

**ЧАН КУАНГ ХОК**

**РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ СОЗДАНИЯ ОПОРНЫХ СЕТЕЙ  
ПРИ СТРОИТЕЛЬСТВЕ МОСТОВ БОЛЬШОЙ  
ПРОТЯЖЕННОСТИ В ГОРНЫХ РАЙОНАХ**

**Специальность: 25.00.32 – Геодезия**

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

**Москва 2012**

Диссертация выполнена на кафедре прикладной геодезии Московского государственного университета геодезии и картографии (МИИГАиК)

**Научный руководитель:** доктор технических наук, профессор  
Клюшин Евгений Борисович

**Официальные оппоненты:** Пимшин Юрий Иванович  
доктор технических наук, профессор,  
Ростовский государственный строительный  
университет, профессор, заведующий кафедрой  
прикладной геодезии

Голубев Владимир Викторович  
кандидат технических наук, профессор,  
декан факультета экономики и  
управления территориями МИИГАиК

**Ведущая организация:** Московский государственный университет  
путей сообщения (МИИТ)

Защита состоится « \_\_\_\_ » декабря 2012 г. в \_\_\_\_ часов на заседании диссертационного совета Д.212.143.03 в Московском государственном университете геодезии и картографии (МИИГАиК) по адресу: 105064 Москва, Гороховский пер., 4, зал заседания Ученого совета.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Московского государственного университета геодезии и картографии (МИИГАиК).

Автореферат разослан « \_\_\_\_ » ноября 2012 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета  Климков Юрий Михайлович

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** В настоящее время в геодезическом производстве широко используются спутниковые геодезические приемники. Основным их назначением является высокоточное определение приращений геоцентрических координат. Строительство мостов, как и строительство любых других сооружений, требует создания опорной геодезической сети. Опорные геодезические сети определяют и закрепляют положение центров мостовых опор и других элементов моста, служат для детальной разбивки опор и монтажа пролетных строений, а также для наблюдений за деформациями сооружений. Применение методов определения местоположения по сигналам глобальных навигационных спутниковых систем GPS и ГЛОНАСС (ГНСС) для инженерно-геодезических работ началось во Вьетнаме в начале 2000 годов, но для инженерно-геодезических опорных сетей при строительстве мостов большой протяженности в горных районах эти методы определения местоположения применялись до сегодняшнего момента очень редко.

Сложность заключается в том, что высокая точность определения разностей координат пунктов соблюдается лишь в декартовой геодезической системе координат ПЗ-90 или WGS-84, а геодезические сети создаются часто в местной системе. Как показано в данной диссертации, переход из систем координат спутниковых навигационных систем ПЗ-90 или WGS-84 сопровождается дополнительными погрешностями. Более того, разбивочные работы при строительстве мостов выполняются с использованием электронных тахеометров, которые устанавливаются в рабочее положение по уровню, так же как и спутниковые приемники. При высокоточных работах необходимо учитывать не только кривизну Земли, но и геодезическую высоту строящегося объекта.

Данная диссертация посвящена исследованиям создания опорных сетей при строительстве мостов большой протяженности в горных районах, а также обработке результатов спутниковых измерений в опорных сетях, преобразованию координат из системы координат WGS-84 или ПЗ-90 в местную систему координат, оценке точности вычисленных приращений координат в плоские прямоугольные координаты.

**Цель работы.** Основной целью работы является разработка методики обработки результатов измерений при создании опорных сетей для строительства

мостов большой протяженности в горных районах.

#### **Научная новизна работы.**

1. Обоснован выбор поверхности относимости при создании геодезических опорных сетей для строительства мостов большой протяженности в горных районах.

2. Модернизирован метод преобразования координат из системы WGS-84 или ПЗ-90 в местную систему координат при создании геодезических опорных сетей для строительства крупных инженерных объектов.

3. Доказано, что разности координат опорного пункта до 400 м практически не искажают преобразованные приращения координат в проекции Гаусса-Крюгера.

4. Разработаны компьютерные программы преобразования координат в местную систему координат.

**Практическая значимость.** Повышение точности преобразованных координат опорных сетей при строительстве мостов большой протяженности в горных районах по результатам спутниковых измерений.

**Апробация работы.** Работа обсуждалась на научных семинарах кафедры прикладной геодезии, её результаты обсуждались на научных конференциях студентов, аспирантов и молодых ученых МИИГАиК в 2010, 2011 и 2012 гг., основное содержание диссертации опубликовано в двух статьях в журналах, рекомендованных ВАК РФ.

**Структура и объем диссертации.** Диссертационная работа состоит из введения, трех разделов с подразделами, заключения и списка литературы. Общий объем работы – 123 стр. Диссертация содержит 22 таблицы и 36 рисунков. Список литературы составляет 61 наименование.

## **ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

**Во введении** обоснована актуальность исследований, определена цель работы и сформулированы основные направления исследований.

**Первая глава «Особенности геодезических работ при строительстве мостов».** Выполнен детальный обзор наиболее сложных объектов современного строительства уникальных мостов в мире и во Вьетнаме. В качестве примеров приведены наиболее выдающиеся вантовые мосты большой протяженности.

Приведенный обзор наиболее крупных и ответственных объектов убедительно показывает тенденцию развития создания новых сооружений, которые становятся все выше и протяженнее, а при строительстве к геодезическому обеспечению предъявляются все более жесткие точностные требования.

Рассмотрены сведения о плановых и высотных геодезических сетях, используемых при строительстве мостов.

Рассмотрены основные спутниковые методы измерений, а также дано подробное описание спутниковых систем NAVSTAR GPS. Приводится описание основных методов спутниковых измерений. Рассмотрены основные источники ошибок спутниковых наблюдений и поправки, вводимые в результаты измерений.

**Вторая глава. «Разработка методики создания опорной сети при строительстве мостов большой протяженности в горных районах».** Рассмотрены вопросы создания опорной сети при строительстве мостов большой протяженности в горных районах.

Строительные нормы и правила требуют, чтобы координаты центров опор определялись со средними квадратическими ошибками не более 12 мм, а средние квадратические ошибки координат пунктов геодезической сети не превышали 6 мм.

Как только ось мостового перехода выбрана и закреплена пунктами на местности, положение мостового перехода на местности не изменяется. Это означает, что для строительства моста координаты, закрепляющие ось мостового перехода, являются абсолютными и безошибочными. Вследствие этого оценке точности подлежат лишь разности координат на величину одного пролета моста, т.е. взаимное положение двух смежных центров мостовых опор. В некоторых случаях, например, при строительстве вантовых мостов, происходит наращивание большого числа секций, поэтому необходимо указать допустимую величину накопления ошибок монтажа, а современные своды правил (СП) не учитывают специфику строительства вантовых мостов.

При создании опорной сети с применением спутниковых методов измерений следует иметь в виду, что в районе строительства применяется местная система координат и местная поверхность относимости результатов измерений в соответствии с высотами в районе строительства.

Требования, которые необходимо соблюдать при создании опорных сетей при строительстве мостов, заключаются в следующем:

- 1) на пунктах должны быть обеспечены нормальные условия для выполнения качественных измерений;

2) необходимо обеспечить сохранность и устойчивость пунктов сети в течение длительного времени;

3) необходимо обеспечить беспрепятственное использование пунктов сети для выполнения разбивочных работ;

4) схема сети должна предусматривать необходимое количество избыточных измерений для целей контроля полевых измерений и последующего уравнивания;

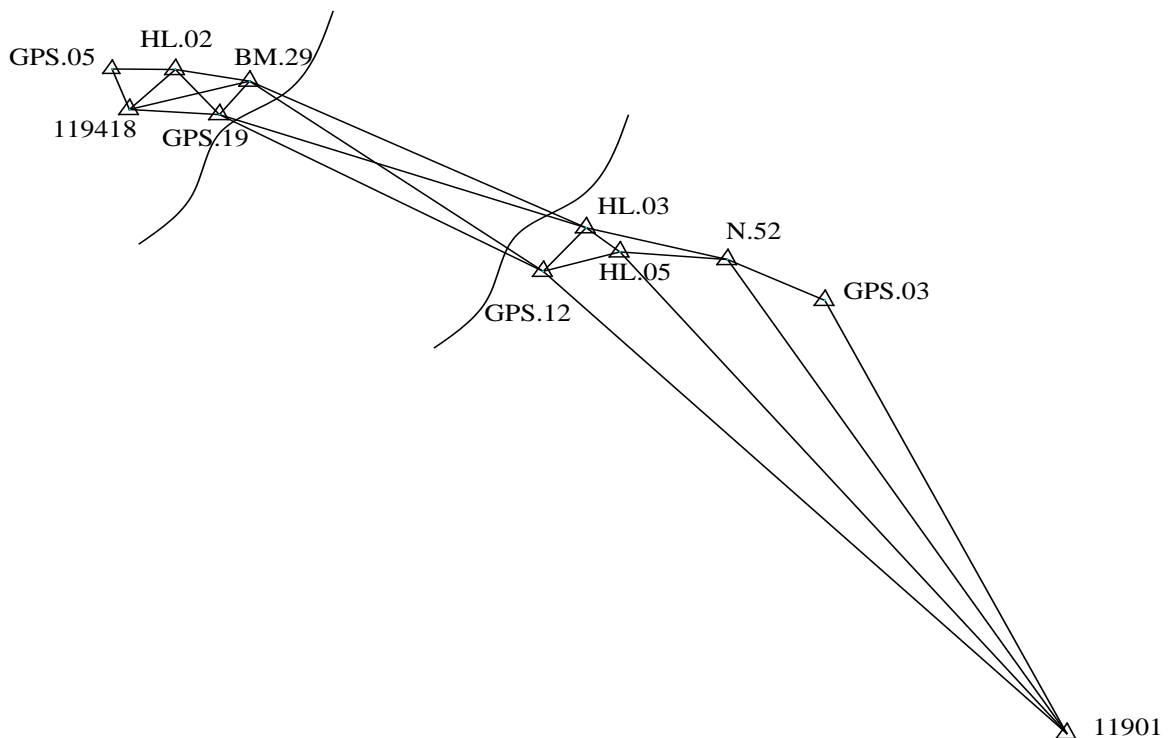
5) схема сети должна обеспечивать определение приращений координат пунктов сети с требуемой точностью;

б) сеть должна быть экономически эффективной.

При построении опорных сетей методом спутниковых измерений необходимо максимально использовать то обстоятельство, что точность определения приращений координат в сети практически не зависит от геометрии сети и, кроме того, не требуется обеспечивать видимость между смежными пунктами, если этого не требует технология выполнения разбивочных работ. Это позволяет при проектировании опорных сетей предусматривать переход координат непосредственно с исходных пунктов сети на определяемые пункты.

При создании опорных сетей следует иметь в виду, что существуют два требования по обеспечению точности определяемых пунктов.

Во-первых, для некоторых сетей необходимо в первую очередь обеспечить требуемую точность определения координат пунктов относительно исходных пунктов. Один из вариантов создания опорной сети приведен на рис. 1.



*Рисунок 1. Схема разбивочной сети мостового перехода*

Измерения на пунктах сети выполнялись в режиме статика при длительности измерений в сеансах от 45 мин до одного часа. Расстояния в сети колебались от 300 до 1500 м. Анализ показал высокую точность измерений в сети, выполненных спутниковым методом. Максимальное значение невязок по приращениям координат –7 мм. Вычисленная по невязкам в треугольниках средняя квадратическая погрешность измерения одного приращения координат составила 5,0 мм. После уравнивания средняя квадратическая погрешность приращения координат – 4,0 мм.

При разработке проекта сети необходим предварительный расчет ожидаемой точности определения взаимного положения пунктов, как наиболее важной характеристики данного вида сетей. Точность взаимного положения пунктов зависит как от точности измерений, так и от закономерностей накопления ошибок измерений в сети, выражающихся в получаемых невязках по приращениям координат.

При этом целесообразно выполнять исследования по определению оптимального количества полевых измерений в сети с целью достижения требуемой точности взаимного положения пунктов, особенно для пунктов, между которыми не выполнялись измерения. Для этого обычно разрабатывают методику измерений, подтвержденную результатами натурных измерений.

**Третья глава. «Разработка методики обработки опорной сети при строительстве мостов большой протяженности в горных районах».** В данной главе разработана методика обработки опорной сети при строительстве мостов большой протяженности в горных районах.

Основные трудности преобразования результатов спутниковых измерений заключаются в том, что в геодезии нет единой трехмерной системы координат. В геодезии используется двумерная система координат: геодезическая широта и долгота на отсчетном эллипсоиде  $B, L$  или  $x, y$  в проекции Гаусса-Крюгера или UTM. Эти две координаты связаны с центром Земли через эллипсоид, а третья координата – высота не связана ни с центром Земли, ни с началом координат.

Высота отсчитывается от поверхности квазигеоида. Формулы связи декартовых и эллипсоидальных координат имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} X &= (N + H_G) \cos B \cos L; \\ Y &= (N + H_G) \cos B \sin L; \\ Z &= (N + H_G) \sin B - e^2 N \sin B, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}}$  – радиус кривизны первого вертикала;  $H_G = H_H + \zeta$ ;

$H_G$  – геодезическая высота;  $H^N$  – нормальная высота;  $\zeta$  – высота квазигеоида над отсчетным эллипсоидом.

Если сопоставлять результаты спутниковых измерений в декартовой системе координат с комбинацией систем координат, принятых в геодезии, то без потери точности это сделать невозможно, так как высота квазигеоида над эллипсоидом, как правило, известна приблизительно.

В инженерной геодезии имеются рекомендации использовать вспомогательную поверхность относимости при строительстве крупных инженерных объектов. Это связано с тем, что расстояния, вычисленные по координатам, которые отнесены к поверхности референц-эллипсоида, не равны расстояниям, измеренным между этим же пунктами на геодезической высоте  $H$ , и отличаются на величину

$$\Delta S_i = \frac{(H_i - H_0) S_i}{R}, \quad (2)$$

где  $S_i$  – длина линии;  $H_i$  – геодезическая высота объекта;  $H_0$  – высота поверхности относимости;  $R$  – радиус Земли.

На эти расхождения между длинами на поверхности отсчетного эллипсоида и на средней высоте строительной площадки обращено внимание проф. Огородовой Л.В. и предложено использовать вспомогательный эллипсоид для введения поправок в длины линий, измеренные углы, азимуты и превышения. Однако вопросы переноса координат на вспомогательную поверхность не рассмотрены. В данной диссертации приводится решение этой задачи.

В табл. 1 приведены результаты расчетов расхождений в расстояниях  $\Delta S_i$ , а на рис. 2 приведены графики этих величин.



Таблица 1

| № | $S$ , м | $\Delta H$ , м | $\Delta S$ , м |
|---|---------|----------------|----------------|
| 1 | 500     | 100            | 0,01           |
| 2 | 1000    | 200            | 0,03           |
| 3 | 2000    | 300            | 0,09           |
| 4 | 3000    | 500            | 0,24           |
| 5 | 4000    | 1000           | 0,63           |
| 6 | 5000    | 1500           | 1,18           |

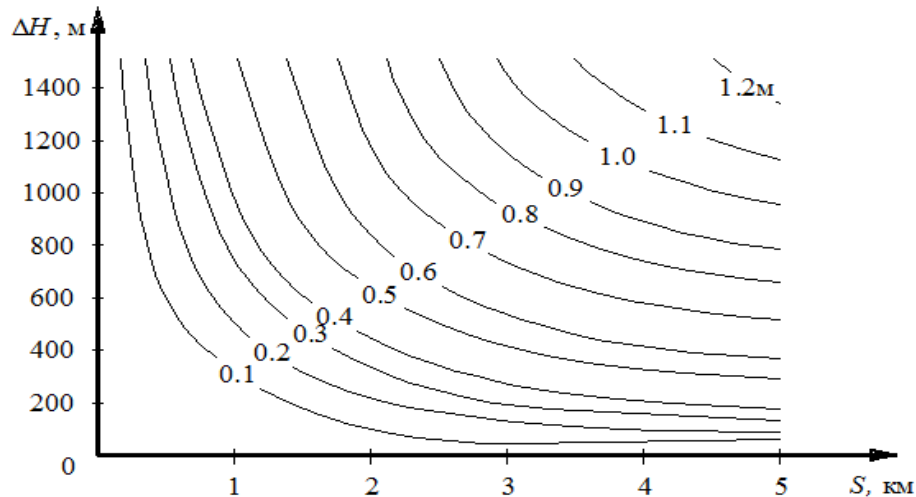


Рисунок 2. График влияния высоты на искажения расстояний

Такие существенные расхождения недопустимы при высокоточных геодезических работах. В научной литературе рекомендуют вычислять редуционные поправки в расстояния, но нет рекомендаций по методике редуцирования координат пунктов. Следовательно, для результатов спутниковых измерений необходимо разработать методику вычисления редуционных поправок или методику вычисления координат на новой поверхности относимости.

Результаты измерений, выполненных с помощью спутниковых навигационных систем GPS и ГЛОНАСС, представлены в системе прямоугольных геоцентрических пространственных координат. При этом в системе GPS используется координатная система WGS-84, а в системе ГЛОНАСС – координатная система ПЗ-90. Координаты пунктов геодезических сетей могут быть представлены системами координат СК-42, СК-63, СК-95 в России, HN-72, VN-2000 во Вьетнаме или в системе местных (локальных) координат.

Для того чтобы поверхность относимости проходила через выбранную высоту, целесообразно в формулах вычисления координат  $x$  и  $y$  в проекции Гаусса-Крюгера использовать не параметры эллипсоида Красовского, а параметры от-

счетного эллипсоида с полуосями  $a'$  и  $b'$ , причем:

$$a' = ak; \quad b' = bk, \quad (3)$$

где  $a$  и  $b$  – большая и малая полуоси эллипсоида Красовского,  $k$  – масштабный коэффициент,  $k = 1 + \frac{H_{cp}}{R}$ . При этом остаются без изменения первый и второй эксцентриситеты  $e^2$  и  $e'^2$  и все расчетные формулы Гаусса-Крюгера.

Для задач инженерной геодезии преобразование координат из WGS-84 или ПЗ-90 в систему координат строящегося объекта целесообразно производить по схеме, представленной на рис. 3.

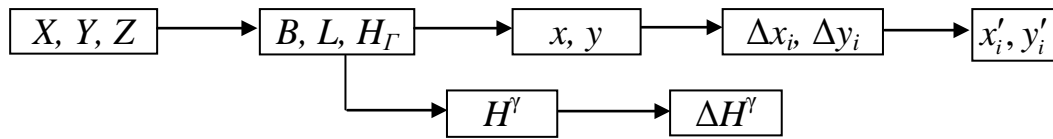


Рисунок 3. Схема преобразования координат

Это выгодно в связи с тем, что при вычислениях широты  $B$  и долготы  $L$ , а затем и координат в проекции Гаусса-Крюгера, не требуется знания аномалии высоты, и эта ошибка не оказывает влияния на вычисляемые координаты. Однако необходимо выполнить исследования влияния ошибок измерений на преобразованные приращения координат. Переход от геоцентрических координат  $X, Y, Z$  к геодезическим координатам  $B, L, H$  выполняется следующим образом:

$$\operatorname{tg}L = \frac{Y}{X}; \quad \operatorname{tg}B = \frac{Z}{R} + \frac{e^2 N \sin B}{R}; \quad H = R \cos B + Z \sin B - a \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}, \quad (4)$$

где  $R = \sqrt{X^2 + Y^2}$ ;  $N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}}$  – радиус кривизны первого вертикала.

После определения широты  $B$  вычисляется радиус кривизны первого вертикала  $N$ , а затем, если это необходимо, вычисляется геодезическая высота  $H$  и координаты в проекции Гаусса-Крюгера  $x, y$  по геодезическим координатам  $B, L$ :

$$x = X_0 + \frac{l^2}{2} N \cos B \sin B + \frac{l^4}{24} N \cos^3 B \sin B (5 - t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4) + \frac{l^6}{720} N \cos^5 B \sin B (61 - 58t^2 + t^4 + 270\eta^2 - 330\eta^2 t^2 + \dots); \quad (5)$$

$$y = lN \cos B + \frac{l^3}{6} N \cos^3 B (1 - t^2 + \eta^2) + \frac{l^5}{120} N \cos^5 B (5 - 18t^2 + t^4 + 14\eta^2 - 58\eta^2 t^2 + 13\eta^4 - 64\eta^4 t^2) + \dots, \quad (6)$$

где  $X_0 = a_0 B - \frac{a_2}{2} \sin 2B + \frac{a_4}{4} \sin 4B - \frac{a_6}{6} \sin 6B + \frac{a_8}{8} \sin 8B$ ;  $t = \operatorname{tg} B$ ;  $l = L - L_0$ ;

$$\eta = e' \cos B; m_0 = a(1 - e^2); m_2 = \frac{3}{2} e^2 m_0; m_4 = \frac{5}{4} e^2 m_2; m_6 = \frac{7}{6} e^2 m_4; m_8 = \frac{9}{8} e^2 m_6;$$

$$a_0 = m_0 + \frac{1}{2} m_2 + \frac{3}{8} m_4 + \frac{5}{16} m_6 + \frac{35}{128} m_8; a_2 = \frac{1}{2} m_2 + \frac{1}{2} m_4 + \frac{5}{32} m_6 + \frac{7}{16} m_8;$$

$$a_4 = \frac{1}{8} m_4 + \frac{3}{16} m_6 + \frac{7}{32} m_8; a_6 = \frac{1}{32} m_6 + \frac{1}{16} m_8; a_8 = \frac{1}{128} m_8; B \text{ и } l \text{ выражены в радианах.}$$

По вычисленным координатам пунктов вычисляют разности координат между пунктами  $\Delta x_i, \Delta y_i$ .

В инженерно-геодезических работах обычно используются местные системы координат с плоскими прямоугольными координатами  $x, y$  и нормальные высоты  $H$ . При выполнении спутниковых измерений возникает необходимость преобразования координат из системы координат WGS-84 или ПЗ-90 в местную.

Упростим формулы (5) и (6) без ущерба для оценки точности:

$$x = D + \frac{N}{2\rho^2} l''^2 \sin B \cos B; \quad (7)$$

$$y = \frac{l''}{\rho} N \cos B, \quad (8)$$

где  $D$  – длина дуги меридиана, причем:

$$D = a(1 - e^2) \left( A_d \frac{B''}{\rho} - \frac{B_d}{2} \sin 2B + \frac{C_d}{4} \sin 4B - \dots \right); \quad (9)$$

$$A_d = 1 + \frac{3}{4} e^2 + \frac{45}{64} e^4 + \dots; B_d = \frac{3}{4} e^2 + \frac{15}{16} e^4 + \dots; C_d = \frac{15}{64} e^4 + \dots;$$

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}}. \quad (10)$$

Выполнив дифференцирование (7) и (8), получаем:

$$dx = dD + \frac{l^2}{4\rho^2} \sin 2B dN + \frac{Nl}{2\rho} \sin 2B \frac{dl}{\rho} + \frac{Nl^2}{2\rho^2} \cos 2B \frac{dB}{\rho}; \quad (11)$$

$$dy = N \cos B \frac{dl}{\rho} - \frac{Nl}{\rho} \sin B \frac{dB}{\rho} + \frac{l}{\rho} \cos B dN. \quad (12)$$

Для нахождения зависимости дифференциала широты от изменений декартовых геоцентрических координат используем формулу Боуринга:

$$\operatorname{tg} B = \frac{Z(r^3 + be'^2 Z^2)}{R(r^3 - be^2(1 - e^2)R^2)}, \quad (13)$$

где  $e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$ ;  $e'^2 = \frac{e^2}{1 - e^2}$ ;  $r = \sqrt{Z^2 + (X^2 + Y^2)(1 - e^2)}$ ;

$b = a\sqrt{1 - e^2}$ ;  $R = \sqrt{X^2 + Y^2} = (N + H) \cos B$ .

Для оценки точности формулу (13) можно упростить:

$$\operatorname{tg} B_1 \approx \frac{Z_1}{\sqrt{X_1^2 + Y_1^2}} = \frac{Z_1}{R_1}. \quad (14)$$

Так как  $\frac{r^3 + be'^2 Z^2}{r^3 - be^2(1 - e^2)R^2} = \frac{1 + \frac{be'^2 Z^2}{r^3}}{1 - \frac{be^2(1 - e^2)R^2}{r^3}} = 1,005 \approx 1$ , то это выражение

практически не влияет на оценку точности.

Дифференцируя (14), получим:

$$\frac{dB_1}{\rho} = -\frac{X_1 Z_1}{R_1^3} \cos^2 B_1 dX_1 - \frac{Y_1 Z_1}{R_1^3} \cos^2 B_1 dY_1 + \frac{\cos^2 B_1}{R_1} dZ_1. \quad (15)$$

Для определения зависимости дифференциала долготы  $dl$  от дифференциалов декартовых координат дифференцируем  $\operatorname{tg} L$  (4):

$$\frac{dL}{\rho} = \frac{dl}{\rho} = \frac{\cos^2 L}{X} dY - \frac{Y \cos^2 L}{X^2} dX. \quad (16)$$

Радиус кривизны первого вертикала слабо зависит от широты, и для оценки точности его ошибкой можно пренебречь:  $N \approx a$ . (17)

Выполняя оценку точности координат в проекции Гаусса-Крюгера и учитывая (11) и (12), можно записать

$$dx = dD = \frac{adB''}{\rho}; \quad (18)$$

$$dy = \frac{dl''}{\rho} N \cos B. \quad (19)$$

Следовательно, с учетом (15), (16) дифференциалы (18) и (19) имеют вид:

$$dx_1 = -\frac{aX_1 Z_1}{R_1^3} \cos^2 B_1 dX_1 - \frac{aY_1 Z_1}{R_1^3} \cos^2 B_1 dY_1 + \frac{a \cos^2 B_1}{R_1} dZ_1, \quad (20)$$

а с учетом (14)

$$dy_1 = \frac{a \cos B_1 \cos^2 L_1}{X_1} dY_1 - \frac{aY_1 \cos B_1 \cos^2 L_1}{X_1^2} dX_1. \quad (21)$$

Координаты второго пункта  $x_2, y_2$  вычисляются через координаты первого пункта  $x_1, y_1$  и приращения координат  $\Delta x, \Delta y$ :

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= x_1 + \Delta x \\ y_2 &= y_1 + \Delta y \end{aligned} \right\}. \quad (22)$$

Для второго пункта дифференциалы  $dx_2$  и  $dy_2$  имеют вид:

$$dx_2 = -\frac{aX_2Z_2}{R_2^3} \cos^2 B_2 dX_2 - \frac{aY_2Z_2}{R_2^3} \cos^2 B_2 dY_2 + \frac{a \cos^2 B_2}{R_2} dZ_2; \quad (23)$$

$$dy_2 = \frac{a \cos B_2 \cos^2 L_2}{X_2} dY_2 - \frac{aY_2 \cos B_2 \cos^2 L_2}{X_2^2} dX_2. \quad (24)$$

Следовательно, дифференцируя разности координат в проекции Гаусса-Крюгера, получим:

$$\begin{aligned} d\Delta x &= dx_2 - dx_1 = -a \left( \frac{X_2Z_2}{R_2^3} \cos^2 B_2 - \frac{X_1Z_1}{R_1^3} \cos^2 B_1 \right) dX_1 - \\ &- a \left( \frac{Y_2Z_2}{R_2^3} \cos^2 B_2 - \frac{Y_1Z_1}{R_1^3} \cos^2 B_1 \right) dY_1 + a \left( \frac{\cos^2 B_2}{R_2} - \frac{\cos^2 B_1}{R_1} \right) dZ_1 - \\ &- \frac{aX_2Z_2}{R_2^3} \cos^2 B_2 d\Delta X - \frac{aY_2Z_2}{R_2^3} \cos^2 B_2 d\Delta Y + \frac{a \cos^2 B_2}{R_2} d\Delta Z; \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} d\Delta y &= dy_2 - dy_1 = a \left( \frac{\cos B_2 \cos^2 L_2}{X_2} - \frac{\cos B_1 \cos^2 L_1}{X_1} \right) dY_1 - \\ &- a \left( \frac{Y_2 \cos B_2 \cos^2 L_2}{X_2^2} - \frac{Y_1 \cos B_1 \cos^2 L_1}{X_1^2} \right) dX_1 + \\ &+ \frac{a \cos B_2 \cos^2 L_2}{X_2} d\Delta Y - \frac{aY_2 \cos B_2 \cos^2 L_2}{X_2^2} d\Delta X. \end{aligned} \quad (26)$$

Переходя от дифференциалов к конечным приращениям, а от них к средним квадратическим ошибкам, из выражений (25) и (26) получим:

$$\begin{aligned} m_{\Delta x}^2 &= a^2 \left( \frac{X_2Z_2}{R_2^3} \cos^2 B_2 - \frac{X_1Z_1}{R_1^3} \cos^2 B_1 \right)^2 m_{X_1}^2 + a^2 \left( \frac{Y_2Z_2}{R_2^3} \cos^2 B_2 - \frac{Y_1Z_1}{R_1^3} \cos^2 B_1 \right)^2 m_{Y_2}^2 + \\ &+ a^2 \left( \frac{\cos^2 B_2}{R_2} - \frac{\cos^2 B_1}{R_1} \right)^2 m_{Z_1}^2 + \left( \frac{aX_2Z_2}{R_2^3} \cos^2 B_2 \right)^2 m_{\Delta X}^2 + \left( \frac{aY_2Z_2}{R_2^3} \cos^2 B_2 \right)^2 m_{\Delta Y}^2 + \left( \frac{a \cos^2 B_2}{R_2} \right)^2 m_{\Delta Z}^2; \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} m_{\Delta y}^2 &= a^2 \left( \frac{\cos B_2 \cos^2 L_2}{X_2} - \frac{\cos B_1 \cos^2 L_1}{X_1} \right)^2 m_{Y_1}^2 + a^2 \left( \frac{Y_2 \cos B_2 \cos^2 L_2}{X_2^2} - \frac{Y_1 \cos B_1 \cos^2 L_1}{X_1^2} \right)^2 m_{X_1}^2 + \\ &+ a^2 \left( \frac{\cos B_2 \cos^2 L_2}{X_2} \right)^2 m_{\Delta Y}^2 + a^2 \left( \frac{Y_2 \cos B_2 \cos^2 L_2}{X_2^2} \right)^2 m_{\Delta X}^2. \end{aligned} \quad (28)$$

Для случая равноточных определений координат пункта 1 ( $m_{X_1}^2 = m_{Y_1}^2 = m_{Z_1}^2 = m_K^2$ ) и приращений координат ( $m_{\Delta X}^2 = m_{\Delta Y}^2 = m_{\Delta Z}^2 = m_{\Delta}^2$ ) формулы (27) и (28)

запишем в виде:

$$m_{\Delta x}^2 = a^2 \left[ \left( \frac{X_2 Z_2}{R_2^3} \cos^2 B_2 - \frac{X_1 Z_1}{R_1^3} \cos^2 B_1 \right)^2 + \left( \frac{Y_2 Z_2}{R_2^3} \cos^2 B_2 - \frac{Y_1 Z_1}{R_1^3} \cos^2 B_1 \right)^2 + \left( \frac{\cos^2 B_2}{R_2} - \frac{\cos^2 B_1}{R_1} \right)^2 \right] m_K^2 + a^2 \left[ \left( \frac{X_2 Z_2}{R_2^3} \cos^2 B_2 \right)^2 + \left( \frac{Y_2 Z_2}{R_2^3} \cos^2 B_2 \right)^2 + \left( \frac{\cos^2 B_2}{R_2} \right)^2 \right] m_{\Delta}^2; \quad (29)$$

$$m_{\Delta y}^2 = a^2 \left[ \left( \frac{\cos B_2 \cos^2 L_2}{X_2} - \frac{\cos B_1 \cos^2 L_1}{X_1} \right)^2 + \left( \frac{Y_2 \cos B_2 \cos^2 L_2}{X_2^2} - \frac{Y_1 \cos B_1 \cos^2 L_1}{X_1^2} \right)^2 \right] m_K^2 + a^2 \left[ \left( \frac{\cos B_2 \cos^2 L_2}{X_2} \right)^2 + \left( \frac{Y_2 \cos B_2 \cos^2 L_2}{X_2^2} \right)^2 \right] m_{\Delta}^2. \quad (30)$$

Используя приближенное значение широты, выразим  $\cos B_1$  через прямоугольные координаты:

$$\cos B_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 B_1}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{Z_1^2}{X_1^2 + Y_1^2}}} = \frac{\sqrt{X_1^2 + Y_1^2}}{\sqrt{X_1^2 + Y_1^2 + Z_1^2}} = \frac{R_1}{P_1}, \quad (31)$$

где  $R_1 = \sqrt{X_1^2 + Y_1^2}$ ;  $P_1 = \sqrt{X_1^2 + Y_1^2 + Z_1^2}$ ;  $R_2 = \sqrt{X_2^2 + Y_2^2}$ ;  $P_2 = \sqrt{X_2^2 + Y_2^2 + Z_2^2}$ .

Следовательно,

$$\cos B_2 = \frac{\sqrt{X_2^2 + Y_2^2}}{\sqrt{X_2^2 + Y_2^2 + Z_2^2}} = \frac{\sqrt{(X_1 + \Delta X)^2 + (Y_1 + \Delta Y)^2}}{\sqrt{(X_1 + \Delta X)^2 + (Y_1 + \Delta Y)^2 + (Z_1 + \Delta Z)^2}}. \quad (32)$$

Аналогично

$$\cos L_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{Y_1^2}{X_1^2}}} = \frac{X_1}{\sqrt{X_1^2 + Y_1^2}} \text{ и } \cos L_2 = \frac{X_1 + \Delta X}{\sqrt{(X_1 + \Delta X)^2 + (Y_1 + \Delta Y)^2}}.$$

Члены:

$$R_2 = \sqrt{(X_1 + \Delta X)^2 + (Y_1 + \Delta Y)^2} = \sqrt{(X_1^2 + Y_1^2) + 2X_1\Delta X + 2Y_1\Delta Y} = \sqrt{X_1^2 + Y_1^2} \times \sqrt{1 + \frac{2X_1\Delta X + 2Y_1\Delta Y}{(X_1^2 + Y_1^2)}} = \sqrt{X_1^2 + Y_1^2} \left( 1 + \frac{X_1\Delta X + Y_1\Delta Y}{X_1^2 + Y_1^2} \right) = R_1 \left( 1 + \frac{X_1\Delta X + Y_1\Delta Y}{R_1^2} \right). \quad (33)$$

$$P_2 = \sqrt{X_2^2 + Y_2^2 + Z_2^2} = \sqrt{(X_1 + \Delta X)^2 + (Y_1 + \Delta Y)^2 + (Z_1 + \Delta Z)^2} = \sqrt{(X_1^2 + Y_1^2 + Z_1^2) + 2X_1\Delta X + 2Y_1\Delta Y + 2Z_1\Delta Z} = P_1 \left( 1 + \frac{X_1\Delta X + Y_1\Delta Y + Z_1\Delta Z}{P_1^2} \right). \quad (34)$$

Из анализа формулы (27) следует, что

$$a^2 \left[ \left( \frac{X_2 Z_2}{R_2^3} \cos^2 B_2 \right)^2 + \left( \frac{Y_2 Z_2}{R_2^3} \cos^2 B_2 \right)^2 + \left( \frac{\cos^2 B_2}{R_2} \right)^2 \right] \approx 1,0. \quad (35)$$

Например, для средней полосы России  $B_1 = 57^\circ 00' 00''$ ;  $L_1 = 37^\circ 00' 00''$ ;  $H_1 = 150,000$  м; и  $B_2 = 57^\circ 00' 00''$ ;  $L_2 = 37^\circ 02' 00''$ ;  $H_2 = 160,000$  м, что соответствует геоцентрическим координатам:  $X_1 = 2780905,887$  м;  $Y_1 = 2095562,894$  м;  $Z_1 = 5326025,900$  м и  $X_2 = 2779708,007$  м;  $Y_2 = 2097196,806$  м;  $Z_2 = 5326067,834$  м.

Числовые значения малых членов равны:

$$\begin{aligned} \left(\frac{X_2 Z_2}{R_2^3} \cos^2 B_2\right)^2 &= 1,102 \cdot 10^{-14}; \quad \left(\frac{Y_2 Z_2}{R_2^3} \cos^2 B_2\right)^2 = 6,275 \cdot 10^{-15}; \quad \left(\frac{\cos^2 B_2}{R_2}\right)^2 = 7,395 \cdot 10^{-15}; \\ a^2 \left[ \left(\frac{X_2 Z_2}{R_2^3} \cos^2 B_2\right)^2 + \left(\frac{Y_2 Z_2}{R_2^3} \cos^2 B_2\right)^2 + \left(\frac{\cos^2 B_2}{R_2}\right)^2 \right] &= 1,0024 \approx 1,0, \\ a \left( \frac{\cos^2 B_2}{R_2} - \frac{\cos^2 B_1}{R_1} \right) &= 0. \end{aligned} \quad (36)$$

Преобразуем следующее выражение:

$$\begin{aligned} \frac{X_2 Z_2}{R_2^3} \cos^2 B_2 &= \frac{X_2 Z_2}{R_2 P_2} = \frac{(X_1 + \Delta X)(Z_1 + \Delta Z)}{R_1 P_1 \left(1 + \frac{X_1 \Delta X + Y_1 \Delta Y}{R_1}\right) \left(1 + \frac{X_1 \Delta X + Y_1 \Delta Y + Z_1 \Delta Z}{P_1}\right)} = \\ &= \frac{X_1 Z_1 + Z_1 \Delta X + X_1 \Delta Z}{R_1 P_1 \left(1 + \frac{X_1 \Delta X + Y_1 \Delta Y}{R_1^2}\right) \left(1 + \frac{X_1 \Delta X + Y_1 \Delta Y + Z_1 \Delta Z}{P_1^2}\right)}. \end{aligned}$$

Нетрудно убедиться, что

$$\frac{X_1 \Delta X + Y_1 \Delta Y}{R_1^2} \approx 0; \quad \frac{X_1 \Delta X + Y_1 \Delta Y + Z_1 \Delta Z}{P_1^2} \approx 0.$$

Следовательно,  $\frac{X_2 Z_2}{R_2^3} \cos^2 B_2 = \frac{X_1 Z_1}{R_1 P_1} + \frac{Z_1 \Delta X + X_1 \Delta Z}{R_1 P_1}$

$$\text{и } \frac{X_2 Z_2}{R_2^3} \cos^2 B_2 - \frac{X_1 Z_1}{R_1^3} \cos^2 B_1 = \frac{X_1 Z_1}{R_1 P_1} + \frac{Z_1 \Delta X + X_1 \Delta Z}{R_1 P_1} - \frac{X_1 Z_1}{R_1 P_1} = \frac{Z_1 \Delta X + X_1 \Delta Z}{R_1 P_1}. \quad (37)$$

Аналогично получим:

$$\frac{Y_2 Z_2}{R_2^3} \cos^2 B_2 - \frac{Y_1 Z_1}{R_1^3} \cos^2 B_1 = \frac{Y_1 Z_1}{R_1 P_1} + \frac{Z_1 \Delta Y + Y_1 \Delta Z}{R_1 P_1} - \frac{Y_1 Z_1}{R_1 P_1} = \frac{Z_1 \Delta Y + Y_1 \Delta Z}{R_1 P_1}. \quad (38)$$

Из формулы (29) с учетом (31)-(38) получим формулу оценки точности

$$\text{разности плоских координат } m_{\Delta x}: \quad m_{\Delta x} = \sqrt{\frac{S^3}{R^3} m_K^2 + m_{\Delta}^2}, \quad (39)$$

где  $S = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2}$  – расстояние между пунктами;  $R$  – средний радиус

Земли.

Выполняя аналогичные упрощения коэффициентов, входящих в оценку точности разности координат  $m_{\Delta y}$  (30), нетрудно прийти к выводу, что

$$m_{\Delta y} = \sqrt{\frac{S^3}{R^3} m_K^2 + m_{\Delta}^2}.$$

На рис. 4 показан график вычисления средних квадратических ошибок  $m_{\Delta x}$  при  $m_K = 200$  м и  $m_K = 400$  м,  $m_{\Delta} = 5$  мм.

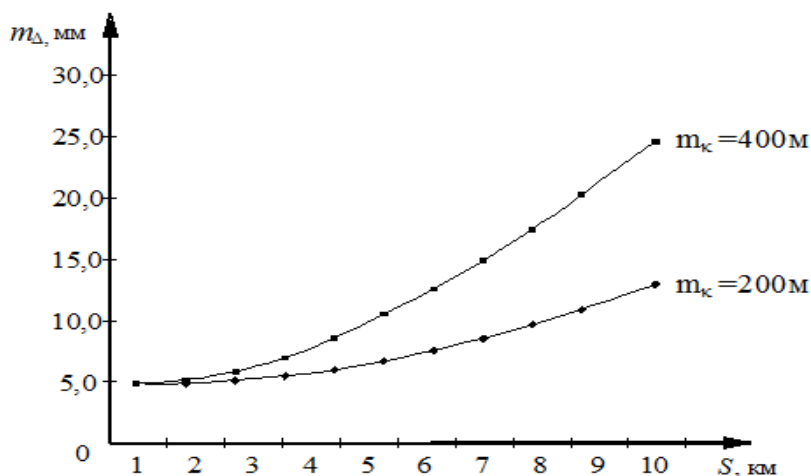


Рисунок 4. График вычислений средних квадратических ошибок

При использовании результатов спутниковых измерений целесообразно применять преобразование координат в проекцию Гаусса-Крюгера или UTM, вычисляя широту и долготу одного из пунктов местной сети по результатам кодовых измерений в системах координат WGS-84 или ПЗ-90, так как расхождения в координатах в сотни метров практически не влияют на вычисленные приращення координат  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  при расстояниях до 10 км.

С целью экспериментальной проверки предлагаемой методики использования спутниковых технологий при строительстве в горных районах были проведены работы по созданию опорной сети спутниковыми методами во Вьетнаме. Как уже отмечалось ранее, при решении данной задачи установлена целесообразность применения сетевого метода построений. По такому принципу реализована, в частности, локальная сеть в зоне изучаемого объекта. Для иллюстрации на рис. 5 приведена схема расположения опорных пунктов.

Опорная сеть состоит из 6 пунктов, в том числе один исходный пункт GPS.12. Координаты пунктов сети были измерены тремя приемниками Trimble R3 со средними квадратическими ошибками  $m_s = (5+1 \cdot D_{ppm})$  мм. Измерения по



пунктам сети выполнялись в статическом режиме с длительностью измерений в сеансах от 45 минут до одного часа.

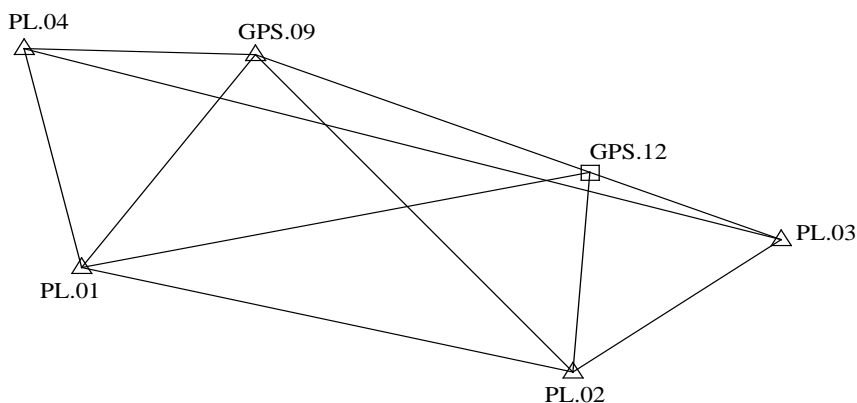


Рисунок 5. Схема разбивочной сети при строительстве моста Та Хоа

Выполненные измерения спутниковыми приемниками по приведенной методике показали высокую точность. Максимальное значение невязок по приращениям координат не превысило 7 мм. Уравнивание опорной сети выполнялось по программе GPSurvey 2.35 Trimble. После уравнивания средняя квадратическая погрешность приращения координат равнялась 5,0 мм.

Координаты исходного пункта GPS.12 следующие:

$$X = -1670716,537 \text{ м}; Y = 5714599,847 \text{ м}; Z = 2283222,336 \text{ м}.$$

В табл. 2 показаны пространственные прямоугольные геоцентрические координаты  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ .

Таблица 2

| № | Пункты | Прямоугольные геоцентрические координаты |             |             |
|---|--------|--|-------------|-------------|
|   |        | $X$ , м                                  | $Y$ , м     | $Z$ , м     |
| 1 | GPS.12 | -1670716,537                             | 5714599,847 | 2283222,336 |
| 2 | GPS.09 | -1668650,136                             | 5714904,462 | 2283968,884 |
| 3 | PL.01  | -1667774,059                             | 5715710,495 | 2282598,473 |
| 4 | PL.02  | -1670760,688                             | 5715102,203 | 2281940,489 |
| 5 | PL.03  | -1671898,653                             | 5714425,264 | 2282794,924 |
| 6 | PL.04  | -1667275,777                             | 5715295,749 | 2284002,973 |

Приращения координат, вычисленные по результатам полевых измерений, приведены в табл. 3.

Таблица 3

| № | Пункты | Приращения     |                |                | Расстояние $S$ , м |
|---|--------|----------------|----------------|----------------|--------------------|
|   |        | $\Delta X$ , м | $\Delta Y$ , м | $\Delta Z$ , м |                    |
| 1 | GPS.09 | -2066,401      | -304,615       | -746,548       | 2218,138           |
| 2 | PL.01  | -2942,478      | -1110,648      | 623,863        | 3206,388           |
| 3 | PL.02  | 44,151         | -502,356       | 1281,847       | 1377,477           |
| 4 | PL.03  | 1182,116       | 174,583        | 427,412        | 1269,078           |

|   |       |           |          |          |          |
|---|-------|-----------|----------|----------|----------|
| 5 | PL.04 | -3440,760 | -695,902 | -780,637 | 3596,179 |
|---|-------|-----------|----------|----------|----------|

Процесс преобразования геоцентрических прямоугольных координат  $X, Y, Z$  в плоские прямоугольные координаты  $x, y$  происходит в следующем порядке: переход от геоцентрических прямоугольных координат  $X, Y, Z$  к геодезическим координатам  $B, L, H$ , затем преобразование геодезических координат  $B, L$  в плоские прямоугольные координаты  $x, y$ .

Для сравнения методики преобразований координат из геоцентрических координат в местную систему выполним три варианта преобразований:

- первый вариант: обработка выполняется для эллипсоида системы координат WGS-84 в проекции Гаусса-Крюгера на основной долготе  $106^{\circ}15'00''$ ;
- второй вариант: обработка выполняется для эллипсоида Красовского в проекции Гаусса-Крюгера на основной долготе  $106^{\circ}15'00''$ ;
- третий вариант: обработка выполняется для вспомогательного эллипсоида в проекции Гаусса-Крюгера на основной долготе  $106^{\circ}15'00''$ .

Переход от прямоугольных геоцентрических координат  $X, Y, Z$  к геодезическим координатам  $B, L, H$  в системе координат WGS-84 выполняется по формуле (4) (табл. 4).

Таблица 4

| № | Пункты | Геодезические координаты                    |   |                |
|---|--------|---|---|----------------|
|   |        | $B, \text{ }^{\circ} \text{ ' } \text{ ''}$ | $L, \text{ }^{\circ} \text{ ' } \text{ ''}$ | $H, \text{ м}$ |
| 1 | GPS.12 | 21 6 36,788775                              | 106 17 48,381807                            | 1218,480       |
| 2 | GPS.09 | 21 7 02,791062                              | 106 16 36,704708                            | 1219,556       |
| 3 | PL.01  | 21 6 15,045371                              | 106 15 59,745192                            | 1218,791       |
| 4 | PL.02  | 21 5 52,123652                              | 106 17 44,966513                            | 1218,326       |
| 5 | PL.03  | 21 6 21,903360                              | 106 18 29,385811                            | 1217,800       |
| 6 | PL.04  | 21 7 03,935260                              | 106 15 47,197787                            | 1223,042       |

Преобразование геодезических координат  $B, L$  в прямоугольные координаты  $x, y$  в проекции Гаусса-Крюгера выполняется по формулам (5) и (6), результаты приведены в табл. 5.

Таблица 5

| № | Пункты | Прямоугольные координаты |                |
|---|--------|--------------------------|----------------|
|   |        | $x, \text{ м}$           | $y, \text{ м}$ |
| 1 | GPS.12 | 2335280,794              | 504859,400     |
| 2 | GPS.09 | 2336080,020              | 502790,706     |
| 3 | PL.01  | 2334611,449              | 501724,281     |
| 4 | PL.02  | 2333907,084              | 504761,233     |
| 5 | PL.03  | 2334823,382              | 506042,920     |

|   |       |             |            |
|---|-------|-------------|------------|
| 6 | PL.04 | 2336115,030 | 501362,032 |
|---|-------|-------------|------------|

Вычисление приращений координат  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  для прямоугольных координат  $x$ ,  $y$  и оценка точности приращений координат в проекции Гаусса-Крюгера  $m_{\Delta} = m_{\Delta x} = m_{\Delta y}$  выполняются по формуле (39), результаты показаны в табл. 6.

Таблица 6

| № | Пункты | Приращение координат |                | Расстояние $S$ , м | $m_{\Delta}$ , мм |
|---|--------|----------------------|----------------|--------------------|-------------------|
|   |        | $\Delta x$ , м       | $\Delta y$ , м |                    |                   |
| 1 | GPS.09 | -799,225             | 2068,694       | 2217,714           | 5,6               |
| 2 | PL.01  | 669,345              | 3135,119       | 3205,776           | 6,7               |
| 3 | PL.02  | 1373,710             | 98,168         | 1377,213           | 5,2               |
| 4 | PL.03  | 457,413              | -1183,519      | 1268,836           | 5,1               |
| 5 | PL.04  | -834,236             | 3497,369       | 3595,489           | 7,3               |

При обработке результатов полевых измерений на эллипсоиде Красовского в проекции Гаусса-Крюгера на основной долготе  $106^{\circ}15'00''$  переход от прямоугольных геоцентрических координат  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  к геодезическим координатам  $B$ ,  $L$ ,  $H$  выполняется по формуле (3), результаты приведены в табл. 7.

Таблица 7

| № | Пункты | Геодезические координаты |                  |          |
|---|--------|--------------------------|------------------|----------|
|   |        | $B$ , ° ' "              | $L$ , ° ' "      | $H$ , м  |
| 1 | GPS.12 | 21 06 36,729850          | 106 17 48,381806 | 1110,130 |
| 2 | GPS.09 | 21 07 02,732122          | 106 16 36,704707 | 1111,206 |
| 3 | PL.01  | 21 06 14,986460          | 106 15 59,745192 | 1110,442 |
| 4 | PL.02  | 21 05 52,064754          | 106 17 44,966514 | 1109,977 |
| 5 | PL.03  | 21 06 21,844445          | 106 18 29,385810 | 1109,450 |
| 6 | PL.04  | 21 07 03,876320          | 106 15 47,197786 | 1114,692 |

Преобразование геодезических координат  $B$ ,  $L$  в прямоугольные плоские координаты  $x$ ,  $y$  выполняется по формулам (5) и (6), результаты даны в табл. 8.

Таблица 8

| № | Пункты | Прямоугольные координаты |            |
|---|--------|--------------------------|------------|
|   |        | $x$ , м                  | $y$ , м    |
| 1 | GPS.12 | 2335320,630              | 504859,483 |
| 2 | GPS.09 | 2336119,869              | 502790,753 |
| 3 | PL.01  | 2334651,273              | 501724,310 |
| 4 | PL.02  | 2333946,897              | 504761,313 |
| 5 | PL.03  | 2334863,210              | 506043,022 |
| 6 | PL.04  | 2336154,880              | 501362,055 |

Вычисление приращений координат  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  из плоских прямоугольных координат  $x$ ,  $y$  и оценка точности приращений координат в проекции Гаусса-Крюгера

$m_{\Delta} = m_{\Delta x} = m_{\Delta y}$  выполняется по формуле (39). Приращения координат вычислены относительно исходного пункта GPS.12, результаты приводятся в табл. 9.

Таблица 9

| № | Пункты | Приращение координат |                | Расстояние<br>$S$ , м | $m_{\Delta}$ , мм |
|---|--------|----------------------|----------------|-----------------------|-------------------|
|   |        | $\Delta x$ , м       | $\Delta y$ , м |                       |                   |
| 1 | GPS.09 | -799,239             | 2068,729       | 2217,752              | 5,6               |
| 2 | PL.01  | 669,357              | 3135,173       | 3205,830              | 6,7               |
| 3 | PL.02  | 1373,733             | 98,169         | 1377,236              | 5,2               |
| 4 | PL.03  | 457,421              | -1183,539      | 1268,857              | 5,1               |
| 5 | PL.04  | -834,250             | 3497,428       | 3595,550              | 7,3               |

При обработке результатов полевых измерений на вспомогательном эллипсоиде в проекции Гаусса-Крюгера на основной долготе  $106^{\circ}15'00''$  необходимо учесть, что опорная сеть находится на высоком месте, средняя геодезическая высота района работ равна 1219 м. Поэтому необходимо выбрать поверхность относимости. Для этого вычислим параметры вспомогательного эллипсоида по формуле (3). Для расчетов примем:

$$k = 1 + \frac{H_{cp}}{R_{cp}} = 1,000191388 \text{ – масштабный коэффициент;}$$

$a' = ak = 6378137 \times 1,000191388 = 6379357,699$  м – большая полуось вспомогательного эллипсоида;  $b' = bk = 6356755,314 \times 1,000191388 = 6357968,920$  м – малая полуось вспомогательного эллипсоида.

Результаты перехода от геоцентрических координат  $X, Y, Z$  к геодезическим координатам  $B, L, H$  на поверхность вспомогательного эллипсоида приведены в табл. 10.

Таблица 10

| № | Пункты | Геодезические координаты |                  |         |
|---|--------|--------------------------|------------------|---------|
|   |        | $B$ , ° ' "              | $L$ , ° ' "      | $H$ , м |
| 1 | GPS.12 | 21 06 36,878071          | 106 17 48,381806 | -1,689  |
| 2 | GPS.09 | 21 07 02,880385          | 106 16 36,704707 | -0,612  |
| 3 | PL.01  | 21 06 15,134647          | 106 15 59,745192 | -1,378  |
| 4 | PL.02  | 21 05 52,212904          | 106 17 44,966514 | -1,843  |
| 5 | PL.03  | 21 06 21,992643          | 106 18 29,385810 | -2,369  |
| 6 | PL.04  | 21 07 04,024584          | 106 15 47,197786 | 2,874   |

Следует обратить внимание, что вычисленные новые геодезические высоты пунктов в новой системе координат не превышают 3 м.

Результаты преобразования геодезических координат  $B, L, H$  в прямо-

угольные координаты  $x'$ ,  $y'$  на основной долготе  $106^{\circ}15'00''$  вспомогательного эллипсоида приведены в табл. 11.

Таблица 11

| № | Пункты | Плоские прямоугольные координаты |            |
|---|--------|----------------------------------|------------|
|   |        | $x$ , м                          | $y$ , м    |
| 1 | GPS.12 | 2335730,486                      | 504860,330 |
| 2 | GPS.09 | 2336529,865                      | 502791,240 |
| 3 | PL.01  | 2335061,012                      | 501724,611 |
| 4 | PL.02  | 2334356,512                      | 504762,143 |
| 5 | PL.03  | 2335272,985                      | 506044,075 |
| 6 | PL.04  | 2336564,882                      | 501362,292 |

Вычисление приращений координат  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  из плоских прямоугольных координат  $x$ ,  $y$  и оценка точности приращений координат в проекции Гаусса-Крюгера  $m_{\Delta} = m_{\Delta x} = m_{\Delta y}$  выполнены по формуле (39), результаты показаны в табл. 12.

Таблица 12

| № | Пункты | Приращение координат |                | Расстояние $S$ , м | $m_{\Delta}$ , мм |
|---|--------|----------------------|----------------|--------------------|-------------------|
|   |        | $\Delta x$ , м       | $\Delta y$ , м |                    |                   |
| 1 | GPS.09 | -799,379             | 2069,090       | 2218,139           | 5,6               |
| 2 | PL.01  | 669,474              | 3135,719       | 3206,389           | 6,7               |
| 3 | PL.02  | 1373,974             | 98,187         | 1377,478           | 5,2               |
| 4 | PL.03  | 457,501              | -1183,746      | 1269,078           | 5,1               |
| 5 | PL.04  | -834,396             | 3498,037       | 3596,176           | 7,3               |

Для сравнения влияния высоты на результаты преобразования координат из геоцентрических прямоугольных координат в плоские прямоугольные координаты расстояния вычисляются дважды – из геоцентрических прямоугольных координат  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  и из плоских прямоугольных координат  $x$ ,  $y$ .

В табл. 13 приводятся расстояния, вычисленные по трем вышеперечисленным вариантам.

Таблица 13

| № | Пункты | Расстояние |           |              |               |
|---|--------|------------|-----------|--------------|---------------|
|   |        | $S_0$ , м  | $S_I$ , м | $S_{II}$ , м | $S_{III}$ , м |
| 1 | GPS.09 | 2218,138   | 2217,714  | 2217,752     | 2218,139      |
| 2 | PL.01  | 3206,388   | 3205,776  | 3205,830     | 3206,389      |
| 3 | PL.02  | 1377,477   | 1377,213  | 1377,236     | 1377,478      |
| 4 | PL.03  | 1269,078   | 1268,836  | 1268,857     | 1269,078      |
| 5 | PL.04  | 3596,179   | 3595,489  | 3595,550     | 3596,176      |

Для расчетов приняты следующие значения:  $S_0$  – расстояние, вычисленное из геоцентрических прямоугольных координат;  $S_0 = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2}$ ;  $S_I$  – расстоя-

ние, вычисленное из плоских прямоугольных координат для эллипсоида системы координат WGS-84 в проекции Гаусса-Крюгера;  $S_I = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$ ;  $S_{II}$  – расстояние, вычисленное из плоских прямоугольных координат для эллипсоида Красовского в проекции Гаусса-Крюгера,  $S_{II} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$ ;  $S_{III}$  – расстояние, вычисленное из плоских прямоугольных координат для вспомогательного эллипсоида в проекции Гаусса-Крюгера,  $S_{III} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$ .

В табл. 14 приведены результаты сравнения разности расстояний, вычисленных по трем вышеперечисленным вариантам.

Таблица 14

| № | Пункты | Разности расстояний |                    |                     |
|---|--------|---------------------|--------------------|---------------------|
|   |        | $S_0 - S_I$ , м     | $S_0 - S_{II}$ , м | $S_0 - S_{III}$ , м |
| 1 | GPS.09 | 0,424               | 0,386              | -0,001              |
| 2 | PL.01  | 0,612               | 0,558              | -0,001              |
| 3 | PL.02  | 0,264               | 0,241              | -0,001              |
| 4 | PL.03  | 0,242               | 0,221              | -0,001              |
| 5 | PL.04  | 0,690               | 0,629              | 0,003               |

Как видно из табл. 14, все три варианта дали результаты, существенно отличающиеся друг от друга. Так как длины линий вычисляются по координатам на поверхности эллипсоида, предпочтение следует отдать третьему варианту, так как поверхность вспомогательного эллипсоида находится на высоте строительной площадки. Расхождения между длинами, вычисленными по результатам спутниковых измерений и по координатам на поверхности вспомогательного эллипсоида, различаются максимум на 3 мм и обусловлены, в основном, тем, что расстояния по приращениям декартовых координат являются наклонными расстояниями при незначительных превышениях между пунктами в данном примере.

Для преобразования координат автором разработана специальная программа преобразования координат. Окно главной программы показано на рис. 6. Программа содержит следующие основные модули: модуль преобразования координат из плоских прямоугольных координат  $x, y$  в геодезические координаты  $B, L$  и обратно; модуль перехода от геодезических координат  $B, L, H$  в прямоугольные геоцентрические координаты  $X, Y, Z$  и обратно; модуль перехода двух систем

прямоугольных геоцентрических координат  $X, Y, Z \leftrightarrow X', Y', Z'$ ; модуль перехода из зоны в зону.

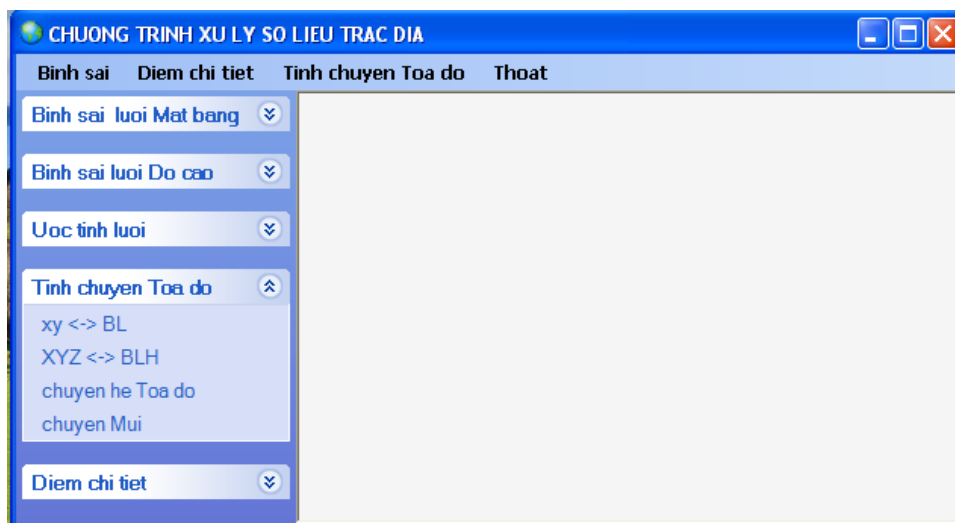


Рисунок 6. Главная программа

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе исследований можно сделать обобщенный вывод, что представленный материал охватывает комплекс вопросов, относящихся к разработке методики создания опорных сетей при строительстве мостов большой протяженности в горных районах. В основу разработанного метода положены современные возможности создания опорных сетей при строительстве мостов большой протяженности в горных районах с применением глобальных спутниковых навигационных систем.

Результаты исследований, выполненные лично автором диссертации.

1. Выполнен анализ методики создания плановой опорной сети при строительстве мостов большой протяженности в горных районах.
2. Обоснован выбор поверхности относимости при создании геодезических опорных сетей для строительства мостов большой протяженности в горных районах.
3. Выполнен анализ особенности обработки результатов спутниковых измерений при создании геодезических опорных сетей.
4. Разработана методика преобразования координат из системы WGS-84 или ПЗ-90 в местную систему координат с использованием поверхности относимости на высоте строительной площадки.
5. Оценка точности вычисленных приращений координат в проекции Гаусса-Крюгера показала, что разности координат опорного пункта до 400 м в си-

стеме координат WGS-84 или ПЗ-90 практически не искажают преобразованные приращения координат в проекции Гаусса-Крюгера.

6. Разработана компьютерная программа преобразования координат из геоцентрических в местную систему координат с использованием вспомогательной поверхности относимости.

Таким образом, научная задача, связанная с разработкой методики создания опорных сетей при строительстве мостов большой протяженности в горных районах с использованием спутниковых технологий, полностью решена. Анализ точности подтвердил правильность выбранных решений.

### **ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ**

1. Чан Куанг Хок, Чинь Тхань Чыонг. Оценка точности вычисления координат в проекции Гаусса-Крюгера по результатам спутниковых измерений. М.: Геодезия и аэрофотосъемка. -№ 2, 2012.
2. Чинь Тхань Чыонг, Ключин Е.Б., Кравчук И.М., Чан Куанг Хок. Учет влияния кривизны Земли при инженерно-геодезических работах // М.- Геодезия и аэрофотосъемка. -№ 1. -2012.
3. Чан Куанг Хок. Методика преобразования координат из государственных систем координат в местную систему координат. Научно-технический журнал. Ханойский транспортно-коммуникационный университет. -№ 3. 2011.
4. Чан Куанг Хок. Особенности геодезических работ при строительстве мостов большой протяженности. Доклад на 65-й научн.-техн. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых МИИГАиК, 6-7 апреля 2010 г.
5. Чан Куанг Хок. К вопросу о выборе поверхности относимости на строительной площадке. Доклад на 66-й научн.-техн. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых МИИГАиК, 5-6 апреля 2011 г.
6. Чан Куанг Хок. Использование спутниковых технологий при строительстве мостов в горных районах. Доклад на 67-й научн.-техн. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых МИИГАиК, 3-4 апреля 2012 г.



Объем 1,5 усл. печ. л. Тираж 80 экз. Заказ №... Цена договорная  
Издательство МИИГАиК 105064, Москва, Гороховский пер., 4