставляет входящие в состав атомов электрические заряды совершать вынужденные колебания. Колеблющиеся заряды излучают электромагнитные волны, которые назовем вторичными. Вне диэлектрика вторичные волны, налагаясь друг на друга, дают отраженную волну. Внутри диэлектрика вторичные волны складываются с падающей (первичной) волной и дают преломленную волну. Вынужденные колебания зарядов совершаются в направлении вектора \vec{E} этой результирующей волны.

Рассмотрим один из зарядов, излучающих вторичную волну.

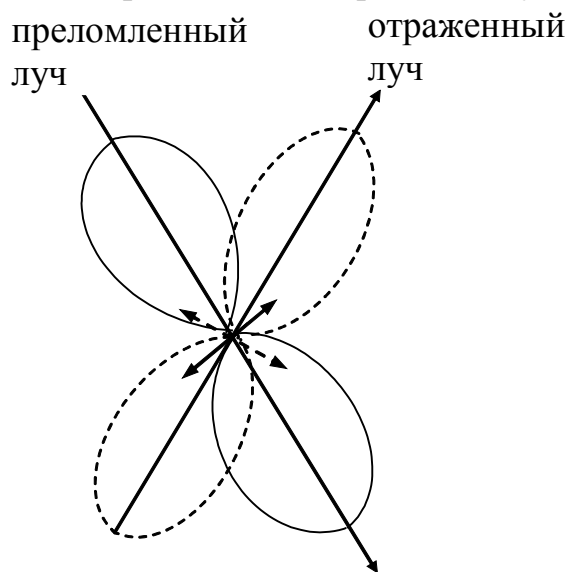


Рис. 19.3

Разложим колебание этого заряда на два колебания, одно из которых совершается в плоскости падения (сплошная двусторонняя стрела), второе – в направлении, перпендикулярном к этой плоскости (пунктирная стрелка). Каждому из колебаний соответствует плоскополяризованная вторичная волна. Излучение колеблющегося заряда имеет направленный характер.

Сильнее всего заряд излучает в направлениях, перпендикулярных к направлению колебаний. В направлении колебаний заряд не излучает. Сплошные и

пунктирные лепестки на рис.18.3 изображают диаграммы направленности соответствующих колебаний. Из рисунка видно, что в направлении отраженного луча интенсивность волны с плоскостью колебаний, перпендикулярной к плоскости падения (пунктирный лепесток), намного превышает интенсивность волны, в которой вектор \vec{E} колеблется в плоскости падения (сплошной лепесток). Следовательно, в отраженном луче колебания, перпендикулярные к плоскости падения, преобладают над колебаниями иных направлений – отраженный луч будет частично поляризован. При падении света под углом Брюстера φ_B направление колебаний заряда, параллельных плоскости падения (сплошная двусторонняя стрелка), совпадает с направлением отраженного луча, так что интенсивность излучения волны с соответствующим направлением поляризации обращается в нуль – отраженный луч оказывается полностью поляризованным.

Степень поляризации преломленного света может быть значительно повышена за счет многократного преломления на нескольких пластинках, при условии падения света каждый раз на границу раздела под углом Брюстера. Например, для стекла ($n = 1,53$) степень поляризации преломленного луча составляет $\approx 15\%$. Если наложить 8-10 стеклянных пластинок друг на друга, то вышедший из такой системы преломленный свет будет практически полностью поляризован. Такая совокупность пластинок называется **стопой**.

§ 20 Поляризация света при двойном лучепреломлении

При прохождении света через прозрачные одноосные кристаллы (за исключением кристаллов, принадлежащих к кубической системе) световой луч внутри кристалла разделяется на два луча, распространяющихся с разными скоростями и в различных направлениях. Это явление получило название **двойного лучепреломления**.

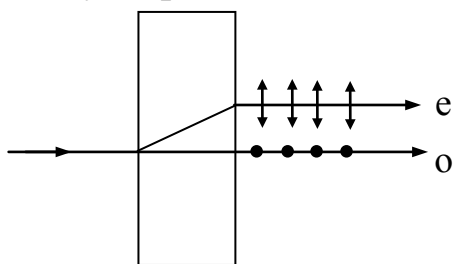


Рис. 20.1

Один из преломленных лучей удовлетворяет обычному закону преломления и лежит в одной плоскости с падающим лучом и нормалью к преломляющей поверхности. Этот луч называется **обыкновенным** и обозначается “о”. Для обыкновенного луча выполняется закон преломления:

$$\frac{\sin(\varepsilon)}{\sin(\varepsilon')} = n_o = \text{const} = \frac{c}{V_o}$$

Другой луч называется **необыкновенным** и обозначается “e”.

Необыкновенный луч не лежит в одной плоскости с падающим лучом и нормалью к преломляющей поверхности, и для него закон преломления зависит от угла падения:

$$\frac{\sin(\varepsilon)}{\sin(\varepsilon')} = n_e \neq \text{const} = f(\varepsilon) = \frac{c}{V_e}$$

Даже при нормальном падении света на кристалл необыкновенный луч может отклоняться от нормали (см. Рис. 20.1).

У одноосных кристаллов имеется направление, вдоль которого обыкновенный и необыкновенный лучи распространяются не разделяясь с одинаковой скоростью. Это направление называется оптической осью кристалла – это не прямая линия, проходящая через какую-то точку кристалла, а определенное направление в кристалле. Любая прямая, параллельная данному направлению, является оптической осью кристалла.

Любая плоскость, проходящая через оптическую ось, называется главным сечением или главной плоскостью кристалла. Обычно пользуются главным сечением, проходящим через световой луч.

Исследование обыкновенного и необыкновенного лучей показывает, что оба луча полностью поляризованы во взаимно-перпендикулярных направлениях (см. Рис. 20.1). Плоскость колебаний обыкновенного луча перпендикулярна главному сечению кристалла (обозначена точками на Рис. 20.1). В необыкновенном луче колебания светового вектора совершаются в плоскости, совпадающей с главным сечением, что показано на Рис. 20.1 стрелками. **По выходе из кристалла оба луча отличаются друг от друга только направлением поляризации, так что названия имеют смысл только внутри кристалла.**

В некоторых кристаллах один из лучей поглощается сильнее другого. Это явление называется дихроизмом (например, турмалин, целлулоидная пленка, в которую введено большое количество одинаково ориентированных кристалликов сульфата йодистого хинина ~0,1 мм).

На явлении двойного лучепреломления основано действие поляризационного устройства, которое называется **призмой Ни** ~~или~~ **призмой Николя**. ~~Призм~~ представляет собой призму из исландского шпата (рис. 20.2), разрезанную по диагонали и склеенную канадским бальзамом. Оптическая ось OO' призмы составляет с входной гранью угол 48° .



Рис. 20.2

На передней грани призмы естественный свет, падающий параллельно нижней грани, раздваивается на два луча: обыкновенный (n_o) и необыкновенный (n_e). Показатель преломления n_B канадского бальзама лежит между показателями преломления обыкновенного и необыкновенного лучей в исландском шпате $n_o > n_B > n_e$. Угол падения подбирается таким, чтобы обыкновенный луч испытывал на границе с канадским бальзамом полное внутреннее отражение (так как канадский бальзам для него представляет среду оптически менее плотную $n_o > n_B$) и отклонился в сторону. Обычно нижняя грань призмы зачерняется для того, чтобы отклоненный обыкновенный луч в ней поглощался. Необыкновенный луч проходит призму и выходит параллельно падающему лучу.

Двойное лучепреломление объясняется анизотропией кристаллов, зависимость от направления обнаруживает диэлектрическая проницаемость ϵ . В одноосных кристаллах ϵ в направлении оптической оси и в направлениях, перпендикулярных к ней, имеет различные значения ϵ_{\parallel} и ϵ_{\perp} . В других направлениях ϵ имеет промежуточные значения. Если откладывать из некоторой точки в кристалле отрезки, длина которых равна значению диэлектрической проницаемости ϵ в данном направлении, то концы отрезков образуют эллипсоид вращения, ось которого совпадает с оптической осью кристалла. На рис. 20.3 показано сечение этого эллипсоида главной плоскостью кристалла.



Рис. 20.3

Так как показатель преломления связан с диэлектрической проницаемостью ($n = \sqrt{\epsilon}$), то из анизотропии ϵ , вытекает, что электромагнитным волнам с различными направлениями колебаний вектора \vec{E} соответствуют разные значения показателя преломления n . В обыкновенном луче колебания светового вектора \vec{E} происходят в направлении, перпендикулярном главному сечению кристалла (на рис. 20.4 эти колебания изображены точками на соответствующем луче). Поэтому при любом направлении обыкновенного луча, вектор \vec{E} образует с оп-

тической осью кристалла прямой угол, и скорость световой волны будет одна и та же, равная $V_0 = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{\perp}}}$. Изображая скорость обыкновенного луча в виде отрезков, отложенных по разным направлениям в кристалле, получим сферическую поверхность. На рис. 20.4 показано пересечение этой поверхности плоскостью чертежа. Такая картина наблюдается в любом главном сечении.



Рис. 20.4

Представим себе, что в точке O кристалла помещается точечный источник света. Тогда построенная нами сфера будет не что иное, как волновая поверхность обыкновенных лучей в кристалле. Колебания \vec{E} в необыкновенном луче совершаются в главном сечении. Поэтому для разных лучей направления колебаний вектора \vec{E} (на рис. 20.4 эти колебания изображены двусторонними стрелками) образуют с оптической осью разные углы α . Из рис. 20.4 видно, что для луча 1 угол между вектором \vec{E} и оптической осью кристалла равен $\alpha = \frac{\pi}{2}$, тогда

$V_e = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{\perp}}} = V_o$, т. е. скорости обоих лучей одинаковы. Для 2 луча: $\alpha=0$ и скорость

равна $V_e = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{\parallel}}}$, $n_e = \frac{c}{V_e}$.

Для 3 луча угол α имеет промежуточное значение и скорость также имеет промежуточное значение.

Таким образом, волновая поверхность необыкновенных лучей представляет собой эллипсоид вращения. В местах пересечения с оптической осью кристалла сфера и эллипсоид соприкасаются.

В зависимости от того, какая из скоростей, V_o или V_e , больше, различают положительные и отрицательные одноосные кристаллы (рис.20.5).

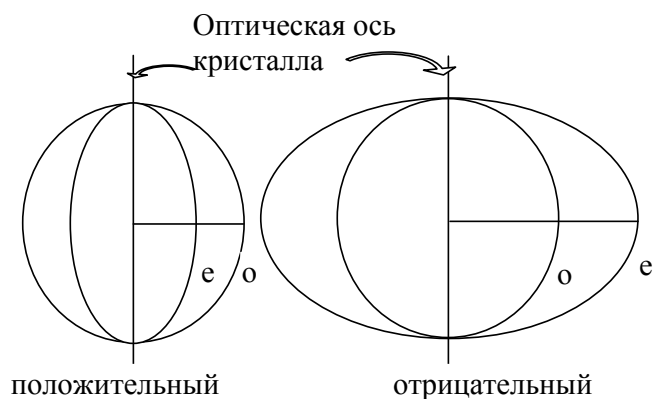


Рис. 20.5

У положительных кристаллов $V_o > V_e$ (т. е. $n_e > n_o$). У отрицательных кристаллов $V_o < V_e$ (т. е. $n_e < n_o$). Наибольшее расхождение волновых поверхностей обыкновенного и необыкновенного лучей наблюдается в направлении перпендикулярном оптической оси.

Направления обыкновенного и необыкновенного лучей в кристалле можно определять с помощью принципа Гюйгенса, зная вид волновых поверхностей. Пусть на отрицательный одноосный кристалл падает плоская электромагнитная волна. На рис. 20.6 построены волновые поверхности обыкновенного и необыкновенного лучей с центром в точке М, лежащей на поверхности кристалла. QР является оптической осью кристалла. Построение выполнено для момента времени, когда волновой фронт достигает точки Р. Огибающие всех вторичных волн (волны, центры которых лежат между точками М и Р, на рисунке не показаны) для обыкновенного и необыкновенного лучей, очевидно, представляют собой плоскости. Преломленный обыкновенный луч (о) или необыкновенный луч (е), выходящий из точки М, проходит через точку касания огибающей с соответствующей волновой поверхностью.

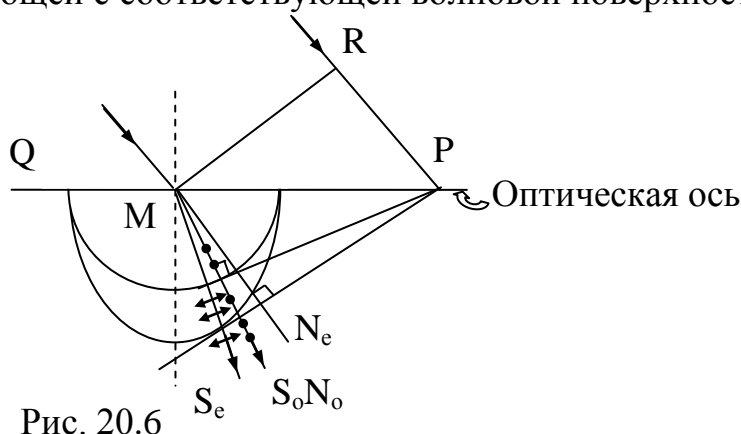


Рис. 20.6

Как следует из рис. 20.6 необыкновенный луч (е) заметно отклоняется от нормали (N_e) к соответствующей волновой поверхности. В случае анизотропных сред под лучом следует понимать направление, в котором переносится световая энергия (S_e). Для обыкновенного луча направление, в котором переносится световая энергия (S_o), совпадает с нормалью (N_o) к соответствующей волновой поверхности.

§ 21 Анализ поляризованного света

Рассмотрим, что получается при падении плоскополяризованного света на кристаллическую пластинку, вырезанную параллельно оптической оси. При нормальном падении света на грань кристалла обыкновенный и необыкновенный лучи в пластинке распространяются не разделяясь, но с различной скоростью. На выходе из пластинки обыкновенный и необыкновенный лучи складываются, в результате возникают световые волны, вектор \vec{E} (соответственно и \vec{H}) в которых меняется со временем так, что его конец описывает эллипс. Уравнение этого эллипса (см. Механика “сложение взаимно перпендикулярных колебаний”):

$$\frac{x^2}{E_o^2} - \frac{2xy}{E_o E_e} \cos \delta + \frac{y^2}{E_e^2} = \sin^2 \delta, \quad (21.1)$$

где E_o и E_e – соответственно составляющие напряженности электрического поля волны в обыкновенном и необыкновенном лучах, δ – разность фаз колебаний. Таким образом, **плоскополяризованный свет** в результате прохождения через кристаллическую пластинку становится **эллиптически поляризованным**.

Между обыкновенным и необыкновенным лучами в пластинке возникает оптическая разность хода

$$\Delta = (n_o - n_e)d$$

или разность фаз

$$\delta = \frac{(n_o - n_e)d}{\lambda} 2\pi$$

где d – путь, пройденный лучами в кристалле, λ – длина волны в вакууме.

Если разность фаз $\delta = \pm \frac{\pi}{2}$, то уравнение (21.1) примет вид:

$$\frac{x^2}{E_o^2} + \frac{y^2}{E_e^2} = 1,$$

т. е. эллипс ориентирован относительно главных осей кристалла. Если световой вектор в падающем на пластинку плоскополяризованном свете составляет угол 45° с направлением оптической оси пластинки, т. е. $E_o = E_e$, то эллипс вырождается в окружность:

$$x^2 + y^2 = E_o^2.$$

В этом случае свет оказывается **циркулярно поляризованным**.

Вырезанная параллельно оптической оси пластинка, для которой выполняется условие

$$(n_0 - n_e)d = \frac{\lambda}{4} \text{ или } (n_0 - n_e)d = (m + \frac{1}{4})\lambda, \text{ где } m - \text{целое число,}$$

называется **пластинкой в четверть волны**;

пластинка, для которой выполняется условие

$$(n_0 - n_e)d = \frac{\lambda}{2} \text{ или } (n_0 - n_e)d = (m + \frac{1}{2})\lambda, \text{ где } m - \text{целое число,}$$

называется **пластинкой в полволны**.

Если на пути эллиптически поляризованного света поставить четверть волновую пластинку ($\frac{\lambda}{4}$), расположив ее оптической осью вдоль одной из полуосей эллипса, то такая пластинка внесет дополнительную разность фаз, равную $\pm \frac{\pi}{2}$. В результате разность фаз станет равна 0 или π , так что эллиптически поляризованный свет даст плоскополяризованную волну. Это и используется для исследования эллиптически поляризованного света.

Если исследуемый свет является эллиптически поляризованным, то вращая пластинку $\frac{\lambda}{4}$ и поляризатор вокруг направления луча, удастся добиться полного затемнения поля зрения. Если же свет является частично поляризованным или естественным, то ни при каком положении пластинки и поляризатора невозможно получить полного погашения исследуемого луча.

Пластинка в полволны поворачивает плоскость колебаний плоскополяризованного света на угол 2ϕ , где ϕ – угол между плоскостью колебаний вектора \vec{E} в падающем луче и осью пластинки.

§ 22 Искусственное двойное лучепреломление

Двойное лучепреломление может возникать в прозрачных изотропных телах, а также в кристаллах кубической системы под влиянием различных воздействий. В частности, изотропное тело при механических деформациях становится анизотропным, следовательно, в нем возникает двойное лучепреломление. Мерой возникающей оптической анизотропии может служить разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей.

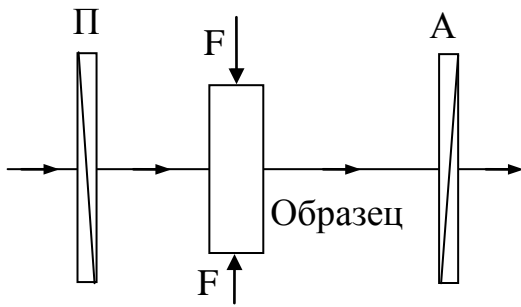


Рис. 22.1

Опыт показывает, что эта разность пропорциональна напряжению

$\sigma = \left(\frac{F}{S} \right)$ в данной точке тела

$$n_o - n_e = k\sigma$$

k – коэффициент пропорциональности, зависящий от свойств вещества.

Поместим образец между скрещенными поляризаторами П и А (рис.22.1). Пока деформации нет, света нет. При наличии деформации, свет через систему начинает проходить, причем наблюдаемая в прошедших лучах картина будет испещрена цветными полосами. Каждая такая полоса соответствует одинаково деформированным местам пластинки. Следовательно, по характеру расположения полос можно судить о распределении напряжений внутри образца.

На этом основан оптический метод исследования напряжений в конструкциях. Так как в технике обычно используются металлические (непрозрачные) материалы, то для исследования изготавливаются модели из прозрачного изотропного материала (например, из целлулоида или плексигласа). Модель (образец) подвергается действию нагрузок, аналогичных тем, какие будет испытывать сама конструкция.

Остаточные напряжения также можно определять этим методом. Применяется для проверки стеклянных изделий на отсутствие в них вредных напряжений. Такой метод проверки качества является очень чувствительным.

Эффект Керра

Керр обнаружил, что в жидкостях и аморфных твердых телах под воздействием электрического поля возникает двойное лучепреломление. Затем это явление наблюдали в газах.

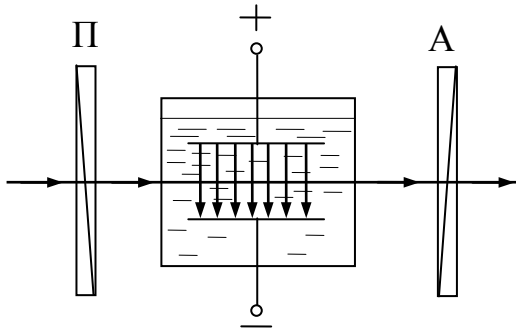


Рис. 22.2

Между скрещенными поляризаторами П и А (рис. 22.2) помещена ячейка Керра – герметичная кювета с жидкостью, в которую введены пластины конденсатора. При отсутствии электрического поля свет через систему не проходит. Под действием электрического поля возникает поляризация молекул жидкости, в следствие этого жидкость приобретает свойства одноосного кристалла с оптической осью, ориентированной вдоль поля. Разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей пропорциональна квадрату напряженности электрического поля

$$n_o - n_e = kE^2$$

На пути l между обыкновенным и необыкновенным лучами возникает разность хода и разность фаз

$$\Delta = (n_o - n_e)l = klE^2 \qquad \delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e)l = 2\pi V l E^2,$$

где V – постоянная Керра, которая зависит от температуры вещества и от длины волны λ . Наибольшая постоянная Керра (V) у нитробензола ($C_6H_5NO_2$).

Эффект Керра объясняется оптической анизотропией жидкости, т.е. различной ориентацией молекул жидкости под действием электрического поля (см. Электричество раздел "Диэлектрики"). Ориентирующему действию поля мешает тепловое движение молекул. Этим объясняется зависимость постоянной Керра (V) от температуры.

Время, в течение которого вещество из изотропного состояния переходит в анизотропное при включении поля, составляет приблизительно 10^{-10} сек. Поэтому ячейка Керра служит идеальным световым безинерционным затвором и применяется в быстротекающих процессах.

§ 23 Вращение плоскости поляризации

При прохождении плоскополяризованного света через некоторые вещества наблюдается вращение плоскости поляризации. Вещества, обладающие та-

кой способностью, называются оптически активными: кварц, киноварь, чистые скипидар, никотин и растворы оптически активных веществ в неактивных растворителях (в H_2O сахар, винная кислота) и т. д.

Угол поворота φ пропорционален пути l , пройденному лучом в кристалле:

$$\varphi = \alpha l, \quad (23.1)$$

где α – постоянная вращения, измеряемая в [угл. град./мм]

Постоянная вращения зависит от длины волны $\alpha = f(\lambda)$ – дисперсия вращательной способности.

В растворах угол поворота плоскости поляризации φ пропорционален пути луча в растворе l и концентрации активного вещества c :

$$\varphi = [\alpha]cl, \quad (23.2)$$

где $[\alpha]$ – удельная постоянная вращения, c – концентрация активного вещества.

В зависимости от направления вращения плоскости поляризации оптически активные вещества подразделяют на право- и левоповорачивающие. Если смотреть навстречу лучу, то в правоповорачивающих веществах плоскость поляризации будет поворачиваться по часовой стрелке, в левоповорачивающих веществах плоскость поляризации будет поворачиваться против часовой стрелки. Направление вращения (относительно луча) не зависит от направления луча в оптически активной среде.

Для объяснения вращения плоскости поляризации Френель предположил, что в оптически активных веществах волны, поляризованные по кругу вправо и влево, распространяются с неодинаковой скоростью. Плоскополяризованный свет можно представить как суперпозицию двух поляризованных по кругу волн, правой и левой, с одинаковыми частотами и амплитудами.

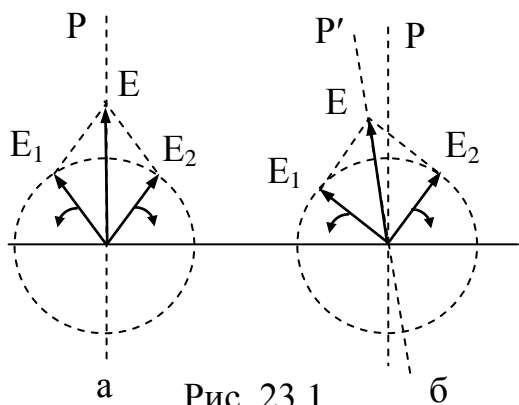


Рис. 23.1

Действительно, геометрическая сумма \vec{E} световых векторов \vec{E}_1 и \vec{E}_2 поляризованных по кругу волн в каждый момент времени будет лежать в одной и той же плоскости P (рис.23.1а). Если скорости распространения обеих волн окажутся неодинаковыми, то по мере прохождения через вещество один из векторов \vec{E}_1 или \vec{E}_2 , будет отставать в своем вращении от другого вектора, в результате чего

плоскость P , в которой лежит результирующий вектор \vec{E} , будет поворачиваться относительно первоначальной плоскости P' . На рис. 23.1б скорость вращения вектора \vec{E}_1 больше, поэтому плоскость поляризации поворачивается в его сторону.

Различие в скоростях света с разным направлением круговой поляризации обуславливается асимметрией молекул, либо асимметричным размещением атомов в кристалле.

Оказывается, что все оптически активные вещества существуют в двух разновидностях – правовращающей и левовращающей (кварц, сахар и т. д.). Молекулы или кристаллы одной разновидности являются зеркальным отражением молекулы или кристаллов другой разновидности. Обе разновидности отличаются только направлением вращения плоскости поляризации. Численное значение постоянной вращения у них одинаково.

Если между двумя скрещенными поляризаторами поместить оптически активное вещество (кристалл кварца, прозрачный раствор сахара и т. д.), то поле зрения просветляется. Чтобы снова получить темноту, нужно повернуть анализатор на угол φ , определяемый выражением (23.1) или (23.2). Зная удельную постоянную вращения $[\alpha]$ исследуемого вещества и длину ℓ , можно по измеренному углу φ определить концентрацию раствора c по формуле (23.2). Такой способ определения концентрации применяется в производстве различных веществ, например, в сахароварении (прибор называется сахариметром). Подобным же способом определяют сахар в крови человека.

Магнитное вращение плоскости поляризации (Эффект Фарадея)

Оптически неактивные вещества приобретают способность вращать плоскость поляризации под действием магнитного поля. Это явление было обнаружено Фарадеем и называется эффектом Фарадея.

Оно наблюдается только при распространении света вдоль направления магнитного поля.

Угол поворота плоскости поляризации φ пропорционален пути ℓ , пройденному светом в веществе, и напряженности магнитного поля H :

$$\varphi = V\ell H, \quad (23.3)$$

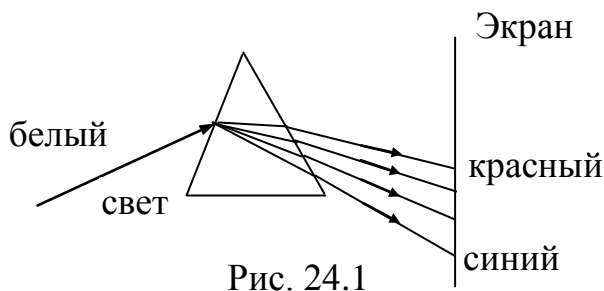
где V – постоянная удельного магнитного вращения.

Магнитное вращение плоскости поляризации обусловлено возникающей под действием магнитного поля прецессией электронных орбит. В результате прецессии электронов скорость волн с различным направлением круговой поляризации (право- и лево-) становится неодинаковой, а это, как сказано выше, приводит к вращению плоскости поляризации.

Глава 5. Распространение света в веществе

§ 24. Дисперсия света

Известно, что при пропускании через стеклянную призму узкого пучка белого света на экране, установленном позади призмы, наблюдается радужная полоска, которая называется призматическим или дисперсионным спектром.



Спектр наблюдается на экране и в том случае, когда источник света, призма и экран помещены в замкнутый сосуд, из которого удален воздух. Следовательно, образование призматического спектра является наглядным свидетельством существования зависимости показателя преломления n стекла от частоты ν света: $n = n(\nu)$.

Дисперсией света называется зависимость показателя преломления от частоты. Как показали исследования, зависимость n от ν присуща всем веществам.

По теории Максвелла, скорость света в вакууме $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$, где ϵ_0, μ_0 –

электрическая и магнитные постоянные, не зависящие от частоты. Убедительные подтверждения этого вывода были получены в астрофизике при наблюдении излучения двойных звезд. Двойная звезда представляет собой систему, состоящую из двух звезд, которые связаны силами тяготения и движутся вокруг общего центра инерции. Наблюдатель, находящийся в плоскости движения обеих звезд, должен видеть периодически повторяющиеся взаимные затмения этих звезд, при которых яркость двойной звезды заметно уменьшается. Если бы скорость света в вакууме зависела от частоты, то при затмениях должна была бы изменяться не только яркость, но и окраска двойной звезды. Например, если бы скорость c для красного света была бы больше, чем для фиолетового, то в начале затмения двойная звезда должна была бы приобрести сине-фиолетовую окраску, а в конце – красно-желтую. Однако опыты показывают, что таких закономерностей в изменениях окраски двойных звезд нет. Следовательно, скорость в вакууме для света любой частоты ν одна и та же. Поэтому дисперсия света в веществе связана с зависимостью от ν фазовой скорости света в этом веществе:

$$V = \frac{c}{n(\nu)} = V(\nu)$$

Т.к. частота ν обратно пропорциональна длине волны λ в вакууме ($\nu = \frac{c}{\lambda}$), то в равной мере можно говорить о зависимости n и ν от λ : $n = n(\lambda)$ и $\nu = \nu(\lambda)$. Зависимости n от λ и ν нелинейные, т.е.

$$\frac{dn}{d\lambda} \neq \text{const} \text{ и } \frac{dn}{d\nu} = \frac{dn}{d\lambda} \cdot \frac{d\lambda}{d\nu} = -\frac{c}{\nu^2} \cdot \frac{dn}{d\lambda} \neq \text{const}.$$

Для стекла в области видимого света $\frac{dn}{d\lambda} < 0$. Аналогичный характер зависимости n от λ наблюдается у всех прозрачных веществ, т.е. в областях длин волн, достаточно удаленных от полос поглощения света веществом. Для стекла эти полосы находятся в УФ и ИК частях спектра. В областях полос поглощения $\frac{dn}{d\lambda} > 0$.

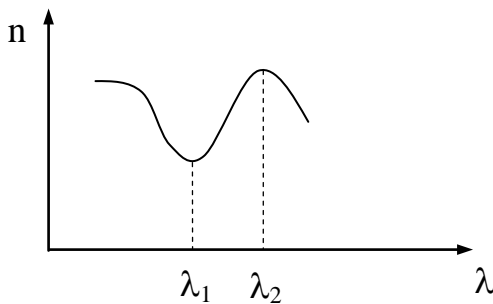


Рис. 24.2

Принято называть **дисперсию нормальной**, если $\frac{dn}{d\lambda} < 0$, т.е. показатель преломления увеличивается с уменьшением длины волны. Зависимость n от λ в области нормальной дисперсии может быть представлена приближенно формулой

$$n = a + \frac{b}{\lambda^2} + \frac{c}{\lambda^4} + \dots,$$

где a, b, c, \dots – постоянные, значения которых для каждого вещества определяются экспериментально. В большинстве случаев можно ограничиться двумя первыми членами формулы, полагая

$$n = a + \frac{b}{\lambda^2}$$

В этом случае дисперсия вещества

$$\frac{dn}{d\lambda} = -\frac{2b}{\lambda_0^3}$$

Аномальная дисперсия, если $\frac{dn}{d\lambda} > 0$, т. е. показатель преломления уменьшается с увеличением длины волны.

На рис. 24.2 показан типичный ход зависимости n от λ . Аномальной дисперсии соответствует область спектра от λ_1 до λ_2 .

Рассмотрим волну, описываемую уравнением:

$$E = E_m \cos(\omega t - kr) \quad (24.1)$$

Возьмем фиксированное значение фазы этой волны (24.1)

$$\omega t - kr = const \quad (24.2)$$

Определим скорость перемещения данного значения фазы в пространстве. Для этого продифференцируем выражение (24.2):

$$\omega dt - k dr = 0$$

Откуда получим скорость:

$$V = \frac{dr}{dt} = \frac{\omega}{k} \quad (24.3)$$

Величина V называется **фазовой скоростью** волны.

Групповая скорость U определяет скорость перемещения амплитуды волны, а, следовательно, и энергии, переносимой импульсом (группой волн):

$$U = \frac{d\omega}{dk} \quad (24.4)$$

Рассмотрим импульс, составленный из двух волн с одинаковой амплитудой и близкими частотами и волновыми числами:

$$y_1 = a \sin(\omega_1 t - k_1 r) \quad y_2 = a \sin(\omega_2 t - k_2 r)$$

$$\omega_1 = \omega_0 + \Delta\omega \quad \omega_2 = \omega_0 - \Delta\omega$$

$$k_1 = k_0 + \Delta k \quad k_2 = k_0 - \Delta k$$

$$y = y_1 + y_2 = 2a \cos(t\Delta\omega - r\Delta k) \sin(\omega_0 t - k_0 r) = A \sin(\omega_0 t - k_0 r),$$

где $A = 2a \cos(t\Delta\omega - r\Delta k)$ – медленно меняющаяся амплитуда.

Для нахождения групповой скорости U надо написать условие постоянства амплитуды импульса:

$$t\Delta\omega - r\Delta k = \text{const}$$

Дифференцируя, находим

$$dt\Delta\omega - dr\Delta k = 0$$

Откуда получим групповую скорость:

$$U = \frac{dr}{dt} = \frac{\Delta\omega}{\Delta k}$$

Перейдя к дифференциалам, получим формулу (24.4)

В области аномальной дисперсии групповая скорость света в веществе $U = \frac{d\omega}{dk}$ может превосходить фазовую: $U > V$, если $\frac{dV}{d\lambda} < 0$

Можно показать, что групповая скорость связана с фазовой соотношением:

$$U = V - \lambda \frac{dV}{d\lambda}, \quad (24.5)$$

где U – групповая скорость, V – фазовая скорость.

Возможность описания сигнала с помощью групповой скорости основывается на предположении о том, что в процессе распространения сигнала в среде сохраняется «форма» сигнала, т.е. распределение амплитуды и энергии по его длине. Строго говоря, это условие выполняется только для вакуума. Для всех других сред оно выполняется лишь приближенно и тем точнее, чем уже спектр частот сигнала и чем меньше дисперсия света в веществе при этих частотах. Вблизи полос поглощения дисперсия света в веществе столь велика, что «форма» сигнала быстро изменяется по мере его распространения в веществе.

На явлении нормальной дисперсии основано действие призмных спектрографов и спектроскопов, принципиальная схема которых показана на рис. 24.3.

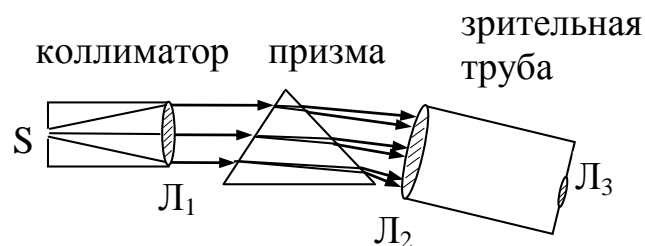


Рис. 24.3

Коллиматор создает параллельный пучок исследуемого света. Призма разлагает падающий пучок в спектр. В фокальной плоскости линзы L_2 наблюдается дисперсионный спектр, который либо рассматривается через окуляр L_3 , либо фотографируется.

Существенное отличие дисперсионного спектра от дифракционного состоит в том, что угол отклонения призмой лучей монохроматического света не пропорционален ни длине волны этого света, ни его частоте. Разложение света в спектр призмой происходит по значениям показателя преломления, поэтому для определения длины волны исследуемого света необходимо знать зависимость показателя преломления от длины волны $n = f(\lambda)$. Это является недостатком призмных спектрографов. Дисперсионные спектральные приборы необходимо предварительно градуировать с помощью эталонных источников света, имеющих линейчатый спектр. Но несмотря на это призмные спектрографы имеют большое применение на практике, так как изготовление хороших призм значительно проще, чем хороших дифракционных решеток. Кроме того призмные спектрографы обладают бо́льшей светосилой.

§ 25. Классическая теория дисперсии света

Дисперсия света является результатом взаимодействия электромагнитных волн с заряженными частицами, входящими в состав вещества. Поэтому макроскопическая электромагнитная теория Максвелла не могла объяснить это явление. Классическая теория дисперсии была разработана лишь после создания Лоренцем электронной теории строения вещества.

Из теории Максвелла следует, что абсолютный показатель преломления n среды выражается формулой:

$$n = \sqrt{\varepsilon}, \quad (25.1)$$

где ε – относительная диэлектрическая проницаемость среды. На первый взгляд кажется, что формула (25.1) противоречит данным опыта. Так для воды (H_2O), как известно из электростатики, диэлектрическая проницаемость $\varepsilon=81$. В то же время для видимого света абсолютный показатель преломления воды равен 1,33, а не 9. Однако это «противоречие» не связано с какими-либо принципиальными недостатками теории Максвелла. Оно «появилось» вследствие прене-

брежения явлением дисперсии, т.е. неправильного применения формулы (25.1). Величина ε , так же как и n , должна зависеть от частоты ν переменного электромагнитного поля: $\varepsilon = \varepsilon(\nu)$. В самом деле, большая величина относительной диэлектрической проницаемости воды в стационарном (постоянном) электростатическом поле $\varepsilon(0)=81$ обусловлена ориентационной поляризацией, т.е. преимущественной ориентацией в этом поле молекул воды, обладающих большими дипольными моментами. В переменном электрическом поле молекулы не могут мгновенно изменять свою ориентацию, так как их момент инерции отличен от нуля. Следовательно, в переменном поле величина ε воды будет близка к $\varepsilon(0)$ лишь до тех пор, пока частота колебаний поля не слишком велика, так что молекулы воды успевают изменять свою ориентацию в соответствии с изменениями направления поля. В переменных полях достаточно большой частоты ориентационная поляризация воды или любого другого диэлектрика с полярными молекулами должна практически отсутствовать. Поэтому для видимого света ($\nu \sim 10^{15}$ Гц) величина относительной диэлектрической проницаемости среды обуславливается только электронной поляризацией этой среды, т.е. вынужденными колебаниями электронов в атомах, молекулах или ионах среды под действием электромагнитного поля световой волны. Соответственно

$$\varepsilon(\nu) < \varepsilon(0) \text{ и } n = \sqrt{\varepsilon(0)} < 9.$$

Из формулы Максвелла (25.1) следует, что дисперсию света можно формально рассматривать как следствие зависимости диэлектрической проницаемости среды ε от частоты ν световых волн. Из курса электричества известно:

$$\varepsilon = 1 + \chi = 1 + \frac{P}{\varepsilon_0 E},$$

где χ диэлектрическая восприимчивость среды, ε_0 – электрическая постоянная, P – проекция вектора поляризации на направление вектора \vec{E} . Таким образом,

$$n^2 = 1 + \frac{P}{\varepsilon_0 E} \quad (25.2)$$

Выше уже говорилось о том, что в силу большой частоты световых волн *поляризация среды обусловлена только смещением электронов* (электронная поляризация), следовательно, для однородной среды вектор поляризации

$$\vec{P} = n_0 \vec{p}$$

n_0 – число атомов в единице объема, \vec{p} – наведенный дипольный момент атома.

В первом приближении можно считать, что величина \vec{p} определяется смещением только внешних, наиболее слабо связанных с ядром, электронов атома. Эти электроны называются оптическими электронами. Для атомов с одним оптическим электроном дипольный момент атома:

$$\vec{p} = -e\vec{z},$$

z – смещение электрона под действием электрического поля световой волны. Тогда вектор поляризации имеет вид:

$$\vec{P} = -n_0 e\vec{z} \quad (25.3)$$

Знак «минус» введен потому, что векторы \vec{p} и \vec{P} противоположны по направлению вектору z смещения отрицательно заряженного электрона. Подставив в формулу (24.2) выражение (24.3), получим:

$$n^2 = 1 + \frac{n_0 e z}{\varepsilon_0 E} \quad (25.4)$$

Таким образом, задача сводится к нахождению зависимости z от E .

Для прозрачных веществ в первом приближении можно считать, что на колеблющийся электрон действуют силы:

1) вынуждающая сила

$$F = -eE = -eE_0 \cos \omega t,$$

где $\omega = 2\pi\nu$ – циклическая частота световой волны;

2) возвращающая квазиупругая сила взаимодействия оптического электрона с остальной частью атома

$$F_{\text{возвр}} = -kz = -m\omega_0^2 z,$$

где k – коэффициент квазиупругой силы, $k = m\omega_0^2$;

3) потери энергии, обусловленные излучением вторичных электромагнитных волн, соударениями между излучающими атомами и т.д., учтем введением силы сопротивления

$$F_{\text{сопр}} = -r \frac{dz}{dt},$$

где r – коэффициент сопротивления.

Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний оптического электрона получим из второго закона Ньютона для движения электрона в атоме:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = -2\beta \frac{dz}{dt} - \omega_0^2 z - \frac{eE_0}{m} \cos \omega t, \quad (25.5)$$

где $\beta = \frac{r}{2m}$ – коэффициент затухания.

Решение уравнения этого уравнения (см. механика “Вынужденные колебания”):

$$z = \frac{eE_0 \cos(\omega t + \varphi)}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}} \text{ и } \operatorname{tg} \varphi = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (25.6)$$

Затем это решение подставим в (24.4) и получим зависимость показателя преломления от частоты падающего света:

$$n^2 = 1 + \frac{n_0 e^2}{2m\epsilon_0} \cdot \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2} \quad (25.7)$$

Коэффициент затухания β во много раз меньше ω . Поэтому влияние затухания на зависимость n от ω оказывается существенным лишь в области частот ω очень близких к собственной частоте ω_0 .

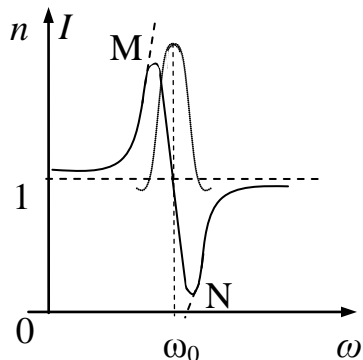


Рис. 25.1

На рис. 25.1 показана зависимость показателя преломления от частоты света, если вещество имеет одну собственную частоту ω_0 . Область MN – область аномальной дисперсии, где n убывает при возрастании частоты ω . В области аномальной дисперсии располагаются линии поглощения вещества (на рис. 25.1 линия поглощения показана точками).

Если коэффициент поглощения положить равным нулю $\beta = 0$, то дисперсионные кривые претерпевают разрыв: при $\omega \rightarrow \omega_0$ кривая стремится в $+\infty$, если $\omega < \omega_0$, и в $-\infty$, если $\omega > \omega_0$ (на рис. 25.2 – пунктирные кривые).

В действительности, как показывают опыты, при прохождении света сквозь любое газообразное вещество наблюдается целый ряд характерных для этого вещества линий и полос поглощения. Следовательно, каждое вещество характеризуется определенным набором различных циклических частот ω_{0k} . Поэтому в классической теории дисперсии света вводится предположение о том, что каждый атом (или молекулу) вещества, можно рассматривать как систему гармонических осцилляторов – заряженных частиц с различными эффективными зарядами q_k и массами m_k , совершающих свободные незатухающие колебания с циклическими частотами ω_{0k} . Под действием электрического поля световой волны все эти осцилляторы совершают вынужденные колебания и вносят свой вклад в поляризацию вещества, следовательно, и в выражение для его показателя преломления. Если коэффициент затухания для осциллятора k -го сорта, соответствующего циклической частоте ω_{0k} , равен β_k , то получаем

$$n^2 = 1 + \frac{n_0}{2\varepsilon_0} \sum_k \frac{q_k^2}{m_k} \cdot \frac{\omega_{0k}^2 - \omega^2}{(\omega_{0k}^2 - \omega^2)^2 + 4\beta_k^2 \omega^2}, \quad (25.8)$$

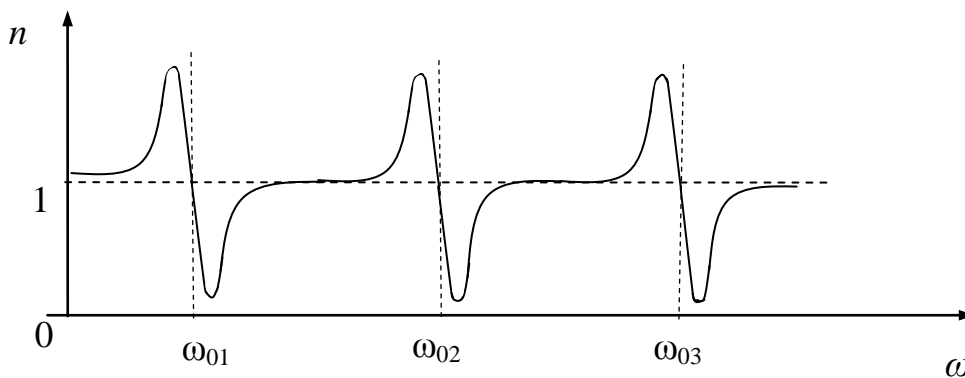


Рис. 25.2

На практике обычно используют зависимость показателя преломления от длины волны (рис. 25.3). Участок МВ соответствует нормальной дисперсии

$\frac{dn}{d\lambda} < 0$ (аналогично рис. 24.2). На участке MN наблюдается аномальная диспер-

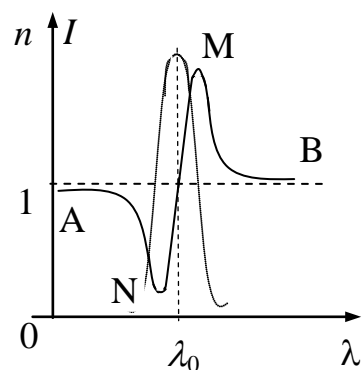


Рис. 25.3

сия $\frac{dn}{d\lambda} > 0$ (на рис. 24.2 это область от λ_1 до λ_2).

§ 26. Поглощение света

Из опытов известно, что по мере распространения световой волны в веществе ее интенсивность постепенно уменьшается. Это явление называется поглощением света в веществе. Оно связано с преобразованием энергии электромагнитного поля волны в другие виды энергии (чаще всего в энергию хаотического теплового движения частиц вещества, нагревающегося в результате поглощения света).

Поглощение света в веществе описывается законом Бугера:
 ”интенсивность света при прохождении через вещество убывает по экспоненциальному закону”

$$I = I_0 e^{-kx}, \quad (26.1)$$

где I – интенсивность прошедшего излучения, I_0 – интенсивность падающего излучения, k – коэффициент поглощения, зависящий только от длины волны света, химической природы и состояния вещества. Важно подчеркнуть, что коэффициент поглощения не зависит от интенсивности света (кроме лазерного излучения). Чтобы выяснить физический смысл коэффициента поглощения, выразим k из закона Бугера:

$$k = \frac{1}{x} \ln \frac{I_0}{I}$$

Положим толщину слоя вещества равной d ($x=d$), а отношение интенсивностей $\frac{I_0}{I} = e$, тогда $k = \frac{1}{d}$.

Таким образом, коэффициент поглощения показывает как быстро уменьшается интенсивность по мере распространения волны в веществе. Он численно равен

единице, деленной на толщину слоя вещества, по прохождении которого интенсивность уменьшается в $\epsilon = 2,72\dots$ раз. Коэффициент поглощения измеряется в $[m^{-1}]$.

Как показали опыты, коэффициент поглощения монохроматического света в растворе поглощающего вещества в непоглощающем растворителе пропорционален концентрации c в растворе:

$$k = Ac - \text{закон Бера,}$$

где A – коэффициент, не зависящий от концентрации и характерный для молекулы поглощающего вещества.

Поглощение света в растворах описывается законом Бугера-Бера:

$$I = I_0 e^{-Acx} \quad (26.2)$$

Металлы практически непрозрачны для света, у них коэффициент поглощения $k \sim 10^6 m^{-1}$, тогда как для стекла $k \sim 1 m^{-1}$.

В металлах свободные электроны под действием электрического поля световой волны приходят в движение, то есть возникают быстропеременные токи, сопровождающиеся выделением джоулева тепла. В результате энергия световой волны быстро убывает, превращаясь во внутреннюю энергию металла.

Коэффициент поглощения зависит от частоты ω (или длины волны). У газов и паров при невысоком давлении (атомы практически не взаимодействуют друг с другом) коэффициент поглощения для большинства частот близок к нулю и лишь в областях частот, близких к частотам собственных колебаний электронов в атомах (и атомов в молекулах) обнаруживает резкие максимумы (рис. 26.1).

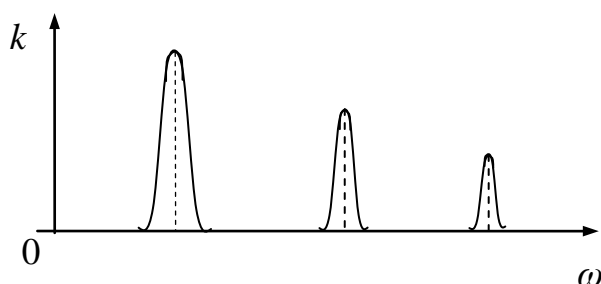


Рис. 26.1

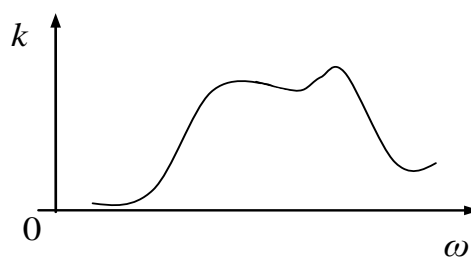


Рис. 26.2

Газы при высоких давлениях, жидкости и твердые тела имеют широкие полосы поглощения (рис. 26.2). По мере повышения давления газов максимумы поглощения, первоначально очень узкие (рис. 26.1), все более расширяются, и при высоких давлениях спектр поглощения газов приближается к спектрам поглощения жидкостей. Следовательно, расширение полос поглощения есть результат взаимодействия атомов друг с другом.

Избирательным поглощением объясняется окраска в проходящем свете, наблюдаемая у растворов красителей и многих минералов. Это явление используется для изготовления светофильтров. Окраска несамосветящихся тел объясняется селективным отражением света от их поверхности. Очевидно, что окраска такого типа тел зависит не только от оптических свойств его поверхности (например, цвета нанесенной на нее краски), но и от спектрального состава падающего света.

§ 27. Рассеяние света

Рассеянием света называется процесс преобразования света веществом, сопровождающийся изменением направления распространения света и проявляющийся как несобственное свечение вещества. По физическому содержанию – это дифракция волны на неоднородностях среды.

Свет, проходя через вещество, возбуждает колебания электронов в атоме. Колеблющиеся электроны становятся источниками вторичных волн, распространяющихся по всем направлениям. Это явление, казалось бы, должно при всех условиях приводить к рассеянию света. Однако вторичные волны являются когерентными, так что необходимо учесть их взаимную интерференцию. Соответствующий расчет показывает, что в случае однородной среды вторичные волны полностью гасят друг друга во всех направлениях, кроме направления распространения первичной волны. Поэтому перераспределение света по направлениям, т.е. рассеяние света, отсутствует. В направлении первичного луча вторичные волны, интерферируя с первичной проходящей волной, образуют результирующую волну с фазовой скоростью, отличной от c . Этим объясняется преломление и дисперсия света.

Таким образом, рассеяние света возникает только в неоднородной среде. Световые волны, дифрагируя на неоднородностях среды, дают дифракционную картину, характеризующуюся довольно равномерным распределением интенсивности по всем направлениям. Такую дифракцию на мелких неоднородностях называют рассеянием света. Рассеяние происходит в мутных средах: дым, туман, взвеси или суспензии, эмульсии, твердые тела (перламутр, опал, молочные стекла и т. д.).

Явление рассеяния света очень многообразно. В зависимости от размеров неоднородностей существуют разные теории, описывающие рассеяние.

Если линейные размеры (d) рассеивающих частиц малы по сравнению с длиной волны ($d < 0,1\lambda$), то наблюдается рассеяние Рэлея.

По закону Рэлея интенсивность рассеянного света пропорциональна четвертой степени частоты ν или обратно пропорциональна четвертой степени длины волны λ :

$$I \propto \omega^4 \propto \frac{1}{\lambda^4} \quad (27.1)$$

Эта зависимость может быть объяснена следующим образом. Под действием световой волны возникают колебания электрона, происходящие по гармоническому закону $x = x_m \cos \omega t$. В этом случае ускорение электрона пропорционально ω^2 . Согласно электромагнитной теории электрон, движущийся с ускорением, излучает волны, интенсивность, которых пропорциональна квадрату ускорения, следовательно, ω^4 .

Даже тщательно очищенные от посторонних примесей и загрязнений жидкости и газы рассеивают свет. Мандельштам Л. И. и Смолуховский М. установили, что в этом случае причиной возникновения оптических неоднородностей являются флуктуации плотности вещества (в пределах малых объемов плотность отклоняется от среднего значения). Эти флуктуации вызваны тепловым движением молекул вещества, поэтому такой вид рассеяния света называется молекулярным. Молекулярное рассеяние также описывается законом Рэлея.

Молекулярное рассеяние способно объяснить голубой цвет неба и красный цвет Солнца на восходе и закате. Непрерывно возникающие в атмосфере вследствие беспорядочного молекулярного движения места сгущения и разрежения воздуха рассеивают солнечный свет. В соответствии с законом Рэлея (26.1) голубые и синие лучи рассеиваются сильнее, чем желтые и красные, что обуславливает голубой цвет неба. Когда Солнце находится низко над горизонтом, солнечные лучи проходят большую толщу атмосферы, в результате чего они оказываются обедненными голубыми и синими волнами. По этой причине небо на заре окрашивается в красные тона.

Часть II. Квантовая природа электромагнитного излучения

Глава 6. Тепловое излучение

Идеи волновой оптики, казалось, исчерпывающе объясняли почти все оптические явления, но появились некоторые проблемы, возникшие в связи с исследованиями теплового излучения, а также экспериментально обнаруженными закономерностями фотоэффекта, эффекта Комптона и других. Классическая электродинамика успешно объясняет лишь те оптические явления, где несущественна структура элементарных процессов взаимодействия света с веществом. Возникшая квантовая теория рассматривает электромагнитное излучение, состоящим из отдельных квантов энергии (фотонов).

§ 28. Тепловое излучение и его характеристики

Электромагнитное излучение всех длин волн обуславливается колебаниями электрических зарядов, входящих в состав вещества, т.е. электронов и ионов. (ионы – низкая частота, электроны – высокая частота).

Излучение тела сопровождается потерей энергии. Для того чтобы обеспечить возможность длительного излучения энергии, необходимо пополнять ее убыль; в противном случае излучение будет сопровождаться какими-либо изменениями внутри тела, и состояние излучающей системы будет непрерывно изменяться.

Известны процессы излучения, сопровождающие химические превращения внутри тела, - так называемая хемилюминесценция (свечение гниющего дерева, свечение фосфора). В этом случае испускание лучистой энергии идет параллельно с изменением химического состава вещества и уменьшением запаса его внутренней энергии.

Процессы излучения, вызываемые освещением тела, одновременным или предварительным, объединяются под названием фотолюминесценции. Весьма распространен способ возбуждения свечения путем электрического воздействия на излучающую систему. Электролюминесценция: тлеющий разряд, дуга, искра. Бомбардировка электронами вызывает свечение твердых тел – катодолюминесценция.

Можно заставить тело светиться, сообщая ему необходимую энергию нагреванием. И в этом случае можно поддерживать излучение неизменным, если убыль энергии, уносимой излучением, пополнять сообщением соответствующего количества тепла. Такой вид свечения называется тепловым.

Тепловое излучение тел можно противопоставить всем иным видам излучения в силу особенностей, представление о которых дает следующее рассуждение.

Предположим, что излучающее тело окружено идеально отражающей, непроницаемой для излучения оболочкой (Рис.28.1). Тогда излучение, испускаемое телом, не рассеивается по всему пространству, а, отражаясь сполна стен-

ками, сохраняется в пределах полости, падая вновь на излучающее тело и в большей или меньшей степени вновь им поглощаясь. В таких условиях никакой потери энергии наша система – излучающее тело и излучение – не испытывает.

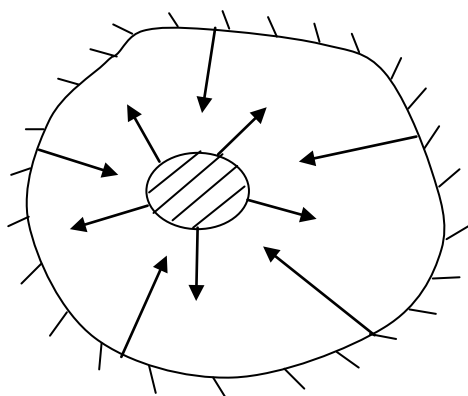


Рис. 28.1

Однако это еще не значит, что испускающее тело и излучение находятся в равновесии между собой. Энергия нашей системы содержится частично в виде энергии излучения (электромагнитных волн), частично в виде внутренней энергии излучающего тела. Состояние системы будет равновесным, если с течением времени распределение энергии между телом и излучением не меняется. Поместим внутрь полости нагретое тело (твердое, жидкое или газообразное – безразлично).

Если в единицу времени тело больше излучает, чем поглощает (или наоборот), то температура его будет понижаться (или повышаться). При этом будет ослабляться или усиливаться излучение, пока наконец не установится равновесие. Такое равновесное состояние устойчиво. После всякого нарушения его, в силу описанного механизма, вновь восстановится равновесное состояние.

Наоборот, излучение, возбуждаемое не нагреванием, а какими-либо другими процессами, не будет равновесным. Пусть, например, излучение имеет характер хемилюминесценции. В этом случае поглощение большей или меньшей доли испущенной энергии не вернет вещество в его первоначальное состояние.

Итак, *из всех видов излучений равновесным может быть только **тепловое излучение***. К равновесным состояниям и процессам применимы законы термодинамики.

Правило Прево: Если два тела поглощают разные количества энергии, то и испускание должно быть различным.

§ 29. Закон Кирхгофа

Правило Прево носит качественный характер, а Кирхгоф установил количественный закон. Для характеристики теплового излучения воспользуемся величиной потока энергии Φ , т.е. количеством энергии, излучаемым в единицу времени (мощность излучения).

$$\Phi = \frac{dE}{dt} \quad (29.1)$$

Поток, испускаемый единицей поверхности излучающего тела по всем направлениям, называется энергетической светимостью тела R_2 .

$$R_2 = \frac{d\Phi}{dS} \quad (29.2)$$

Излучение состоит из волн различных частот $\omega = 2\pi\nu$ (или λ). Обозначим поток энергии, испускаемый единицей поверхности тела в интервале частот $d\omega$, через dR_ω (индекс ω опустим dR_{ω}). При малой величине интервала $d\omega$ поток dR_ω будет пропорционален $d\omega$:

$$dR_\omega = r_\omega d\omega, \quad (29.3)$$

где величина r_ω – спектральная плотность энергетической светимости (лучеиспускательная способность) тела. Опыт показывает, что спектральная плотность энергетической светимости (лучеиспускательная способность) сильно зависит от температуры тела. Таким образом, r_ω – есть функция частоты и температуры. Собственно и энергетическая светимость является функцией температуры:

$$R_{\omega T} = \int dR_{\omega T} = \int_0^\infty r_{\omega T} d\omega \quad (29.4)$$

Излучение можно характеризовать вместо частоты ω длиной волны λ , а интервалу частот $d\omega$ сопоставить интервал длин волн $d\lambda$:

$$d\lambda = -\frac{2\pi c}{\omega^2} d\omega = -\frac{\lambda^2}{2\pi c} d\omega \quad (29.5)$$

Знак минус в формуле объясняется тем, что увеличению длины волны соответствует уменьшение частоты.

Тогда формулу (29.4) можно переписать в виде:

$$dR_\lambda = r_\lambda d\lambda \quad (29.6)$$

Если интервалы $d\omega$ и $d\lambda$ относятся к одному и тому же участку спектра, то величины dR_ω и dR_λ должны совпадать:

$$r_\omega d\omega = r_\lambda d\lambda \quad (29.7)$$

Чтобы получить связь r_ω и r_λ , подставим (29.5) в формулу (29.7):

$$r_\omega d\omega = r_\lambda \frac{2\pi c}{\omega^2} d\omega = r_\lambda \frac{\lambda^2}{2\pi c} d\omega$$

Тогда получим:

$$r_\omega = \frac{2\pi c}{\omega^2} r_\lambda = \frac{\lambda^2}{2\pi c} r_\lambda \quad (29.8)$$

С помощью формулы (29.8) можно перейти от r_ω к r_λ и наоборот.

Пусть на элементарную площадку поверхности тела падает поток лучистой энергии $d\Phi_\omega$, обусловленный электромагнитными волнами, частота которых заключена в интервале $d\omega$. Часть этого потока $d\Phi'_\omega$ будет поглощена телом.

Поглощательной способностью тела называется отношение поглощенного потока к падающему потоку (безразмерная величина):

$$a_{\omega T} = \frac{d\Phi'_\omega}{d\Phi_\omega} \quad (29.9)$$

Поглощательная способность зависит от температуры тела и от частоты.

По определению $a_{\omega T}$ не может быть больше единицы. Для тела, полностью поглощающего упавшее на него излучение всех частот, $a_{\omega T} \equiv 1$. Такое тело называется **черным**. Тело, для которого $a_{\omega T} \equiv a_T = const < 1$, называется **серым**.

Между лучеиспускательной и поглощательной способностями любого тела имеется связь. Пусть внутри замкнутой оболочки, поддерживаемой при постоянной температуре T , помещены несколько тел (рис. 29.1). Внутренняя оболочка представляет собой идеальную зеркальную поверхность.

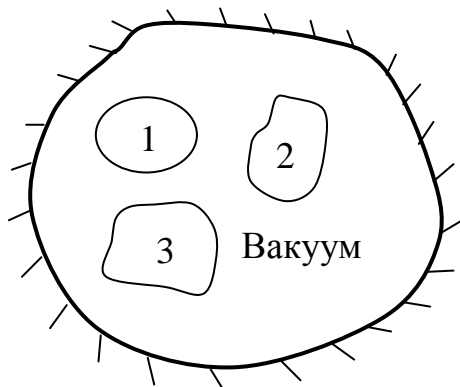


Рис. 29.1

Внутри оболочки создан вакуум, поэтому об-

мен энергией между телами и оболочкой происходит только путем испускания и поглощения электромагнитных волн. Опыт показывает, что такая система через некоторое время придет в состояние теплового равновесия – все тела примут одну и ту же температуру, равную температуре оболочки T . В таком состоянии тело, обладающее большей лучеиспускательной способностью $r_{\omega T}$, теряет в единицу времени с единицы поверхности больше энергии, чем тело, обладающее меньшей $r_{\omega T}$. Поскольку температура тел не меняется, то тело, испускающее больше энергии, должно и больше поглощать, т. е. обладать большей $a_{\omega T}$. Следовательно, чем больше лучеиспускательная способность тела $r_{\omega T}$, тем больше и его поглощательная способность $a_{\omega T}$. Отсюда вытекает соотношение

$$\left(\frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}} \right)_1 = \left(\frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}} \right)_2 = \left(\frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}} \right)_3 = \dots, \quad (29.10)$$

где индексы 1, 2, 3 и т. д. относятся к разным телам.

Закон Кирхгофа: отношение лучеиспускательной и поглощательной способностей не зависит от природы тела, оно является для всех тел одной и той же универсальной функцией частоты (длины волны) и температуры:

$$\left(\frac{r_{\omega T}}{a_{\omega T}} \right) = f(\omega, T) \quad (29.11)$$

Сами величины $r_{\omega T}$ и $a_{\omega T}$ могут меняться очень сильно при переходе от одного тела к другому, а их отношение будет одинаковым для всех тел. Это означает, что тело, которое сильнее поглощает какие-либо лучи, будет эти же лучи сильнее и испускать.

Физический смысл универсальной функции $f(\omega, T)$ следует из определения черного тела. Поглощательная способность черного тела тождественно равна единице, следовательно, универсальная функция $f(\omega, T)$ есть не что иное, как лучеиспускательная способность черного тела $r_{\omega T} = f(\omega, T)$.

Следовательно, по закону Кирхгофа для любых тел отношение лучеиспускательной и поглощательной способностей равно лучеиспускательной способности черного тела при той же температуре и частоте.

Из закона Кирхгофа следует, что лучеиспускательная способность любого тела в любой части спектра всегда меньше лучеиспускательной способности черного тела при той же температуре и на той же частоте.

Кроме того, из закона Кирхгофа вытекает, что если тело при данной температуре не поглощает электромагнитные волны некоторого диапазона, то оно в этом же диапазоне и не излучает.

При теоретических исследованиях удобнее пользоваться функцией частоты $f(\omega, T)$, а при экспериментальных работах – функцией длины волны $\varphi(\lambda, T)$.

Обе функции связаны друг с другом формулой

$$f(\omega, T) = \frac{2\pi c}{\omega^2} \varphi(\lambda, T) = \frac{\lambda^2}{2\pi c} \varphi(\lambda, T) \quad (29.12)$$

аналогичной формуле (29.8).

Абсолютно черных тел в природе не существует. Сажа или платиновая чернь имеют поглотительную способность $a_{\omega T}$ близкую к единице лишь в ограниченном интервале частот. Так в далекой инфракрасной области их поглотительная способность заметно меньше единицы. В то же время чистый белый снег в инфракрасной области имеет поглотительную способность близкую к единице. Однако можно создать устройство, сколь угодно близкое по своим свойствам к черному телу. Такое устройство представляет собой почти замкнутую полость с малым отверстием, внутренняя поверхность которой зачернена (рис. 29.2).

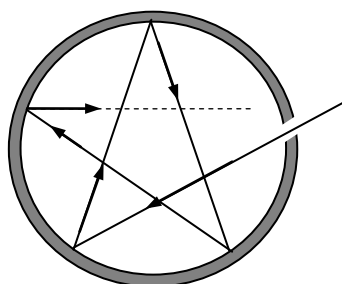


Рис. 29.2

Излучение, попавшее внутрь полости через отверстие, прежде чем выйти обратно, претерпевает многократные отражения от стенок полости. При каждом отражении часть энергии поглощается, в результате чего практически все излучение любой частоты поглощается такой полостью. Согласно закону Кирхгофа

лучеиспускательная способность такого устройства очень близка к $f(\omega, T)$, причем T означает температуру стенок полости. Спектральный состав излучения этого устройства подобен спектру излучения черного тела при той же T . Разлагая излучение полости в спектр с помощью дифракционной решетки и измеряя интенсивность различных участков спектра, можно найти экспериментально вид функции $f(\omega, T)$ или $\varphi(\lambda, T)$.

Результаты таких опытов приведены на рис. 29.3. Разные кривые относятся к различным значениям температуры T черного тела. Кривые целиком лежат внутри друг друга, нигде не пересекаясь. Площадь, охватываемая кривой, дает энергетическую светимость черного тела при соответствующей температуре. Из рис. 29.3 следует, что энергетическая светимость черного тела сильно возрастает с температурой. Максимум лучеиспускательной способности черного тела с увеличением темпе-

ратуры сдвигается в сторону более коротких длин волн.

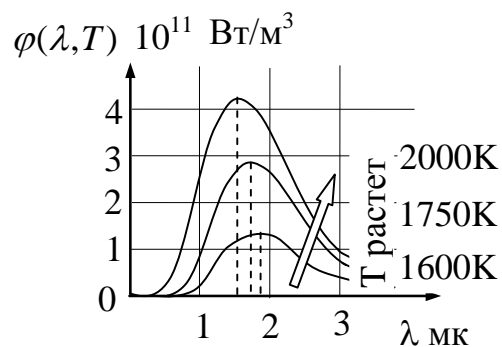


Рис. 29.3

§ 30. Закон Стефана-Больцмана и закон Вина.

Формула Рэлея-Джинса

Долгое время попытки получить теоретически вид функции $f(\omega, T)$ не давали общего решения задачи. Австрийский физик Стефан, анализируя экспериментальные результаты, пришел к выводу, что энергетическая светимость R любого тела пропорциональна четвертой степени термодинамической температуры. Однако последующие более точные измерения показали ошибочность его выводов.

Больцман, используя термодинамический подход, получил теоретически для энергетической светимости черного тела следующее:

$$R_{\text{э}}^* = \int_0^{\infty} f(\omega, T) d\omega = \sigma T^4, \quad (30.1)$$

где σ – постоянная величина, T – термодинамическая температура. Энергетическую светимость черного тела поместили (*), чтобы отличать от энергетической светимости любого другого тела. Таким образом, используя закон Кирхгофа, можно получить для серых тел следующую зависимость:

$$R_{\text{э}} = \int_0^{\infty} a_{\text{т}} f(\omega, T) d\omega = a_{\text{т}} \sigma T^4 \quad (30.2)$$

Соотношение (30.1) называют законом Стефана-Больцмана. Константу σ – называют *постоянной Стефана-Больцмана*. Ее экспериментальное значение равно

$$\sigma = 5,670 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}^4} \quad (30.3)$$

Немецкий физик Вин, используя законы термодинамики и электродинамики, показал, что функция спектрального распределения $f(\omega, T)$ должна иметь вид:

$$f(\omega, T) = \omega^3 F\left(\frac{\omega}{T}\right), \quad (30.4)$$

где F – некоторая функция отношения частоты к температуре.

Используя соотношение (29.12), для функции $\varphi(\lambda, T)$ получим:

$$\varphi(\lambda, T) = \frac{2\pi c}{\lambda^2} \left(\frac{2\pi c}{\lambda} \right)^3 F\left(\frac{2\pi c}{\lambda T}\right) = \frac{1}{\lambda^5} \Psi(\lambda T), \quad (30.5)$$

где $\Psi(\lambda T)$ – некоторая функция произведения λT .

Вину удалось установить зависимость между длиной волны λ_{\max} , на которую приходится максимум функции $\varphi(\lambda, T)$, и температурой. Чтобы найти максимум функции $\varphi(\lambda, T)$, надо ее продифференцировать по λ и приравнять нулю. Полученное таким образом уравнение относительно неизвестного произведения $\lambda_{\max} T$ имеет численное решение, которое обозначим b . Получим **закон смещения Вина**:

$$\lambda_{\max} T = b \quad (30.6)$$

Экспериментальное значение константы b равно

$$b = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К} \quad (30.7)$$

Формула Рэля-Джинса.

Следующую попытку определить функцию $f(\omega, T)$ сделали английские физики Рэлей и Джинс. Они применили к тепловому излучению закон о равномерном распределении энергии по степеням свободы. По классическим представлениям на каждую степень свободы приходится энергия равная $\frac{1}{2}kT$, а на каждую колебательную степень свободы в два раза больше – kT .

Рэлей и Джинс исходили из того, что равновесное излучение в полости представляет собой систему стоячих волн, причем средняя энергия отдельной волны равна kT .

Тогда для функции $f(\omega, T)$ получим:

$$f(\omega, T) = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} \langle \varepsilon \rangle = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} kT \quad (30.8)$$

Формула (30.8) называется **формулой Рэля-Джинса.**

Формула Рэля-Джинса удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными лишь при больших длинах волн и резко расходится с опытными данными для малых длин волн (рис.30.1).

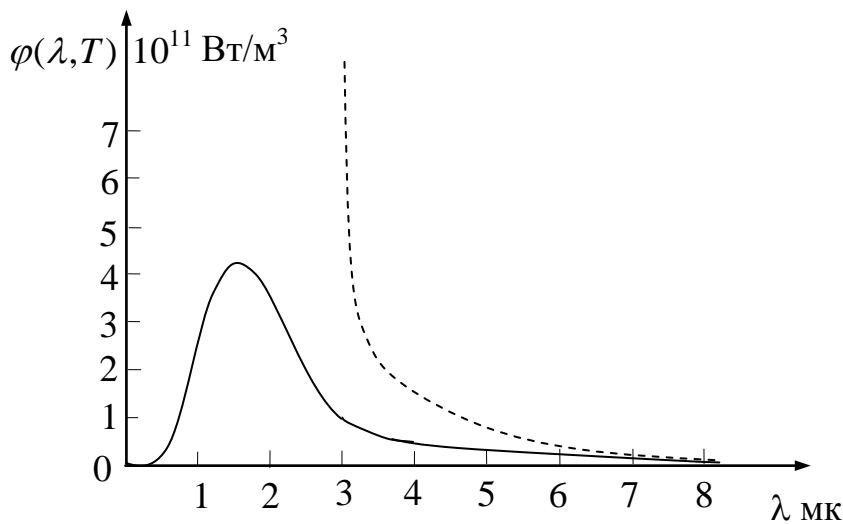


Рис. 30.1

На рис. 30.1 сплошной линией показана экспериментальная кривая, пунктиром – кривая, построенная по формуле Рэля-Джинса.

Для энергетической светимости черного тела R_{λ}^* , используя соотношение (30.8), получается бесконечность. Этот результат получил название ультрафиолетовой катастрофы. Он противоречит экспериментальным данным.

§ 31. Формула Планка

Вывод формулы (30.8) Рэлеем и Джинсом был выполнен с классической точки зрения безупречно. Поэтому расхождение этой формулы с экспериментом указывало на существование каких-то закономерностей, несовместимых с представлениями классической статистической физики и электродинамики.

Планку удалось найти вид функции $f(\omega, T)$, в точности соответствующий опытными данным. Для этого ему пришлось отказаться от представлений классической физики, согласно которым энергия системы может изменяться лишь непрерывно, принимая сколь угодно близкие значения. Планк высказал предположение, что электромагнитное излучение испускается и поглощается в виде отдельных порций энергии ε (квантов), величина которых пропорциональна частоте излучения (квантовая гипотеза). Энергия кванта должна быть равна:

$$\varepsilon = \hbar\omega = h\nu \quad (31.1)$$

Коэффициент пропорциональности h впоследствии получил название постоянной Планка. Определенное из опыта значение равно:

$$h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \quad (31.2)$$

Постоянная \hbar (h перечеркнутое) равна:

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,054 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \quad (31.3)$$

Используя гипотезу Планка, можно сказать, что излучающее тело испускает энергию E (для любой частоты), равную целому числу энергии отдельного кванта:

$$E = nh\nu, \quad (31.4)$$

где n – целое положительное число.

Квантовая гипотеза Планка оказалась достаточной для теоретического вывода функции $f(\omega, T)$.

Формула Планка имеет вид:

$$f(\omega, T) = \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2c^2} \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1} \quad (31.5)$$

Выполнив преобразования по формуле (29.12), получим:

$$\varphi(\lambda, T) = \frac{4\pi^2\hbar c^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{2\pi\hbar c}{kT\lambda}} - 1} \quad (31.6)$$

Формула Планка прекрасно согласуется с экспериментальными результатами во всем интервале частот и температур.

Используя формулу Планка, получим закон Стефана-Больцмана. Для энергетической светимости черного тела получается выражение:

$$R_{\text{э}}^* = \int_0^{\infty} f(\omega, T) d\omega = \int_0^{\infty} \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2c^2} \frac{d\omega}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1} \quad (31.7)$$

Введем вместо ω безразмерную переменную $x = \frac{\hbar\omega}{kT}$. Подстановка $\omega = \frac{kT}{\hbar}x$ и

$d\omega = \frac{kT}{\hbar}dx$ преобразует формулу (31.7) к виду:

$$R_{\text{э}}^* = \frac{\hbar}{4\pi^2c^2} \left(\frac{kT}{\hbar}\right)^4 \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} \quad (31.8)$$

Определенный интеграл в выражении (31.8) может быть вычислен:

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$$

Подставив это значение в (31.8) получим закон Стефана-Больцмана:

$$R_{\varepsilon}^* = \frac{\pi^2 k^4}{60c^2 \hbar^3} T^4 = \sigma T^4 \quad (31.9)$$

Подстановка в эту формулу численных значений k, c, \hbar дает для постоянной Стефана-Больцмана величину $5,6696 \cdot 10^{-8} \frac{Вт}{м^2 \cdot К^4}$, очень хорошо согласующуюся с экспериментальным значением.

Значение постоянной b в законе смещения Вина также можно найти, используя формулу Планка $\varphi(\lambda, T)$. Для этого продифференцируем $\varphi(\lambda, T)$ по λ и приравняем нулю:

$$\frac{d\varphi(\lambda, T)}{d\lambda} = 0$$

Получим довольно сложное уравнение, решение которого даст следующее:

1) $\lambda = 0$ и $\lambda = \infty$ оба решения соответствуют минимуму функции $\varphi(\lambda, T)$.

$$2) \lambda_{\max} T = \frac{2\pi\hbar c}{4,965k}$$

Следовательно, для постоянной b получили выражение:

$$b = \frac{2\pi\hbar c}{4,965k}$$

После подстановки k, c, \hbar значение $b = 2,90 \cdot 10^{-3} м \cdot К$. Полученное значение b совпадает с экспериментальным значением.

С другой стороны, определив в опыте значения b и σ , можно вычислить значения постоянной Планка h и постоянной Больцмана k (именно так и было впервые определено значение постоянной Планка h).

Таким образом, формула Планка завершила окончательно описание равновесного теплового излучения.

Задача 15.

Электрическая печь потребляет мощность $P = 500$ Вт. Температура ее внутренней поверхности при открытом небольшом отверстии диаметром $d = 5,0$ см равна 700°C . Какая часть потребляемой мощности рассеивается стенками?

Решение

При установившемся тепловом режиме печи вся ее мощность P излучается наружу отверстием и стенками. Следовательно,

$$P = \Phi_{\text{отв}} + \Phi_{\text{ст}}, \quad (31.10)$$

где $\Phi_{оме}$, $\Phi_{ст}$ – потоки излучения, испускаемые отверстием и стенками соответственно. В задаче требуется найти отношение $\alpha = \frac{\Phi_{ст}}{P}$.

С учетом (31.10) его можно выразить так:

$$\alpha = \frac{P - \Phi_{оме}}{P} = 1 - \frac{\Phi_{оме}}{P} \quad (31.11)$$

Рассматривая излучение печи через небольшое отверстие в ней как излучение черного тела, из определения энергетической светимости (29.2) и закона Стефана-Больцмана (30.1) находим

$$\Phi_{оме} = R_{\text{э}} S = \sigma T^4 \pi \frac{d^2}{4}$$

Подставив $\Phi_{оме}$ в формулу (31.11) получим

$$\alpha = 1 - \frac{\pi d^2 \sigma T^4}{4P}$$

Выполнив вычисления, найдем ответ:

$$\alpha = 1 - \frac{\pi \cdot 25 \cdot 10^{-4} \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 973^4}{4 \cdot 500} = 0,8$$

Задача 15.

Тонкая металлическая пластинка, обладающей свойствами черного тела, расположена вне атмосферы так, что одна её сторона освещается солнцем. Определить установившуюся температуру пластинки, если на единицу площади её освещаемой поверхности падает поток излучения равный 1134 Вт.

Решение

Независимо от свойств пластинки ее температура установится тогда, когда поток излучения $\Phi_{изл}$, испускаемый нагретой пластинкой, станет равным потоку, поглощаемому пластинкой:

$$\Phi_{изл} = \Phi_{пог} \quad (31.12)$$

Так как пластинка обладает свойствами черного тела, то она поглощает весь падающий на нее поток:

$$\Phi_{погл} = \Phi_{пад} = \Phi_{пад}^* \cdot S, \quad (31.13)$$

где $\Phi_{пад}^*$ – поток, падающий на единицу площади.

Поток излучения пластинки найдем по закону Стефана-Больцмана, учитывая, что излучают обе стороны пластинки:

$$\Phi_{изл} = \sigma T^4 2S \quad (31.14)$$

Из равенств (31.12) – (31.14) находим

$$\Phi_{над}^* S = \sigma T^4 2S$$

Откуда

$$T = \sqrt[4]{\frac{\Phi_{над}^*}{2\sigma}}$$

Подставив числовые значения, получим ответ:

$$T = \sqrt[4]{\frac{1134}{2 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8}}} \approx 3,3 \cdot 10^2 \text{ K}$$

§ 32. Оптическая пирометрия

Пирометрией называют совокупность оптических (бесконтактных) методов измерения температуры.

Приборы для измерения температуры нагретых тел по тепловому излучению называются **пирометрами**.

Эти приборы подразделяются на три основных группы:

1) радиационные, 2) яркостные, 3) цветковые пирометры.

Радиационные пирометры.

Схема радиационного пирометра показана на рис.32.1.

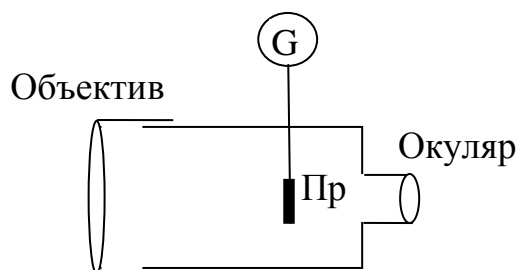


Рис. 32.1

Прибор наводится на излучающую поверхность так, чтобы четкое изображение этой поверхности, даваемое объективом, полностью перекрывало приемник излучения (Пр). Контроль за этим осуществляется при помощи окуляра. В каче-

стве приемника обычно применяется термостолбик. По отклонению стрелки гальванометра G можно определить температуру излучателя. Гальванометр G градуируют по черному телу, указывая на шкале соответствующую температуру.

Для нечерного тела показания радиационного пирометра дают не истинную температуру T , а то значение температуры $T_{рад}$ (называется радиационной), при котором энергетическая светимость черного тела R^* равна энергетической светимости R исследуемого тела при его истинной температуре T :

$$R^*(T_{рад}) = R(T) \quad (32.1)$$

Найдем связь между радиационной температурой нечерного тела $T_{рад}$ и его истинной температурой T . Будем считать, что исследуемое тело является серым. Тогда используя формулу (30.2), получим для энергетической светимости R исследуемого тела при его истинной температуре T :

$$R(T) = a_T R^*(T)$$

Подставив это значение в (31.1), получим:

$$R^*(T_{рад}) = a_T R^*(T)$$

Выразим энергетическую светимость черного тела R^* из закона Стефана-Больцмана:

$$\sigma T_{рад}^4 = a_T \sigma T^4$$

Откуда

$$T = \frac{1}{\sqrt[4]{a_T}} T_{рад} \quad (32.2)$$

Так как a_T меньше единицы, то истинная температура больше радиационной.

Яркостные пирометры.

Данный метод определения температуры основывается на сравнении излучения светящегося тела с излучением черного тела в одном и том же фиксированном узком участке спектра $\Delta\lambda$. Обычно используется участок, лежащий в красной части спектра $\lambda = 660 \text{ нм}$. Схема яркостного пирометра, называемого пирометром с исчезающей нитью, дана на рис. 31.2.

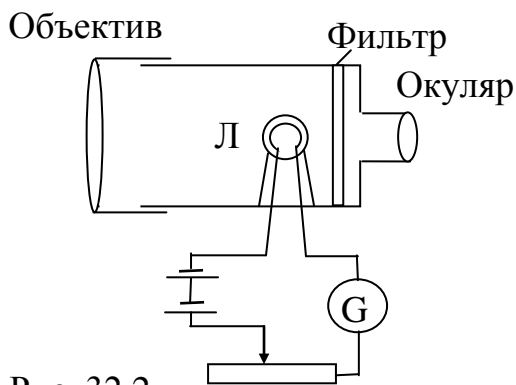


Рис. 32.2

Нить накала лампочки (Л) лежит в плоскости, в которой объектив создает изображение излучающей поверхности. Светофильтр пропускает к окуляру лишь красные лучи с длиной волны вблизи 660 нм. Наблюдая через окуляр, подбирают с помощью реостата такой накал нити, чтобы ее яркость совпадала с яркостью излучающей поверхности.

В этом случае нить становится неразличимой на фоне изображения излучающей поверхности, т. е. нить «исчезает». Предварительно гальванометр градуируют по черному телу, нанося на шкале гальванометра соответствующие значения температуры.

Соответствующие расчеты дают следующую формулу связи истинной температуры нечерного тела и яркостной температуры:

$$T = \frac{T_{\text{ярк}}}{1 + (k\lambda / 2\pi\hbar c) \ell n a_{\lambda T} \cdot T_{\text{ярк}}} \quad (32.3)$$

Из формулы (32.3) видно, что истинная температура нечерных тел всегда больше яркостной температуры (т. к. $\ell n a_{\lambda T} < 0$).

Цветовые пирометры

Для серых тел спектральная плотность энергетической светимости по закону Кирхгофа может быть выражена в виде:

$$r_{\lambda T} = a_T \varphi(\lambda, T), \quad (32.4)$$

где $a_T = const$. Следовательно, максимум спектральной плотности энергетической светимости (лучеиспускательной способности) серого тела при температуре T придется на ту же длину волны λ_{max} что и для черного тела при той же температуре. Поэтому, если определена λ_{max} , то температура серого тела может

быть вычислена по закону смещения Вина: $T = \frac{b}{\lambda_{\text{max}}}$. Найденная температура

называется **цветовой**. В этом случае излучающее тело имеет такой же цвет, как черное тело температуры T .

Для серых тел цветовая температура совпадает с истинной.

Для тел, характер излучения которых сильно отличается от серых (например, обладающих селективным излучением), понятие цветовой температуры не имеет смысла.

Глава 7. Фотоны

Волновая природа вещества качественно проявляется в том, что каждой частице присущи свойства волны и, наоборот, любые волны имеют свойства, характерные для частиц. В качестве первого примера, демонстрирующего это свойство волн, приведем фотоэффект.

§ 33. Фотоэлектрический эффект

Различают три вида фотоэлектрического эффекта: внешний, внутренний и вентильный.

Внешний фотоэффект

Внешним фотоэлектрическим эффектом (или фотоэффектом) называется явление вырывания электронов из твердых и жидких тел под действием света. Вырванные таким образом электроны часто называют фотоэлектронами.

Это явление было открыто Г. Герцем в 1887 г. Он заметил, что проскакивание искры между шариками разрядника значительно облегчается, если один из шариков осветить ультрафиолетовыми лучами.

Первые систематические исследования фотоэффекта были выполнены русским ученым А. Г. Столетовым. Принципиальная схема установки для изучения фотоэффекта показана на рис. 33.1.

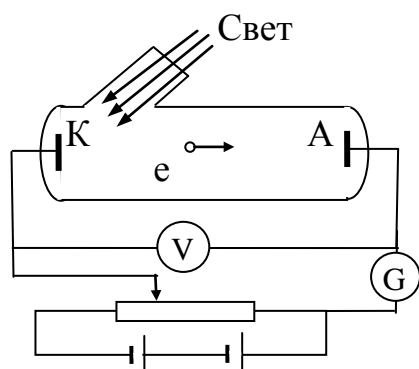


Рис. 33.1

Два электрода (катод К из исследуемого металла и анод А) помещены в вакуумный баллон. Свет через окошко падает на катод. Электроны, испущенные вследствие фотоэффекта катодом, будут двигаться к аноду А под действием электрического поля. В результате гальванометр G покажет протекающий по цепи фототок.

Напряжение между анодом и катодом можно изменять с помощью потенциометра, а измерять вольтметром V.

Полученные вольт-амперные характеристики (зависимость фототока от напряжения между электродами) приведены на рис. 33.2. Кривые получены для двух световых потоков Φ_1 и Φ_2 . Каждая кривая снималась при неизменном световом потоке. Из рисунка видно, что при некотором напряжении фототок достигает насыщения, т. е. все вылетевшие из катода электроны достигают анода. Следовательно, сила тока насыщения определяется количеством электронов, испускаемых катодом в единицу времени под действием света.

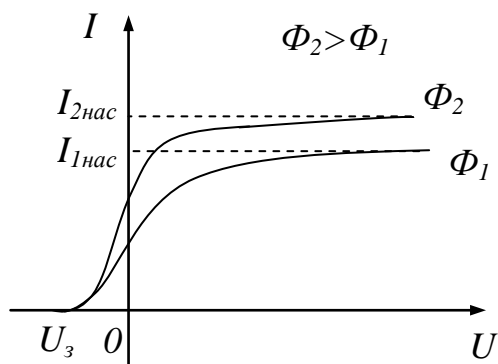


Рис. 33.2

Вид кривой (рис.33.2) указывает на то, что электроны вылетают из катода с различными скоростями. Даже в отсутствии ускоряющего поля ($U=0$) имеются электроны, обладающие скоростями, достаточными для того, чтобы долететь до анода «самостоятельно». Для обращения силы тока в нуль нужно приложить задерживающее напряжение U_3 .

При таком напряжении ни одному из электронов, даже обладающему максимальной скоростью при вылете из катода, не удастся преодолеть задерживающее поле и достичь анода. Следовательно,

$$\frac{mV_{\max}^2}{2} = eU_3, \quad (33.1)$$

где m – масса электрона, e – заряд электрона.

Измерив задерживающее напряжение, можно определить кинетическую энергию и максимальную скорость фотоэлектронов.

Опытным путем были установлены три закона внешнего фотоэффекта:

1. **максимальная начальная скорость фотоэлектронов определяется частотой падающего света и не зависит от его интенсивности;**
2. **для каждого вещества существует красная граница фотоэффекта, т. е. наименьшая частота света $\nu_{кр}$, при которой еще возможен фотоэффект;**
3. **число фотоэлектронов, вырываемых из катода за единицу времени (фототок насыщения), прямо пропорционально интенсивности света.**

Кроме того, было установлено, что фотоэффект возникает без задержки во времени при освещении светом поверхности вещества при условии, что частота падающего света больше красной границы (безынерционность фотоэффекта).

Полученные законы фотоэффекта не удалось объяснить на основе электромагнитной волновой теории света. С точки зрения этой теории электромагнитная волна, достигнув поверхности металла, вызывает вынужденные колебания электронов, тем самым отрывая их от металла. Но тогда требуется время для установления колебаний электронов. В результате должно возникнуть заметное запаздывание между началом освещения и моментом вылета электронов при малом световом потоке. Далее, кинетическая энергия фотоэлектронов должна зависеть от амплитуды вынуждающей силы, т. е. от напряженности электрического поля в электромагнитной волне. Так как интенсивность волны пропорциональна квадрату амплитуды, то кинетическая энергия фотоэлектронов должна зависеть от интенсивности света. Чем больше интенсивность света, тем больше должна быть энергия фотоэлектронов вне зависимости от частоты света.

Однако все эти рассуждения противоречат законам фотоэффекта.

Объяснение законов фотоэффекта было найдено Эйнштейном. Он рассматривал распространение света как поток фотонов, движущихся со скоро-

стью света c – скоростью света в вакууме. В монохроматическом свете с частотой ν все фотоны имеют одинаковую энергию, равную $\varepsilon = h\nu$. Поглощение света состоит в том, что фотоны передают всю свою энергию атомам и молекулам вещества. Из этого следует, что поглощение света, как и его распространение, происходит прерывно (дискретно), отдельными порциями.

Для того чтобы электрон мог оторваться от металла, необходимо совершить работу выхода $A_{\text{вых}}$. В результате поглощения фотона его энергия ε целиком передается электрону. Если $\varepsilon > A_{\text{вых}}$, то электрон сможет совершить работу выхода и выйдет из металла. Наибольшую кинетическую энергию, которую сможет приобрести фотозлектрон, можно получить из закона сохранения энергии:

$$h\nu = A_{\text{вых}} + \frac{mV_{\text{max}}^2}{2} \quad (33.2)$$

Это соотношение называют **уравнением Эйнштейна** для внешнего фотоэффекта.

С помощью уравнения Эйнштейна можно объяснить все законы фотоэффекта. Из формулы (33.2) следует, что максимальная кинетическая энергия фотозлектрона (максимальная начальная скорость) зависит от частоты света ν и от работы выхода $A_{\text{вых}}$, но не зависит от интенсивности света. Это есть первый закон внешнего фотоэффекта.

Из уравнения Эйнштейна следует, что фотоэффект возможен лишь при условии, что энергии фотона по меньшей мере хватит, чтобы вырвать электрон из металла

$$h\nu_{\text{кр}} = A_{\text{вых}} \quad (33.3)$$

Следовательно, для **красной границы** фотоэффекта получим:

$$\lambda_{\text{кр}} = \frac{c}{\nu_{\text{кр}}} = \frac{hc}{A_{\text{вых}}} \quad (33.4)$$

При длине волны $\lambda > \lambda_{\text{кр}}$ фотоэффект наблюдаться не будет.

Красная граница фотоэффекта зависит только от работы выхода электрона, т. е. от химической природы вещества и состояния его поверхности. Так объясняется второй закон фотоэффекта. Так сложилось исторически, что граничную длину волны называют «красной». Лучше было бы назвать – граничной длиной волны фотоэффекта, так как для разных веществ она может быть любого цвета: и зеленой, и синей и т. д. (для каждого вещества своя).

Уравнение Эйнштейна объясняет также пропорциональность силы тока насыщения $I_{\text{нас}}$ падающему световому потоку Φ . Действительно, величина светового потока Φ определяется числом квантов света (фотонов), падающих на

поверхность катода в единицу времени. Вместе с тем число освобождаемых электронов должно быть пропорционально числу падающих фотонов:

$$I_{нас} \propto \Phi \quad (33.5)$$

Эта зависимость хорошо подтверждается экспериментально.

Как показывает опыт, лишь малая часть фотонов передает свою энергию фотоэлектронам. Энергия остальных фотонов затрачивается на нагревание вещества, поглощающего свет.

Используя явление фотоэффекта, можно определить постоянную Планка. Милликен исследовал зависимость максимальной кинетической энергии фотоэлектронов от частоты света:

$$W_{max} = \frac{mV_{max}^2}{2} = h\nu - A_{вых}, \quad (33.6)$$

где m – масса электрона, V – скорость электрона.

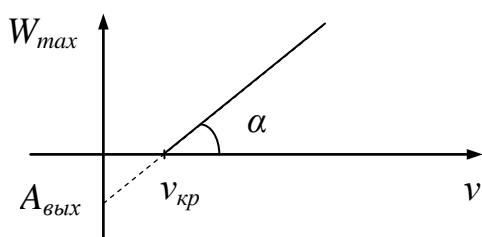


Рис. 33.3

Из рис. 33.3 видно, что тангенс угла наклона равен постоянной Планка $tg\alpha = h$. Определенное таким образом значение постоянной Планка совпало со значением h , найденным из теплового излучения. Это является доказательством правильности квантовой теории фотоэффекта.

Кроме рассмотренного явления фотоэффекта, можно наблюдать *многофотонный (нелинейный) фотоэффект*, который возникает при освещении катода светом большой интенсивности (лазерные пучки). В этом случае испускаемый электрон может одновременно получить энергию от нескольких фотонов (от 2 до 7).

Внутренний фотоэффект

Внутренний фотоэффект заключается в перераспределении электронов по энергетическим уровням под действием электромагнитного излучения. Этот эффект наблюдается в диэлектриках и полупроводниках.

Если энергия кванта $h\nu$ превышает ширину запрещенной зоны, то электрон, поглотивший этот квант, переходит из валентной зоны в зону проводимости. В результате появляется дополнительная пара носителей тока – электрон и дырка, что проявляется в увеличении электропроводности вещества.

На внутреннем фотоэффекте основано действие *фотосопротивлений*. Количество образующихся носителей тока пропорционально падающему световому потоку. Поэтому фотосопротивления применяют для целей фотометрии, они намного превосходят термоэлектрические болометры.

Вентильный фотоэффект

Вентильный фотоэффект заключается в возникновении электродвижущей силы (фото э.д.с.) при освещении контакта двух разных полупроводников или полупроводника и металла.

Вентильный фотоэффект является разновидностью внутреннего фотоэффекта.

Если подключить кристалл $p-n$ -переходом к внешней нагрузке, в ней будет течь фототок. При небольших интенсивностях фототок пропорционален падающему на кристалл световому потоку. На этом основано действие фотоэлектрических фотометров, в том числе применяемых в фотографии экспонометров.

Большое количество соединенных последовательно $p-n$ -переходов образует солнечную батарею. Такие батареи непосредственно преобразуют энергию излучения в электрическую энергию. Они применяются для питания радиоаппаратуры. Напряжение солнечных батарей достигает десятков вольт, а мощность – десятков киловатт.

Задача 16.

Фотоны с энергией $\varepsilon = 5\text{эВ}$ вырывают фотоэлектроны из металла, работа выхода из которого равна $4,7\text{эВ}$. Определить максимальный импульс, передаваемый поверхности этого металла при вылете электрона.

Решение

Импульс, который передаст электрон поверхности, определяется

$$p_{\max} = mV_{\max}.$$

Чтобы найти максимальную скорость вылетающих фотоэлектронов воспользуемся уравнением Эйнштейна:

$$h\nu = \varepsilon = A_{\text{вых}} + \frac{mV_{\max}^2}{2}$$

Выразим из него скорость

$$V_{\max} = \sqrt{\frac{2}{m}(\varepsilon - A_{\text{вых}})}$$

Для импульса получим

$$p_{\max} = \sqrt{2m(\varepsilon - A_{\text{вых}})}$$

Для вычисления импульса необходимо энергию выразить в джоулях.

В результате максимальный импульс, переданный поверхности металла, равен

$$p_{\max} = \sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} (5 - 4,7) \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 2,96 \cdot 10^{-25} \frac{\text{Кг} \cdot \text{М}}{\text{с}}$$

§ 34. Энергия и импульс фотона. Дуализм света

Электромагнитная теория, рассматривающая свет как классические электромагнитные волны (получающиеся из уравнений Максвелла), хорошо описывает распространение света в вакууме, интерференцию и дифракцию. Будучи дополненной электронной теорией, она оказывается в состоянии объяснить дисперсию, поглощение, рассеяние света. Но ряд явлений (тепловое излучение, фотоэффект, тормозное излучение и другие) естественнее описывать корпускулярной теорией, в которой свет представляет собой поток фотонов. Ведь именно частица может доставить конечную порцию энергии в определенную точку. Проведенные многочисленные эксперименты доказали существование фотонов. Следовательно, свет представляет собой сложное явление – это и электромагнитная волна, и поток частиц. Такое сочетание называется *корпускулярно-волновым дуализмом*.

Энергия фотона определяется его частотой (длиной волны):

$$\varepsilon = h\nu = \hbar\omega = \frac{hc}{\lambda} \quad (34.1)$$

Как видно из этого соотношения энергия световой частицы – фотона определяется волновой характеристикой – частотой.

Фотон обладает импульсом:

$$p = \frac{\varepsilon}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} = \frac{2\pi\hbar}{\lambda} = \hbar k, \quad (34.2)$$

где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ волновое число.

Фотон летит в направлении распространения электромагнитной волны, поэтому направления импульса и волнового вектора совпадают. Следовательно, формулу (34.2) можно написать в векторном виде:

$$\vec{p} = \hbar\vec{k} \quad (34.3)$$

Обращаясь к релятивистской формуле, связывающей энергию и импульс частицы:

$$\left(\frac{\varepsilon}{c}\right)^2 - p^2 = m^2 c^2, \quad (34.4)$$

и учитывая соотношение (34.2), видим, что левая часть равенства (34.4) равна нулю. Таким образом, фотон, обладая свойствами частицы, не во всех отношениях похож на обычную частицу (электрон, протон, нейтрон): он в любой системе отсчета имеет скорость «с», и не существует системы отсчета, в которой бы он покоился. Равенство нулю массы фотона лишено смысла.

Из наличия у фотона импульса вытекает, что свет, падающий на какое-либо тело должен оказывать на него давление. Рассчитаем световое давление на поверхность тела. Пусть плотность потока фотонов равна N (число фотонов, падающих на единицу поверхности в единицу времени). Если все фотоны поглощаются телом, то давление равно импульсу всех фотонов

$$P = pN = \frac{\varepsilon}{c} N.$$

При условии, что все фотоны отражаются телом в обратном направлении, давление будет в два раза больше:

$$P = 2pN = 2\frac{\varepsilon}{c} N$$

Если отражается доля фотонов, равная ρ (ρ – коэффициент отражения), и поглощается доля, равная $(1 - \rho)$, для давления получается выражение:

$$P = 2\frac{\varepsilon}{c}\rho N + \frac{\varepsilon}{c}(1 - \rho)N = (1 + \rho)\frac{\varepsilon}{c} N$$

Плотность потока фотонов N можно представить как произведение плотности фотонов n на их скорость «с», т. е. $N = nc$. Произведение $n\varepsilon$ дает энергию фотонов в единице объема, т. е. объемную плотность энергии w . Следовательно, для давления получим соотношение:

$$P = (1 + \rho)\frac{\varepsilon}{c} nc = (1 + \rho)w \quad (34.4)$$

Полученная формула совпадает с выражением для давления, получающимся из электромагнитной теории.

Таким образом, давление света одинаково хорошо объясняется и волновой, и квантовой теорией.

Экспериментальное определение светового давления на твердые тела и газы было выполнено П. Н. Лебедевым. Прибор Лебедева представлял собой очень чувствительные крутильные весы, подвижной частью которых являлась легкая

рамка с укрепленными на ней крылышками: зеркальными и черными дисками. Так как давление на зеркальный диск в два раза больше, чем на черный, то на подвижную рамку действует вращающий момент, который можно измерить по углу закручивания нити. На основе опытов Лебедев пришел к выводу, что в пределах погрешности эксперимента световое давление согласуется с формулой (34.4).

Опыты Лебедева вошли в историю физики как классический пример исключительно тонкого физического эксперимента.

§ 35. Эффект Комптона

Особенно отчетливо проявляются корпускулярные свойства света в эффекте Комптона. Комптон исследовал рассеяние рентгеновских лучей различными веществами и обнаружил, что в рассеянном излучении наряду с первоначальной длиной волны λ появляется спектральная компонента с большей длиной волны λ' . Наблюдаемое изменение длины волны $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ не зависит от вещества, а определяется лишь углом θ между направлением падающего пучка и направлением рассеянного излучения. С увеличением угла θ интенсивность несмещенной линии падает, а смещенной – растет.

По мере увеличения атомного номера элемента все большая часть рентгеновского излучения рассеивается без изменения длины волны.

Экспериментально была установлена следующая зависимость:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_c (1 - \cos\theta), \quad (35.1)$$

где λ_c – постоянная, равная 0,00242 нм.

В атомах легких элементов энергия связи электрона в атоме порядка 10 эВ, что примерно в тысячу раз меньше энергии рентгеновского фотона ($h\nu \approx 10^4$ эВ). Поэтому электроны в этих опытах можно считать практически свободными.

Эффект Комптона можно объяснить упругим столкновением фотонов с практически свободными электронами. При упругом столкновении выполняются законы сохранения импульса и энергии.

Пусть на первоначально покоящийся свободный электрон падает фотон с энергией $h\nu$ и импульсом \vec{p}_ϕ . Энергия электрона до столкновения равна энергии покоя mc^2 , а импульс равен нулю. После столкновения электрон будет иметь импульс \vec{p}_e и энергию $c\sqrt{p_e^2 + m^2c^2}$ (см. раздел «специальная теория относительности»). Энергия и импульс фотона станут равными $h\nu'$ и \vec{p}'_ϕ (рис. 35.1).

Рис. 35.1 иллюстрирует закон сохранения импульса, θ – угол рассеяния фотона, ϕ – угол рассеяния электрона.

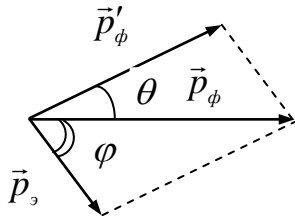


Рис. 35.1

Из законов сохранения получим два равенства:

$$h\nu + mc^2 = h\nu' + c\sqrt{p_s^2 + m^2c^2} \quad (35.2)$$

$$\vec{p}_\phi = \vec{p}'_\phi + \vec{p}_s \quad (35.3)$$

Разделим равенство (35.2) на скорость света и запишем в виде

$$\sqrt{p_s^2 + m^2c^2} = \frac{h(\nu - \nu')}{c} + mc$$

Возведем в квадрат и выразим импульс электрона

$$p_s^2 = \frac{h^2}{c^2}(\nu^2 - 2\nu\nu' + \nu'^2) + 2hm(\nu - \nu') \quad (35.4)$$

Из рис. 35.1 следует, что

$$p_s^2 = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2\left(\frac{h\nu}{c}\right)\left(\frac{h\nu'}{c}\right)\cos\theta, \quad (35.5)$$

где учтено, что импульс фотона до столкновения равен $p_\phi = \frac{p\nu}{c}$ и после столкновения — $p'_\phi = \frac{h\nu'}{c}$.

Приравняв выражения (35.4) и (35.5), получим

$$m(\nu - \nu') = \frac{h}{c^2}\nu\nu'(1 - \cos\theta)$$

Выразив частоту через длину волны, получим

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta) \quad (35.6)$$

Если сравнить формулы (35.1) и (35.6), то получим:

$$\lambda_c = \frac{h}{mc} \quad (35.7)$$

Определяемая этим выражением величина λ_c называется комptonовской длиной волны той частицы, масса которой стоит в знаменателе.

Комптоновская длина волны для электрона имеет значение $\lambda_c = 0,00242\text{нм}$.

Результаты измерений по рассеянию фотонов находятся в полном согласии с полученной формулой (35.6).

При рассеянии фотонов на электронах, связь которых с атомом велика, обмен энергией и импульсом происходит с атомом как целым. Так как масса атома намного больше массы электрона, комптонское смещение в этом случае будет ничтожным и λ' практически совпадает с λ .

Задача 17.

В результате эффекта Комптона фотон с энергией $\varepsilon = 0,511\text{ МэВ}$ при соударении с электроном был рассеян на угол $\theta = 60^\circ$. Какую часть своей энергии фотон передал электрону?

Решение

В результате эффекта Комптона электрону сообщается кинетическая энергия, которую найдем из закона сохранения энергии:

$$\varepsilon + mc^2 = \varepsilon' + E, \quad (35.8)$$

где $\varepsilon, \varepsilon'$ – энергия фотона до и после рассеяния, E – полная энергия электрона, mc^2 – энергия покоя электрона.

Кинетическая энергия электрона равна

$$W = E - mc^2 = \varepsilon - \varepsilon'$$

В задаче требуется найти часть переданной энергии, т. е.

$$\alpha = \frac{W}{\varepsilon} = \frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\varepsilon} = 1 - \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \quad (35.9)$$

Для определения энергии рассеянного фотона воспользуемся формулой Комптона:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta),$$

где $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ – изменение длины волны фотона в результате рассеяния на свободном электроны; θ – угол рассеяния фотона.

Выразим длины волн λ и λ' через энергии ε и ε' фотонов:

$$\lambda = \frac{hc}{\varepsilon}, \quad \lambda' = \frac{hc}{\varepsilon'}.$$

Умножая числитель и знаменатель правой части формулы Комптона на скорость фотона c , получаем:

$$\frac{hc}{\varepsilon'} - \frac{hc}{\varepsilon} = \frac{hc}{mc^2}(1 - \cos\theta)$$

Сократим на hc , подставим значение косинуса и найдем $\frac{1}{\varepsilon'}$:

$$\frac{1}{\varepsilon'} = \frac{1}{\varepsilon} + \frac{1}{2mc^2}$$

Учтем, что энергия падающего фотона равна энергии покоя электрона

$$\varepsilon = mc^2 = E_0 = 0,511 \text{ МэВ}$$

Тогда для энергии рассеянного фотона получим:

$$\varepsilon' = \frac{2}{3}\varepsilon$$

Подставим полученное значение в формулу (35.9)

$$\alpha = 1 - \frac{2\varepsilon}{3\varepsilon} = \frac{1}{3}$$