

На правах рукописи



Остроумов Леонид Валерьевич

**РАЗРАБОТКА ТЕХНОЛОГИИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НОРМАЛЬНЫХ ВЫСОТ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СПУТНИКОВОГО МЕТОДА
НА АКВАТОРИИ МОРЕЙ**

Специальность: 25.00.32 – Геодезия

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Москва 2011

Работа выполнена на кафедре высшей геодезии в Московском Государственном университете геодезии и картографии.

Научный руководитель: Доктор технических наук, профессор
Шануров Геннадий Анатольевич.

Официальные оппоненты:

Доктор технических наук, профессор	Клюшин Евгений Борисович
Кандидат технических наук, с.н.с.	Колесников Вячеслав Николаевич

Ведущая организация: Федеральное Государственное Учреждение 29
Научно-исследовательский институт.

Защита состоится «2» июня 2011 года в 10 часов 00 минут на заседании диссертационного совета Д. 212.143.03 в Московском государственном университете геодезии и картографии (МИИГАиК) по адресу: 105064, Москва, Гороховский переулок, дом 4, МИИГАиК, зал заседания Ученого совета.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Московского государственного университета геодезии и картографии (МИИГАиК).

Автореферат разослан «27» апреля 2011 года.

Ученый секретарь диссертационного совета



Климков Ю. М.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

АКТУАЛЬНОСТЬ ПРОБЛЕМЫ. Основной объём работ при создании геодезических сетей, в том числе и на акваториях, выполняют спутниковым методом. По результатам наблюдений получают геодезические высоты пунктов сети. Нормальные высоты пунктов сети определяют, сочетая результаты геометрического нивелирования и данные гравиметрии. Существует необходимость получать нормальные высоты пунктов из результатов спутниковых наблюдений, не выполняя геометрического нивелирования, когда это затруднительно или невозможно, например на удаленных от материка островах. Переход от геодезической высоты пункта к его нормальной высоте возможен с использованием модели аномалии высоты. Точность существующих моделей характеризуется ошибкой порядка десяти сантиметров. Такая ошибка не удовлетворяет точностным требованиям большинства видов геодезических, инженерных, гидрологических и других работ. Поэтому при работе на локальном участке требуется совершенствовать модель аномалии высоты до уровня точности, соответствующего требованиям геометрического нивелирования, по крайней мере, III класса. В частности такая точность необходима при осуществлении привязки реперов морских уровенных постов к главной высотной основе. Более того, существует необходимость разработки и проверки на реальном измерительном материале технологии, которая позволяет уточнять значения модели аномалии высоты на локальном участке и, следовательно, определять с повышенной точностью нормальные высоты реперов на основе спутниковых наблюдений. Этим определяется актуальность диссертации и проблемы в целом.

НАУЧНАЯ НОВИЗНА. Научная новизна диссертации определяется тем, что в ней поставлены и решены новые задачи, связанные с определением нормальных высот пунктов геодезической сети на основе результатов спутниковых наблюдений и на основе моделирования поля аномалии высоты. Выполнен сравнительный анализ модели аномалии высоты ЦНИИГАиК и модели аномалии высоты EGM2008 применительно к акватории Финского залива

Балтийского моря. Разработана технология определения нормальных высот с использованием спутникового метода. Получены аналитические соотношения, являющиеся теоретической основой для построения поверхностей, локально уточняющих модель ЦНИИГАиК и модель EGM2008, получены параметры данных поверхностей.

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЗНАЧИМОСТЬ. Практическая значимость диссертации определяется тем, что выполненные разработки позволяют повысить точность и эффективность определения нормальных высот пунктов геодезической сети с использованием глобальных навигационных спутниковых систем GPS/ГЛОНАСС. В частности, разработанная технология позволяет определять с повышенной точностью нормальные высоты реперов морских уровенных постов, в том числе расположенных на удаленных от материка островах. Создана сеть реперов морских уровенных постов, расположенных на акватории Финского залива. Эта сеть, являясь важной и неотъемлемой частью системы наблюдений за уровнем моря, вносит вклад в смежную с геодезией область - гидрологию. На основе разработанной технологии получена нормальная высота на острове Гогланд. Практическая значимость диссертации подтверждена актом о внедрении результатов диссертации в Санкт-Петербургском центре по гидрометеорологии и мониторингу окружающей среды. Полученные автором результаты содержат решение важной для геодезии задачи по уточнению нормальных высот пунктов геодезической сети на основе результатов спутниковых измерений и модели аномалии высоты.

Личный вклад автора диссертации состоит в том, что он в составе полевой партии получил результаты спутниковых измерений, обработал эти результаты. Автор выполнил сравнительный анализ модели аномалии высоты ЦНИИГАиК и модели аномалии высоты EGM2008 применительно к акватории Финского залива, разработал технологию определения нормальных высот с использованием спутникового метода, получил аналитические соотношения, являющиеся теоретической основой для построения поверхностей, уточняющих выбранные

модели, получил параметры данных поверхностей и нормальную высоту на острове Гогланд.

ПУБЛИКАЦИИ. Содержание диссертации опубликовано в 7 работах, из них две статьи в журнале, рекомендованном ВАК России. Результаты диссертации доложены автором на 6 научно-практических конференциях.

СТРУКТУРА И ОБЪЁМ РАБОТЫ. Диссертация изложена на 132 листах печатного компьютерного текста, состоит из введения, 4 разделов, заключения и 15 приложений, содержит 20 таблиц, 8 рисунков и список литературы, состоящий из 77 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Нормальную высоту H^Y репера возможно получить, совместно используя результаты спутниковых наблюдений и данные модели аномалии высоты. При этом нормальная высота H^Y будет рассчитана по формуле:

$$H^Y = H - \zeta^{\text{мод}}, \quad (1)$$

где H – геодезическая высота, $\zeta^{\text{мод}}$ - модельное значение аномалии высоты.

Погрешность определения нормальной высоты H^Y зависит от погрешности определения геодезической высоты H и от погрешности определения аномалии высоты $\zeta^{\text{мод}}$.

В результате использования спутниковых технологий возможно получить значения геодезических высот реперов с высокой и необходимой точностью на уровне 1-2 см. Получение геодезических высот с наиболее возможной точностью достигается, как правило, за счет строгого выполнения стандартных методов спутниковых наблюдений и последующей обработки. Тем не менее, при разработке программы геодезических работ, выполнении самих спутниковых наблюдений, особенно высокоточных, и при обработке полученных «сырых» данных, возникает необходимость тщательно исследовать влияние источников ошибок измерений.

Ошибки, которые могут уменьшить точность получения геодезических высот, могут быть следующими. Это ошибки, связанные с отраженным сигналом,

погрешности, возникающие из-за неблагоприятного взаимного расположения участвующих в наблюдениях спутников (геометрический фактор), ошибки, связанные с переходом от одной координатной системы к другой. Также ошибки могут возникнуть и в процессе постобработки, если, к примеру, выбрать неправильно тип спутниковой антенны или и вовсе окажется, что в программном обеспечении неверно указаны параметры выбранной антенны, в связи с чем целесообразно выполнять постобработку в нескольких программных продуктах.

Погрешность модельного значения аномалии высоты $\zeta^{\text{мод}}$, полученного по современным моделям, существенно больше погрешности определения геодезической высоты. Соответственно точность, с которой будет получена нормальная высота, зависит от точности определения модельного значения аномалии высоты.

При определении с повышенной точностью нормальных высот реперов на основе спутникового метода необходимо решить две основные задачи. Первая задача – это получение с наиболее возможной точностью геодезических высот реперов, вторая задача – уточнение модельных значений аномалий высоты.

Для своих исследований автор использовал данные, полученные в результате комплекса геодезических работ, выполненных на побережье и в акватории Финского залива. На этапе подготовительных работ автором выполнены поверки нивелиров и реек, а метрологическая аттестация спутниковых приемников была проведена в отделе метрологии и стандартизации Центрального научно-исследовательского института геодезии, аэрофотосъемки и картографии (ЦНИИГАиК).

Были изучены материалы о ранее выполненных геодезических работах. Сделаны выписки о реперах, расположенных на морских уровнях постах Сосновый Бор, Шепелево, Ломоносов, остров Кронштадт, Озерки, Выборг и на острове Гогланд. Установлено, что сохранными и пригодными для спутниковых наблюдений оказались только шесть реперов: Выборг (грунтовый репер 3333, грунтовый репер 1860 и скальная марка GPS6), Шепелево (GPS4), Гогланд (GPS7) и Сосновый Бор (гр. рп. б/№). В Кронштадте, Озерках и Ломоносове произведена

закладка новых грунтовых реперов. После выполнения обследования, рекогносцировки и закладки реперов стало возможным составить рабочую схему спутниковой сети (рис. 1).



Масштаб 1 : 200 000

Условные обозначения:

- Шепелево – название репера;
- ▲ – пункт спутниковой сети.

Рисунок 1

Схема спутниковой сети.

Перед выездом на спутниковые измерения были выполнены исследования, цель которых заключалась в том, чтобы определить, насколько смещается и смещается ли вообще фазовый центр имеющихся антенн (Javad Marant+). Автор провёл эксперимент, в ходе которого было выполнено четыре сессии спутниковых наблюдений с изменением ориентировки и местоположения этих антенн. Продолжительность сессий составляла один час. Данные, собранные в каждой сессии, были обработаны отдельно. При обработке автор использовал таблицы поправок (смещение фазового центра в зависимости от угла возвышения спутников) в положения фазового центра и уточненные спутниковые эфемериды. Было установлено, что фазовый центр при повороте спутниковой антенны остаётся стабильным. Соответственно, при проведении спутниковых наблюдений

на акватории Финского залива автор был уверен, что даже если спутниковые антенны будут ориентированы не единообразно, это не повлияет на точность определения геодезических высот.

При производстве наблюдений на акватории Финского залива была реализована запланированная спутниковая сеть (рис. 1). Автор выполнял спутниковые наблюдения на острове Гогланд. Постобработка спутниковых наблюдений выполнена в программном обеспечении Pinnacle 1.0. Далее автор выполнил предварительное уравнивание спутниковой сети, при этом грубых ошибок выявлено не было. При выполнении уравнивания в спутниковую сеть на Финском заливе были включены два опорных пункта: METS (спутниковая станция «Метсахёви») и SVTL (спутниковая станция «Светлое»). Получившаяся в результате спутниковая сеть представлена на рисунке 2.

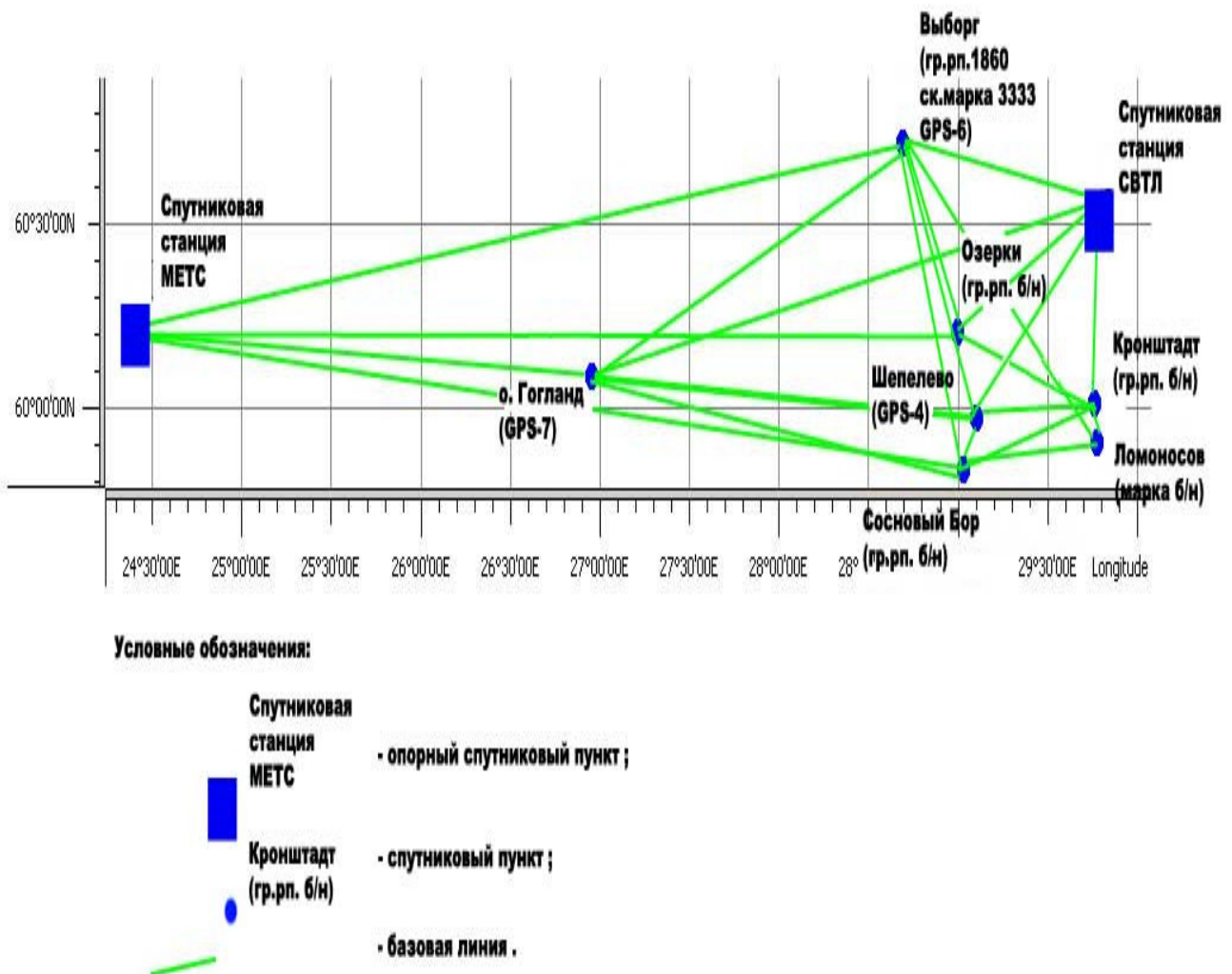


Рисунок 2

Спутниковая сеть на акватории Финского залива.

Эта же сеть была уравнена специалистами ЦНИИГАиК, но в программном комплексе GPSurvey 2.35. Расхождение геодезических высот пунктов, полученных по двум различным компьютерным программам, достигает 99 миллиметров. Причиной такого расхождения геодезических высот, вычисленных по двум разным программам, оказалось отсутствие некоторых параметров антенн в программном обеспечении Pinnacle 1.0, которые позволяют привести измеренную над пунктом высоту антенны к её фазовому центру. Недостающие параметры антенн были получены по Internet с сайта National Geodetic Survey (NGS) и введены в свойства антенны Javad Marant+ (TPSPG_A1). После ввода этих параметров в свойства антенн выполнено повторное уравнивание, результаты которого представлены в таблице 1.

Таблица 1

Сравнение геодезических высот, полученных по GPSurvey 2.35 и Pinnacle 1.0 (с учетом параметров антенн).

Название пункта	Геодезическая высота по GPSurvey 2.35. (м)	Геодезическая высота по Pinnacle 1.0 (м)	Геодезическая высота по Pinnacle 1.0 (с учетом параметров антенн) (м)	Разность высот GPSurvey 2.35 – Pinnacle 1.0 (м)	Разность высот GPSurvey 2.35 – Pinnacle 1.0 (с учетом параметров антенн) (м)
1	2	3	4	5	6
Выборг (гр.рп.1860)	24.064	23.983	24.070	0.081	-0,006
Гогланд	20.342	20.243	20.330	0.099	0,012
Кронштадт	18.917	18.819	18.907	0.098	0,010
Ломоносов	19.294	19.203	19.291	0.091	0,003
Озерки	18.693	18.608	18.702	0.085	-0,009
Шепелево	19.582	19.486	19.574	0.097	0,008
Выборг(ск.марка 3333)	20.456	20.371	20.446	0.085	0,010
Выборг(ск.марка gpsб)	23.669	23.580	23.662	0.089	0,007
Сосновый Бор	35.547	35.461	35.542	0.086	0.005

Учет параметров антенн существенно повлиял на результаты уравнивания спутниковой сети в программном комплексе Pinnacle 1.0. Геодезические высоты, полученные по разным программам, отличаются не более чем на 12 миллиметров. Таким образом, в результате выполненных исследований, спутниковых наблюдений и камеральных работ были определены с наиболее возможной точностью геодезические координаты реперов морских уровенных постов (таблица 2).

Таблица 2

Результаты уравнивания спутниковой сети.

Пункт	B	L	H (м)	СКП (B) (мм)	СКП (L) (мм)	СКП (H) (мм)
1	2	3	4	5	6	7
Выборг (гр.рп.1860)	60°43'28"N	28°41'44"L	24.070	2.5	2.0	5.5
Кронштадт	59°59'15"N	29°45'52"L	18.907	2.1	1.6	4.5
Ломоносов	59°55'15"N	29°46'40"L	19.291	2.1	1.6	4.5
Шепелево	59°58'00"N	29°05'54"L	19.574	2.2	1.7	4.7
Выборг (ск. марка 3333)	60°43'28"N	28°41'44"L	20,446	2.5	2.0	5.1
Выборг (ск. марка GPS6)	60°43'28"N	28°41'44"L	23,662	2.5	2.0	4.9
Сосновый Бор	59°49'51"N	29°02'54"L	35,542	2.4	1.9	5.0
METS	60°13'02"N	24°23'43"L	94,640	Исходный пункт		
Озерки	60°12'37"N	29°05'54"L	18,702	2.2	1.7	4.8
Гогланд	60°05'10"N	26°58'25"L	20,330	2.9	2.4	6.4
СВТЛ	60°31'58"N	29°46'51"L	76.680	Исходный пункт		

На заключительном этапе комплекса геодезических работ были получены нормальные высоты реперов, на которых уже были выполнены спутниковые наблюдения. Нормальные высоты реперов морских уровенных постов, расположенных в Выборге, Шепелево, Сосновом Бору и на острове Гогланд, были выписаны из сводных нивелирных каталогов. Причем внесенная в каталог нормальная высота репера на острове Гогланд была получена сотрудниками Росгидромета (Федеральная служба по гидрометеорологии и мониторингу

окружающей среды России) методом водного нивелирования. Центр спутниковой станции METS также имел значение нормальной высоты. Для пункта Светлое (SVTL) значение нормальной высоты в настоящее время не известно. По вновь заложенным реперам в Кронштадте, Ломоносове и Озерках при участии автора было проложено нивелирование III класса.

Получение нормальных высот из геометрического нивелирования порой бывает затруднительно или невозможно. Тогда, помимо спутниковых наблюдений, возникает необходимость дополнительного использования модели аномалии высоты. Автор решил получить нормальные высоты реперов спутниковой сети на акватории Финского залива с привлечением современных моделей аномалии высоты: региональной модели ЦНИИГАиК и глобальной модели EGM2008 ((Earth Gravitational Model 2008)). Необходимо было оценить возможность применения этих моделей. Во-первых, убедиться в том, что точность данных моделей соответствует точности, заявленной их авторами, а во-вторых, удостовериться, что эти модели не противоречивы, то есть дают сходные результаты.

При использовании модели ЦНИИГАиК автор вычислил по формуле 1 нормальные высоты $H_{\text{Мод}}^{\gamma}$ для реперов спутниковой сети. Самое малое расхождение в 0,021 м нормальных высот, полученных из геометрического нивелирования, и высот $H_{\text{Мод}}^{\gamma}$ получилось на грунтовом репере в Кронштадте. В Выборге на скальной марке 3333 - 0,088м, на острове Гогланд – и вовсе 0,168 м. Среднеквадратическая погрешность определения нормальных высот $H_{\text{Мод}}^{\gamma}$ получилась равной 0,076м. Такая погрешность не превышает ошибку в 10 см, заявленную авторами модели.

Расхождение нормальных высот, полученных из геометрического нивелирования, и высот $H_{\text{Мод}}^{\gamma}$, полученных при использовании данных модели EGM2008, для половины пунктов спутниковой сети имеет значения, близкие к десяти сантиметрам. Среднеквадратическая погрешность определения нормальных высот $H_{\text{Мод}}^{\gamma}$ составила 0,083м, что несколько больше чем при

использовании модели ЦНИИГАиК, однако не превышает заявленную ошибку модели EGM2008, равную 11 см. Расхождения значений аномалии высоты, определенных по модели EGM2008 ζ_{EGM08}^{MOD} , и модели ЦНИИГАиК $\zeta_{ЦНИИГАиК}^{MOD}$, находятся в пределах 21 см, что также не противоречит заявленной точности обеих моделей.

Из выполненного сравнения модели ЦНИИГАиК и модели EGM2008 можно сделать следующие выводы. Во-первых, ошибка вычисления аномалии высоты по одной из лучших моделей вносит в вычисление нормальной высоты пункта ошибку порядка дециметра. Во-вторых, такая ошибка не удовлетворяет точностным требованиям геометрического нивелирования даже технического класса. Поэтому для акватории Финского залива возникает необходимость уточнять модельные значения аномалии высоты. Для этого автором была разработана и предложена технология совместной обработки результатов спутниковых наблюдений, геометрического нивелирования и данных модели аномалии высоты. Суть данной технологии заключается в следующем.

Пусть существует конечное множество пунктов P : $P_0(B_0, L_0)$, $P_1(B_1, L_1)$, ..., $P_n(B_n, L_n)$. Для каждого из этих пунктов из спутниковых наблюдений с заведомо удовлетворяющей точностью известны геодезические координаты B и L и геодезические высоты H . Кроме того, для некоторых пунктов из геометрического нивелирования с привлечением гравиметрических данных определена нормальная высота H^Y . Для этих же пунктов определено значение аномалии высоты ζ^{AG} как разность геодезической высоты H и нормальной высоты H^Y . Таким образом, множество пунктов P делится на два подмножества $P_{исх}$ и $P_{оп}$. Пункты подмножества $P_{исх}$, для которых известна геодезическая и нормальная высота, называются исходными. Пункты подмножества $P_{оп}$, для которых пока неизвестна нормальная высота, называются определяемыми. Также имеется модель аномалии высоты, с использованием которой для всех пунктов множества P получены модельные значения аномалии высоты ζ^{MOD} .

Задача состоит в том, чтобы вычислить с требуемой точностью нормальные высоты пунктов, принадлежащих подмножеству $P_{оп}$. Обычно при использовании модели нормальные высоты определяемых пунктов из множества $P_{оп}$ вычисляют по формуле 1. Точность вычисленных таким образом нормальных высот получается неудовлетворительной, поскольку велика ошибка определения модельных значений аномалий высоты $\zeta^{МОД}$. Каково значение этой ошибки на определяемых пунктах, заранее сказать нельзя. Зато на исходных пунктах ошибка модельной аномалии высоты $\zeta^{МОД}$ будет являться разностью двух значений по сути одной и той же аномалии высоты $\Delta\zeta$:

$$\Delta\zeta = \zeta^{АГ} - \zeta^{МОД} . \quad (2)$$

Искомое значение нормальной высоты возможно определить по формуле:

$$H^Y = H - \zeta^{АГ} . \quad (3)$$

Значение $\zeta^{АГ}$ будет найдено из формулы:

$$\zeta^{АГ} = \Delta\zeta + \zeta^{МОД} . \quad (4)$$

Тогда значение нормальной высоты с точностью не ниже чем в геометрическом нивелировании будет определено по формуле:

$$H^Y = H - \zeta^{МОД} - \Delta\zeta . \quad (5)$$

Но проблема состоит в том, что на определяемых пунктах значение $\Delta\zeta$ неизвестно, поскольку неизвестно значение $\zeta^{АГ}$. Поэтому, необходимо выполнить процедуру аппроксимирования разностей аномалий высоты $\Delta\zeta$, известных на исходных пунктах, на пункты определяемые. При аппроксимировании целесообразно использовать вместо геодезических координат B и L прямоугольные координаты x и y . Тогда выражение 7 примет вид:

$$H^Y = H - \zeta^{МОД} - \Delta\zeta(x,y)_{аппр} . \quad (6)$$

Для аппроксимации функции $\Delta\zeta(x,y)$ можно использовать ряд Тейлора. Пусть разность аномалий высоты на одном из пунктов подмножества $P_{исх}$ обозначена $\Delta\zeta_0$. Данный пункт назовём начальным. На остальных пунктах

подмножества $P_{исх}$ разность аномалий высоты обозначим как $\Delta\zeta$. Представив разность аномалий высоты $\Delta\zeta$ в виде функции $\Delta\zeta(x,y)$ и разложив эту функцию в ряд Тейлора, получим уравнения связи:

$$\Delta\zeta(x,y) = \Delta\zeta_0 + \Delta\zeta'_x \Delta x + \Delta\zeta'_y \Delta y + \frac{1}{2!} (\Delta\zeta''_{xx} \Delta x^2 + 2\Delta\zeta''_{xy} \Delta x \Delta y + \Delta\zeta''_{yy} \Delta y^2) + \\ + \frac{1}{3!} (\Delta\zeta'''_{xxx} \Delta x^3 + 3\Delta\zeta'''_{x^2y} \Delta x^2 \Delta y + 3\Delta\zeta'''_{xy^2} \Delta x \Delta y^2 + \Delta\zeta'''_{yyy} \Delta y^3) + \dots, \quad (7)$$

где $\Delta\zeta'_x, \Delta\zeta'_y$ - неизвестные коэффициенты, $\Delta x, \Delta y$ - значения разностей координат начального пункта и i -го пункта подмножества $P_{исх}$. Для получения и оценки точности значений неизвестных коэффициентов рационально использовать параметрический способ метода наименьших квадратов. На основе ряда Тейлора (7) следует составить систему параметрических уравнений. Но ряд Тейлора бесконечен. В принципе возможно ограничиться только такими членами ряда Тейлора, которые содержат члены первого порядка. Можно добавить в решение одно или сразу два члена второго порядка. Можно также ввести члены еще более высокого порядка. Одна из задач теоретического и практического исследования состоит в том, чтобы определить, при каком порядке вновь добавляемых членов ряда решение перестанет улучшаться или даже начнет ухудшаться.

Определив для локального участка конфигурации сети пунктов и конкретной модели аномалий высоты оптимальный вид ряда Тейлора и получив неизвестные коэффициенты этого ряда, удастся построить корректирующую поверхность. Данная поверхность будет локально уточнять глобальную или региональную модель аномалии высоты. Соответственно будет возможно с повышенной точностью получать значения нормальных высот пунктов, для которых невозможно выполнить геометрическое нивелирование. Практическая проверка разработанной технологии выполнена на основе результатов полевых измерений, полученных при участии автора на акватории Финского залива, а также на основе моделей аномалии высоты ЦНИИГАиК и EGM2008.

Сначала при построении поверхности, локально уточняющей модель ЦНИИГАиК, были использованы девять (исключение SVTL и остров Гогланд)

пунктов созданной спутниковой сети в качестве исходных. Был использован усеченный ряд Тейлора с членами только первого порядка $\Delta\zeta'_x\Delta x$ и $\Delta\zeta'_y\Delta y$. Затем поочередно вводилось по одному члену второго порядка $\Delta\zeta''_x\Delta x^2$ и $\Delta\zeta''_y\Delta y^2$. К члену второго порядка добавлялся член произведения $2\Delta\zeta''_{xy}\Delta x\Delta y$. После чего автор одновременно включал оба члена второго порядка, и далее снова добавлял член произведения.

С каждым видом усеченного ряда Тейлора автор составлял систему параметрических уравнений. В результате было получено семь вариантов таких систем. Для составления каждого варианта системы автор выбрал в качестве начального пункта Сосновый Бор. Далее, используя параметрический способ метода наименьших квадратов, исследовалось влияние каждого члена усеченного ряда Тейлора на качество получаемых результатов. Были определены значения неизвестных коэффициентов (таблица 3).

Таблица 3

Значения неизвестных коэффициентов.

Коэффициенты	2	3	4	3	4	4	5
	члена ряда $\Delta\zeta'_x\Delta x$ $\Delta\zeta'_y\Delta y$	члена ряда $\Delta\zeta'_x\Delta x$ $\Delta\zeta'_y\Delta y$ $\Delta\zeta''_x\Delta x^2$	члена ряда $\Delta\zeta'_x\Delta x$ $\Delta\zeta'_y\Delta y$ $\Delta\zeta''_x\Delta x^2$ $2\Delta\zeta''_{xy}\Delta x\Delta y$	члена ряда $\Delta\zeta'_x\Delta x$ $\Delta\zeta'_y\Delta y$ $\Delta\zeta''_y\Delta y^2$	члена ряда $\Delta\zeta'_x\Delta x$ $\Delta\zeta'_y\Delta y$ $\Delta\zeta''_y\Delta y^2$ $2\Delta\zeta''_{xy}\Delta x\Delta y$	члена ряда $\Delta\zeta'_x\Delta x$ $\Delta\zeta'_y\Delta y$ $\Delta\zeta''_x\Delta x^2$ $\Delta\zeta''_y\Delta y^2$	членов ряда $\Delta\zeta'_x\Delta x$ $\Delta\zeta'_y\Delta y$ $\Delta\zeta''_x\Delta x^2$ $\Delta\zeta''_y\Delta y^2$ $2\Delta\zeta''_{xy}\Delta x\Delta y$
1	2	3	4	5	6	7	8
$\Delta\zeta'_x$	$1,22 \times 10^{-7}$	$-2,66 \times 10^{-6}$	$-1,15 \times 10^{-6}$	$-9,81 \times 10^{-8}$	$-1,54 \times 10^{-7}$	$-2,79 \times 10^{-7}$	$-5,00 \times 10^{-7}$
$\Delta\zeta'_y$	$-2,53 \times 10^{-8}$	$-2,14 \times 10^{-7}$	$-2,56 \times 10^{-6}$	$-1,71 \times 10^{-6}$	$-1,63 \times 10^{-6}$	$-1,66 \times 10^{-6}$	$-1,92 \times 10^{-6}$
$\Delta\zeta''_x$	-	$5,84 \times 10^{-11}$	$4,42 \times 10^{-11}$	-	-	$3,98 \times 10^{-12}$	$1,46 \times 10^{-11}$
$\Delta\zeta''_y$	-	-	-	$-1,36 \times 10^{-11}$	$-1,40 \times 10^{-11}$	$-1,30 \times 10^{-11}$	$-9,55 \times 10^{-12}$
$\Delta\zeta''_{xy}$	-	-	$5,86 \times 10^{-11}$	-	$-3,44 \times 10^{-12}$	-	$1,61 \times 10^{-11}$

После получения неизвестных коэффициентов вычислены остаточные поправки V и получена среднеквадратическая погрешность единицы веса μ (таблица 4).

Таблица 4

Остаточные поправки, полученные из параметрических уравнений.

Пункт	$\Delta\zeta$ (м)	$V^{(1)}$ (м)	$V^{(2)}$ (м)	$V^{(3)}$ (м)	$V^{(4)}$ (м)	$V^{(5)}$ (м)	$V^{(6)}$ (м)	$V^{(7)}$ (м)
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Выборг (гр.рп.1860)	0,083	-0,015	0	0,002	-0,003	-0,003	-0,002	-0,001
Кронштадт (гр.рп.б/н)	-0,021	0,077	0,028	0,005	-0,004	-0,004	-0,004	-0,002
Ломоносов (гр.рп. б/н)	-0,029	0,084	0,049	-0,003	0,002	0,003	0,003	0,001
Шепелево (гр.рп. б/н)	0,052	0,005	-0,031	-0,013	-0,003	-0,003	-0,005	-0,007
МЕТС	0,039	0,028	0,011	0	0	0	0	0
Озерки (гр.рп. б/н)	0,035	0,025	-0,041	0,011	0,013	0,011	0,009	0,010
Выборг (ск. марка 3333)	0,088	-0,021	-0,017	-0,008	-0,009	-0,009	-0,009	-0,009
Выборг (ск. марка GPS6)	0,076	-0,008	0,017	0,005	0,008	0,009	0,009	0,008
μ (м)	-	0,049	0,034	0,010	0,008	0,008	0,008	0,009

- 1) $V = \Delta\zeta'_x \Delta x + \Delta\zeta'_y \Delta y + \Delta\zeta_0 - \Delta\zeta_i$
- 2) $V = \Delta\zeta'_x \Delta x + \Delta\zeta'_y \Delta y + \Delta\zeta''_x \Delta x^2 + \Delta\zeta_0 - \Delta\zeta_i$
- 3) $V = \Delta\zeta'_x \Delta x + \Delta\zeta'_y \Delta y + \frac{1}{2} \Delta\zeta''_x \Delta x^2 + 2\Delta\zeta''_{xy} \Delta x \Delta y + \Delta\zeta_0 - \Delta\zeta_i$
- 4) $V = \Delta\zeta'_x \Delta x + \Delta\zeta'_y \Delta y + \frac{1}{2} \Delta\zeta''_y \Delta y^2 + \Delta\zeta_0 - \Delta\zeta_i$
- 5) $V = \Delta\zeta'_x \Delta x + \Delta\zeta'_y \Delta y + \frac{1}{2} \Delta\zeta''_y \Delta y^2 + 2\Delta\zeta''_{xy} \Delta x \Delta y + \Delta\zeta_0 - \Delta\zeta_i$
- 6) $V = \Delta\zeta'_x \Delta x + \Delta\zeta'_y \Delta y + \frac{1}{2} \Delta\zeta''_x \Delta x^2 + \frac{1}{2} \Delta\zeta''_y \Delta y^2 + \Delta\zeta_0 - \Delta\zeta_i$
- 7) $V = \Delta\zeta'_x \Delta x + \Delta\zeta'_y \Delta y + \frac{1}{2} \Delta\zeta''_x \Delta x^2 + 2\Delta\zeta''_{xy} \Delta x \Delta y + \frac{1}{2} \Delta\zeta''_y \Delta y^2 + \Delta\zeta_0 - \Delta\zeta_i$.

Из таблицы 4 видно, что усеченный ряд Тейлора с дополнительным членом второго порядка по ординате позволяет получить удачное решение ($\mu=0,008\text{м}$). Дальнейшее введение членов в ряд Тейлора к улучшению решения не приводит. Данный вид функции аппроксимации целесообразно использовать для уточнения значений аномалий высот, полученных по модели ЦНИИГАиК.

Чтобы локально уточнить значения аномалии высоты, полученные по модели EGM2008, автор также использовал все пункты спутниковой сети в качестве исходных. Были получены неизвестные коэффициенты (таблица 5), вычислены остаточные поправки V и среднеквадратические погрешности единицы веса.

Таблица 5

Значения неизвестных коэффициентов.

Коэффициенты	2	3	4	3	4	4	5
	члена ряда	члена ряда	члена ряда	члена ряда	члена ряда	члена ряда	членов ряда
$\Delta\zeta_x/\Delta x$	$\Delta\zeta_x/\Delta x$	$\Delta\zeta_x/\Delta x$	$\Delta\zeta_x/\Delta x$	$\Delta\zeta_x/\Delta x$	$\Delta\zeta_x/\Delta x$	$\Delta\zeta_x/\Delta x$	$\Delta\zeta_x/\Delta x$
$\Delta\zeta_y/\Delta y$	$\Delta\zeta_y/\Delta y$	$\Delta\zeta_y/\Delta y$	$\Delta\zeta_y/\Delta y$	$\Delta\zeta_y/\Delta y$	$\Delta\zeta_y/\Delta y$	$\Delta\zeta_y/\Delta y$	$\Delta\zeta_y/\Delta y$
		$\Delta\zeta_x''/\Delta x^2$	$\Delta\zeta_x''/\Delta x^2$	$\Delta\zeta_y''/\Delta y^2$	$\Delta\zeta_y''/\Delta y^2$	$\Delta\zeta_x''/\Delta x^2$	$\Delta\zeta_x''/\Delta x^2$
			$2\Delta\zeta_{xy}''/\Delta x\Delta y$		$2\Delta\zeta_{xy}''/\Delta x\Delta y$	$\Delta\zeta_y''/\Delta y^2$	$\Delta\zeta_y''/\Delta y^2$
							$2\Delta\zeta_{xy}''/\Delta x\Delta y$
1	2	3	4	5	6	7	8
Значения неизвестных коэффициентов							
$\Delta\zeta_x'$	$1,22 \times 10^{-7}$	$-2,66 \times 10^{-6}$	$-1,15 \times 10^{-6}$	$-9,81 \times 10^{-8}$	$-1,54 \times 10^{-7}$	$-2,79 \times 10^{-7}$	$-5,00 \times 10^{-7}$
$\Delta\zeta_y'$	$-2,53 \times 10^{-8}$	$-2,14 \times 10^{-7}$	$-2,56 \times 10^{-6}$	$-1,71 \times 10^{-6}$	$-1,63 \times 10^{-6}$	$-1,66 \times 10^{-6}$	$-1,92 \times 10^{-6}$
$\Delta\zeta_x''$	-	$5,84 \times 10^{-11}$	$4,42 \times 10^{-11}$	-	-	$3,98 \times 10^{-12}$	$1,46 \times 10^{-11}$
$\Delta\zeta_y''$	-	-	-	$-1,36 \times 10^{-11}$	$-1,40 \times 10^{-11}$	$-1,30 \times 10^{-11}$	$-9,55 \times 10^{-12}$
$\Delta\zeta_{xy}''$	-	-	$5,86 \times 10^{-11}$	-	$-3,44 \times 10^{-12}$	-	$1,61 \times 10^{-11}$

Для модели EGM2008 использование усеченного ряда Тейлора с дополнительным членом второго порядка по ординате позволяет получить

наиболее удачное решение с $\mu=0,017\text{м}$. Подобный вид функции позволит наиболее точно аппроксимировать разности аномалий высоты.

Чтобы подтвердить работоспособность предложенной технологии в целом и подобранной функции аппроксимации (ряда Тейлора с дополнительным членом второго порядка по ординате) был выполнен численный эксперимент, в котором из разряда исходных поочередно были переведены в разряд определяемых пункты: Гогланд, Кронштадт и Выборг (гр.рп.1860).

В ходе численного эксперимента автор реализовал разработанную им технологию. Установлено, что при различном количестве исходных пунктов, вне зависимости от модели, оптимальной функцией аппроксимации также является усеченный ряд Тейлора с дополнительным членом второго порядка по ординате. Для модели ЦНИИГАиК получены уточненные модельные значения аномалий высоты и вычислены с повышенной точностью нормальные высоты $H_{\text{аппр}}^{\text{мод}}$ определяемых пунктов (таблица 6).

Таблица 6

Сравнение нормальных высот определяемых пунктов при использовании модели ЦНИИГАиК.

Кол. исх. пунктов	Определяемый пункт	H^{γ} (м)	$H_{\text{мод}}^{\gamma}$ (м)	$\Delta H_{\text{мод}}^{\gamma}$ (м)	$H_{\text{аппр}}^{\text{мод}}$ (м)	$\Delta H_{\text{аппр}}^{\text{мод}}$ (м)
8	Гогланд	4,921	5,089	-0,168	4,929	0,008
7	Гогланд	4,921	5,089	-0,168	4,925	0,004
	Кронштадт	3,021	3,000	0,021	3,028	0,007
6	Гогланд	4,921	5,089	-0,168	4,925	0,004
	Кронштадт	3,021	3,000	0,021	3,029	0,008
	Выборг гр.рп.1860	9,129	9,212	-0,083	9,133	0,004

Расхождение $\Delta H_{\text{аппр}}^{\text{мод}}$ нормальных высот $H_{\text{аппр}}^{\text{мод}}$, полученных при использовании разработанной технологии, и нормальных высот H^{γ} из геометрического нивелирования с привлечением гравиметрических данных получилось гораздо меньше, чем расхождение $\Delta H_{\text{мод}}^{\gamma}$ нормальных высот H^{γ} и

нормальных высот $H_{\text{Мод}}^{\gamma}$, вычисленных до уточнения модельных значений аномалий высоты.

При использовании в качестве основы модели EGM2008 получены схожие результаты (таблица 7). Точность нормальных высот $H_{\text{аппр}}^{\gamma\text{Мод}}$ существенно выше точности нормальных высот $H_{\text{Мод}}^{\gamma}$.

Таблица 7

Сравнение нормальных высот определяемых пунктов при использовании модели EGM2008.

Кол. исх. пунктов	Определяемый пункт	H^{γ} (м)	$H_{\text{Мод}}^{\gamma}$ (м)	$\Delta H_{\text{Мод}}^{\gamma}$ (м)	$H_{\text{аппр}}^{\gamma\text{Мод}}$ (м)	$\Delta H_{\text{аппр}}^{\gamma\text{Мод}}$ (м)
8	Гогланд	4,921	4,875	0,046	4,931	0,010
7	Гогланд	4,921	4,875	0,046	4,925	0,004
	Кронштадт	3,021	3,148	-0,127	3,032	0,011
6	Гогланд	4,921	4,875	0,046	4,925	0,004
	Кронштадт	3,021	3,148	-0,127	3,032	0,011
	Выборг гр.рп.1860	9,129	9,167	-0,038	9,131	0,002

Чтобы определить эффективность разработанной технологии и подобранной функции аппроксимации, выполнено аппроксимирование разностей аномалий высоты с использованием сглаживающих дифференциальных сплайнов второго порядка. Количество исходных пунктов выбрано как и при реализации разработанной технологии. Гогланд, Кронштадт и Выборг 1860 поочередно переводились из разряда исходных в разряд определяемых пунктов. При использовании данных модели ЦНИИГАиК и модели EGM2008 были получены аппроксимированные значения разностей аномалий высоты $\Delta\zeta_{\text{Ц}}^{\text{С}}$ и $\Delta\zeta_{\text{Е}}^{\text{С}}$ для определяемых пунктов, и по формуле 6 вычислены значения нормальных высот определяемых пунктов $H_{\text{С}}^{\gamma\text{Ц}}$ и $H_{\text{С}}^{\gamma\text{Е}}$.

В таблице 8 показаны нормальные высоты H^{γ} , полученные из геометрического нивелирования, нормальные высоты $H_{\text{Т}}^{\gamma\text{Ц}}$ и $H_{\text{Т}}^{\gamma\text{Е}}$, вычисленные при использовании разработанной технологии, и нормальные высоты $H_{\text{С}}^{\gamma\text{Ц}}$ и $H_{\text{С}}^{\gamma\text{Е}}$,

определенные с применением сплайн-функций. Кроме этого, в таблице приведены значения разности высот $\Delta H_T^{\gamma_{\text{ц}}}$, $\Delta H_T^{\gamma_{\text{E}}}$ (разность нормальных высот H^{γ} и высот $H_T^{\gamma_{\text{ц}}}$ и $H_T^{\gamma_{\text{E}}}$ соответственно) и разности высот $\Delta H_{\text{с}}^{\gamma_{\text{ц}}}$ и $\Delta H_{\text{с}}^{\gamma_{\text{E}}}$ (разность нормальных высот H^{γ} и высот $H_{\text{с}}^{\gamma_{\text{ц}}}$ и $H_{\text{с}}^{\gamma_{\text{E}}}$).

Таблица 8

Сравнение нормальных высот, полученных в результате аппроксимирования разностей аномалий высоты различными функциями – усеченным рядом Тейлора и сплайн-функцией.

Кол исх. пун	Назв. пункта	H^{γ} (м)	$H_T^{\gamma_{\text{ц}}}$ (м)	$\Delta H_T^{\gamma_{\text{ц}}}$ (м)	$H_T^{\gamma_{\text{E}}}$ (м)	$\Delta H_T^{\gamma_{\text{E}}}$ (м)	$H_{\text{с}}^{\gamma_{\text{ц}}}$ (м)	$\Delta H_{\text{с}}^{\gamma_{\text{ц}}}$ (м)	$H_{\text{с}}^{\gamma_{\text{E}}}$ (м)	$\Delta H_{\text{с}}^{\gamma_{\text{E}}}$ (м)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
8	Гогланд	4,921	4,929	0,008	4,931	0,010	4,963	-0,042	4,941	-0,020
7	Гогланд	4,921	4,925	0,004	4,925	0,004	4,956	-0,035	4,933	-0,012
	Крон- штадт	3,021	3,028	0,007	3,032	0,011	3,030	-0,009	3,030	-0,009
6	Гогланд	4,921	4,925	0,004	4,925	0,004	4,974	-0,053	4,917	0,004
	Крон- штадт	3,021	3,029	0,008	3,032	0,011	3,029	-0,008	3,031	-0,010
	Выборг 1860	9,129	9,133	0,004	9,131	0,002	9,128	0,001	9,131	-0,002
m (м)	-	-	0,006	-	0,008	-	0,031	-	0,011	-

Применение сглаживающих дифференциальных сплайнов второго порядка для аппроксимации разностей аномалии высоты позволило существенно повысить точность определения нормальных высот. Однако применение разработанной технологии для акватории Финского залива даёт более высокую точность определения нормальных высот. Среднеквадратическая погрешность определения нормальных высот $H_T^{\gamma_{\text{ц}}}$ составила 0,006 м, а нормальных высот $H_T^{\gamma_{\text{E}}}$ – 0,008 м. Среднеквадратическая погрешность определения высот $H_{\text{с}}^{\gamma_{\text{ц}}}$ оказалась

равна 0,031 м, высот же $H_c^{YE} - 0,011$ м. То есть точность аппроксимации при использовании подобранного усеченного ряда Тейлора выше.

Тот факт, что точность аппроксимации при использовании усеченного ряда Тейлора выше, чем при применении сплайнов второго порядка, объясняется следующим. Сплайны являются универсальной функцией аппроксимации для любых районов и конфигурации сети исходных пунктов. Причем сплайны хорошо работают на квадратных (прямоугольных) территориях. Имеющаяся же сеть исходных пунктов в акватории Финского залива вытянута по долготе (ординате). Реализуя разработанную технологию, была сконструирована оптимальная функция аппроксимации именно для данного региона и имеющихся пунктов, как исходных, так и определяемых. При работе на других морях или в других регионах вид функции аппроксимации (вид усеченного ряда Тейлора) может быть иным, но какой именно это будет вид, можно будет сказать, выполнив исследования по предложенной и разработанной автором технологии.

Обобщив изложенное, можно сделать следующие выводы. Разработанная и предложенная автором технология позволяет существенно повысить точность определения нормальных высот реперов морских уровенных постов. Даже при семи исходных пунктах удастся уточнить модельные значения аномалии высоты исходных моделей. Наилучшие результаты получены при использовании в качестве функции аппроксимации усеченного ряда Тейлора с дополнительным членом второго порядка по ординате. Уточненные модельные значения аномалии высоты исходных моделей получаются довольно схожими. Нормальные высоты реперов, вычисленные в результате применения разработанной технологии, имеют более высокую точность, чем нормальные высоты, определенные с использованием сплайн-функций.

Применяя разработанную и предложенную технологию, можно получать нормальные высоты тех пунктов, для которых невозможно проведение геометрического нивелирования, то есть для пунктов, расположенных на удаленных от материка островах. При этом, как показывает выполненный численный эксперимент, удастся существенно уменьшить погрешности

определения нормальных высот, связанные с ошибками определения модельных значений аномалии высоты.

Стоит подчеркнуть, что достаточно один раз в конкретном регионе подобрать оптимальный вид функции аппроксимации (усеченный ряд Тейлора) и получить значения неизвестных коэффициентов. Впоследствии нет необходимости специально проводить дорогостоящие работы, связанные с построением больших геодезических сетей и выполнять нивелирование каждого пункта сети. Однако при появлении в регионе новых пунктов, на которых вычислена нормальная и геодезическая высота, всегда можно выполнить повторное аппроксимирование и получить уточненные значения неизвестных коэффициентов (параметров поверхностей, уточняющих рассмотренные модели).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В процессе своей научно-практической деятельности в Государственном океанографическом научно-исследовательском институте и в процессе написания диссертации автор решил ряд практических и научных задач.

Создана сеть реперов морских уровенных постов, расположенных на акватории Финского залива. Эта сеть является важной и неотъемлемой частью системы наблюдений за уровнем моря. Выполнен сравнительный анализ модели аномалии высоты ЦНИИГАиК и модели аномалии высоты EGM2008 применительно к акватории Финского залива Балтийского моря. Теоретически разработана и практически проверена применительно к акватории Финского залива технология определения нормальных высот с использованием спутникового метода. Получены аналитические соотношения, являющиеся теоретической основой для построения поверхностей, уточняющих модель ЦНИИГАиК и модель EGM2008, получены параметры данных поверхностей.

Разработанная технология внесла вклад в совершенствование высотной основы морских уровенных постов, обеспечив с необходимой точностью передачу нормальных высот на удаленные от материка острова. На основе разработанной технологии получена нормальная высота репера, расположенного на удаленном от материка острове Гогланд.

На защиту автор выносит следующие результаты.

1. Результаты сравнительного анализа модели ЦНИИГАиК и модели EGM2008 применительно к акватории Финского залива Балтийского моря.
2. Технология определения нормальных высот с использованием спутникового метода.
3. Аналитические соотношения, являющиеся теоретической основой для построения поверхностей, уточняющих модель ЦНИИГАиК и модель EGM2008 на акваторию Финского залива.
4. Параметры поверхностей, уточняющих рассмотренные модели.
5. Результат определения нормальной высоты репера, расположенного на острове Гогланд, на основе предложенной технологии.

Содержание диссертации опубликовано в следующих работах.

1. Остроумов В. З., Остроумов Л. В., Шануров Г. А. Спутниковые наблюдения на реперах морских уровенных постов в акватории Финского залива // ГЕОПРОФИ. – М.: Проспект, 2009, № 1 с. 23-28.
2. Остроумов В. З., Остроумов Л. В. Разработка системы геодезического обеспечения высот морской прибрежной наблюдательной уровенной сети России на основе применения глобальной навигационной спутниковой аппаратуры GPS/ГЛОНАСС // Труды государственного океанографического института, исследования океанов и морей, выпуск № 210. - М.: Гидрометеиздат, 2007, с 182-194.
3. Остроумов Л. В., Сравнение результатов определения высот пунктов геодезической сети на Северо–Западном побережье Каспийского моря из геометрического и спутникового нивелирования // Известия ВУЗов. Геодезия и аэрофотосъемка. - М.: МИИГАиК, 2007, №6.
4. Остроумов Л. В., Шануров Г. А. Результаты спутниковых наблюдений на реперах морских уровенных постов, расположенных вблизи акватории Финского залива // Тезисы доклада на 4-й международной научно–

практической конференции «Геопространственные технологии и сферы их применения», проводимой в рамках международного форума «GEOFORM+» – Москва, Информационное агентство «Гром», 2008, с. 23–25.

5. Шануров Г. А., Остроумов Л. В. О влиянии геометрии спутниковых наблюдений на погрешности определения координат пунктов опорной геодезической сети. Научно–технический журнал по геодезии, картографии и навигации // ГЕОПРОФИ. – М.: Проспект, 2008, № 2, с. 57-60.
6. Шануров Г. А., Остроумов Л. В., Розанова А. А. Повышение точности определения нормальных высот, полученных на основе использования глобальных навигационных спутниковых систем // Известия ВУЗов. Геодезия и аэрофотосъемка. -М.: МИИГАиК, 2009, №4, с.30-36.
7. Шануров Г. А., Остроумов Л. В., Соколов В. А. Современные спутниковые системы GPS/ГЛОНАСС и их применение в организациях Росгидромета при производстве гидрологических изысканий: существующая практика и пути внедрения // Труды государственного океанографического института, исследования океанов и морей, выпуск № 211, М., 2008. с. 408–417.