

На правах рукописи



Гусев Игорь Витальевич

**РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ УЧЁТА ЭФФЕКТОВ
ОТ ПРИЛИВОВ В ДВИЖЕНИИ ИСЗ**

Специальность 25.00.32 – Геодезия

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Москва

2013

Работа выполнена в Московском государственном университете геодезии и картографии (МИИГАиК) на кафедре Астрономии и космической геодезии.

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор кафедры Астрономии и космической геодезии МИИГАиК
Яшкин Станислав Николаевич.

Официальные оппоненты: **Нейман Юрий Михайлович,**
доктор технических наук, профессор,
Московский государственный университет геодезии и картографии, кафедра Высшей математики, заведующий кафедрой.

Сорокин Николай Антонович,
кандидат физико-математических наук,
Институт астрономии РАН (ИНАСАН),
отдел Исследований Солнечной системы,
старший научный сотрудник.

Ведущая организация: Государственное научное учреждение
Государственный астрономический институт
им. П.К. Штернберга (ГАИШ)
Московского государственного университета
им. М.В. Ломоносова (МГУ).

Защита состоится «21» ноября 2013 г. в 12 часов на заседании диссертационного совета Д 212.143.03 при Московском государственном университете геодезии и картографии (МИИГАиК) по адресу: 105064, г. Москва, К-64, Гороховский пер., д. 4., МИИГАиК, зал заседаний Учёного совета.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Московского государственного университета геодезии и картографии (МИИГАиК).

Автореферат разослан «18» октября 2013 г.

Учёный секретарь
диссертационного совета Д 212.143.03



Вшивкова О.В.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. При изучении особенностей движения ИСЗ существуют два направления. Первое направление (прямая задача) состоит в высокоточном определении эфемерид спутников с учётом всех возмущающих факторов. Это направление имеет небесно-механическое применение, когда при изучении особенностей движения ИСЗ строят высокоточные эфемериды для последующего сравнения с данными наблюдений. Кроме того, эти же эфемериды используют для различного рода манёвров спутника и переходов с одной орбиты на другую. В этом случае учёт всех возмущающих факторов, как гравитационной природы, так и негравитационных, выполняют с требуемой точностью.

Второе направление (обратная задача) предполагает по возмущениям в движении ИСЗ исследовать параметры гравитационного поля Земли (ГПЗ). Это направление отличается от первого тем, что в данном случае представляют интерес только возмущения от гравитационного поля Земли. Негравитационные возмущения, релятивистские эффекты и возмущения от третьих тел должны быть исключены с надлежащей точностью. Особую роль в этой задаче играют приливы, так как деформации фигуры Земли приводят и соответствующим изменениям в её гравитационном поле, что не даёт возможность получать реальные параметры гравитационного поля Земли.

В последние десятилетия активно развиваются новые методы космической геодезии в изучении гравитационного поля Земли, основанные на межспутниковых траекторных измерениях дальностей (Satellite-to-Satellite Tracking — SST) и спутниковой гравитационной градиентометрии (Satellite Gravity Gradiometry — SGG). Спутникам, предназначенным для решения задач такого рода (проекты CHAMP, GRACE, GOCE) свойственны низкие, близкруговые и близполярные орбиты, которые требуется определять с высокой точностью. Негравитационные возмущения особенно трудно моделируются для низкоорбитальных ИСЗ, поэтому ускорения негравитационного характера измеряются бортовыми акселерометрами и автоматически компенсируются системой «drag-free control system». Гравитационные возмущения (несферичность гравитационного поля Земли, притяжение третьих тел, приливы) а также релятивистские эффекты учитывают с использованием точных моделей, причём среди гравитационных возмущений наиболее сложной является теория учёта приливных эффектов.

В рамках разрабатываемых зарубежных научных проектов, где реализуются SGG- и SST-методы, учёту приливов уделяется весьма серьёзное внимание. На современном уровне точности требуется учитывать не только приливы в твёрдом теле Земли, но также в Мировом океане и полюсные приливы. В Соглашениях Международной службы вращения Земли (МСВЗ) даются рекомендации по учёту приливных эффектов на современном уровне точности, однако приводятся лишь конечные выражения в виде поправок в коэффициенты геопотенциала. Таким

образом, актуальность настоящей работы не вызывает сомнения, так как в отечественной научной литературе практически отсутствуют работы по высокоточному учёту приливных возмущений на движение ИСЗ с целью дальнейшего уточнения гравитационного поля Земли.

Целью работы является разработка методики по высокоточному учёту приливных эффектов в движении низкоорбитальных ИСЗ, предназначенных для изучения гравитационного поля Земли (проекты CHAMP, GRACE, GOCE), удовлетворяющей требованиям Международного астрономического союза (МАС), Соглашениям МСВЗ, Стандартам проектов GRACE и GOCE и реализующей в себе комплексный унифицированный подход к учёту приливных возмущений в виде поправок в коэффициенты геопотенциала.

Для достижения поставленной цели требуется решить следующие **задачи**:

- 1 рассмотреть и проанализировать современные теории приливных явлений в рамках теории потенциала;
- 2 выявить наиболее эффективные и оптимальные методы учёта возмущений от приливов применительно к задачам и методам космической геодезии (спутниковая градиентометрия, системы «спутник-спутник», спутниковая альтиметрия);
- 3 разработать методику учёта приливных возмущений в движении ИСЗ с требуемой на современном уровне точностью для решения задач космической геодезии;
- 4 разработать программно-алгоритмический комплекс численного интегрирования движения ИСЗ, в котором должны быть реализованы алгоритмы учёта всех гравитационных возмущений (несферичность гравитационного поля Земли, приливные эффекты, притяжение от Луны, Солнца и других планет, релятивистские эффекты);
- 5 оценить влияние возмущений от приливов на низкоорбитальные ИСЗ и выполнить детальный анализ полученных результатов, на основе которых выработать соответствующие рекомендации по учёту приливов в движении ИСЗ.

Научная новизна работы состоит в следующем:

впервые разработана методика высокоточного учёта эффектов от приливов для низкоорбитальных ИСЗ, предназначенных для изучения гравитационного поля Земли (проекты CHAMP, GRACE, GOCE), соответствующая требованиям МАС и Соглашениям МСВЗ, и реализующая в себе комплексный унифицированный подход к учёту приливных возмущений в виде поправок в коэффициенты геопотенциала.

На защиту выносятся:

- 1 методика учёта эффектов от приливов в движении ИСЗ;
- 2 экспериментальный программно-алгоритмический комплекс численного интегрирования уравнений движения ИСЗ, в котором реализована методика учёта эффектов от приливов, а также учёт остальных гравитационных возмущений (несферичность гравитационного

поля Земли, притяжение третьих тел, релятивистские эффекты);

- 3 вычислительный эксперимент по расчёту целого класса орбит, на основе которого получены количественные оценки приливных эффектов как в модуле радиус-вектора и радиальной скорости ИСЗ, так и в элементах орбит, и разработаны соответствующие рекомендации по учёту приливов при изучении тонкой структуры ГПЗ.

Практическая значимость работы заключается в следующем:

- 1 разработанная методика может применяться в программных комплексах для решения научных и прикладных задач космической геодезии, а также для решения различных задач небесной механики (например, при высокоточном прогнозировании движений ИСЗ);
- 2 впервые были получены детальные количественные оценки приливных возмущений в модуле радиус-вектора и радиальной скорости ИСЗ и в позиционных элементах орбит для целого класса низких близкруговых орбит с различным наклоном.

Методом исследования является математическое моделирование, основанное на численном интегрировании уравнений движения низкоорбитальных ИСЗ.

Личный вклад автора заключается в разработке комплексной методики по высокоточному учёту приливных эффектов в движении ИСЗ, которая реализована в виде написанного на языке программирования С++ программно-алгоритмического комплекса численного интегрирования уравнений движения ИСЗ.

Апробация работы. Результаты диссертационного исследования докладывались на шести (63-й, 64-й, 65-й, 66-й, 67-й, 68-й) ежегодных научно-технических конференциях студентов, аспирантов и молодых учёных МИИГАиК с 2008 по 2013 гг., на пятой Всероссийской конференции «Фундаментальное и прикладное координатно-временное и навигационное обеспечение» (КВНО-2013), на Общемосковском семинаре по небесной механике в Государственном астрономическом институте имени П.К. Штернберга МГУ (ГАИШ МГУ) в 2013 г.

Публикации. Основные результаты исследований автора по теме диссертационной работы опубликованы в четырёх печатных работах, изданных в журнале Известия ВУЗов. «Геодезия и аэрофотосъёмка», включённом в перечень ВАК.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, трёх глав, заключения, списка принятых сокращений и обозначений, списка литературы (всего 169 наименований, из которых 135 на иностранном языке) и Приложения. Работа изложена на 197 страницах машинописного текста и содержит 68 иллюстраций и 90 таблиц. Приложение занимает 44 страницы и включает 49 таблиц, содержащих результаты вычислений, и 18 графиков.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении выделены проблемы, определяющие актуальность темы диссертации, сформулирована цель работы и её научная новизна.

Глава 1. Теория учёта приливных эффектов

В первой главе приведён краткий обзор предшествующих работ по учёту приливов. В рамках теории потенциала рассматриваются и систематизируются современные теории приливных явлений и выявляются наиболее эффективные и оптимальные методы учёта приливов в движении ИСЗ. С использованием различных методов и привлечением различных моделей исследуется учёт приливов через поправки к коэффициентам геопотенциала для численной модели движения низкоорбитальных ИСЗ, предназначенных для изучения ГПЗ (проекты CHAMP, GRACE, GOCE). Рассматриваются возмущения от твёрдых земных, океанических, полюсных (твёрдого и океанического) и атмосферных приливов.

Притяжение третьих тел (Луны, Солнца и планет) деформирует вязкоупругую фигуру Земли, что находит отражение в её внешнем гравитационном поле. Поэтому в настоящее время учёт приливных деформаций выполняют в виде малых поправок к коэффициентам модели геопотенциала. В последнее время это является общепринятой практикой и рекомендовано Соглашениями МСВЗ (2010):

$$V_E(r, \varphi, \lambda, t) = \frac{GM_E}{r} \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n \left(\frac{R_E}{r} \right)^n \bar{P}_{nm}(\sin \varphi) \left[\begin{aligned} & (\bar{C}_{nm}(t) + \Delta \bar{C}_{nm}^T(t)) \cos m\lambda + \\ & + (\bar{S}_{nm}(t) + \Delta \bar{S}_{nm}^T(t)) \sin m\lambda \end{aligned} \right], \quad (1)$$

где r, φ, λ – геоцентрические полярные координаты ИСЗ (расстояние, широта, долгота) в момент времени t ; GM_E – геоцентрическая гравитационная постоянная; R_E – средний экваториальный радиус Земли; $\bar{P}_{nm}(\sin \varphi)$ – полностью нормированные присоединённые функции Лежандра; $\bar{C}_{nm}(t), \bar{S}_{nm}(t)$ – полностью нормированные коэффициенты геопотенциала; $\Delta \bar{C}_{nm}^T(t), \Delta \bar{S}_{nm}^T(t)$ – поправки к коэффициентам геопотенциала, обусловленные приливными деформациями:

$$\begin{aligned} \Delta \bar{C}_{nm}^T(t) &= \Delta \bar{C}_{nm}^{ST}(t) + \Delta \bar{C}_{nm}^{OT}(t) + \Delta \bar{C}_{nm}^{SPT}(t) + \Delta \bar{C}_{nm}^{OPT}(t) + \Delta \bar{C}_{nm}^{AT}(t); \\ \Delta \bar{S}_{nm}^T(t) &= \Delta \bar{S}_{nm}^{ST}(t) + \Delta \bar{S}_{nm}^{OT}(t) + \Delta \bar{S}_{nm}^{SPT}(t) + \Delta \bar{S}_{nm}^{OPT}(t) + \Delta \bar{S}_{nm}^{AT}(t), \end{aligned} \quad (2)$$

где $\Delta \bar{C}_{nm}^{ST}$ и $\Delta \bar{S}_{nm}^{ST}$ – поправки за влияние твёрдых земных приливов; $\Delta \bar{C}_{nm}^{OT}$ и $\Delta \bar{S}_{nm}^{OT}$ – поправки за влияние океанических приливов; $\Delta \bar{C}_{nm}^{SPT}$ и $\Delta \bar{S}_{nm}^{SPT}$ – поправки за влияние твёрдого полюсного прилива; $\Delta \bar{C}_{nm}^{OPT}$ и $\Delta \bar{S}_{nm}^{OPT}$ – поправки за влияние океанического полюсного прилива; $\Delta \bar{C}_{nm}^{AT}$ и $\Delta \bar{S}_{nm}^{AT}$ – поправки за влияние атмосферных приливов.

В соответствии с рекомендациями МСВЗ учёт влияния твёрдых земных приливов

выполняют в два этапа. На первом этапе числа Лява полагаются независимыми от частоты приливной волны, а поправки в коэффициенты геопотенциала имеют следующий вид:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta \bar{C}_{nm}^{ST}(t) \\ \Delta \bar{S}_{nm}^{ST}(t) \end{array} \right\} = \frac{k_{nm}}{2n+1} \sum_j \frac{GM_j}{GM_E} \left(\frac{R_E}{r_j(t)} \right)^{n+1} P_{nm}(\sin \varphi_j(t)) \left\{ \begin{array}{l} \cos m\lambda_j(t) \\ \sin m\lambda_j(t) \end{array} \right\}, \quad (3)$$

где $k_{nm} = k_{nm}^{\text{Re}} + i k_{nm}^{\text{Im}}$ – номинальное число Лява степени n и порядка m комплексное в общем случае для учёта реальных свойств Земли; GM_j – гравитационная постоянная j -го возмущающего тела ($j=2$ для Луны, $j=3$ для Солнца); $r_j(t), \varphi_j(t), \lambda_j(t)$ – геоцентрические полярные координаты возмущающего тела j . Так как Земля не является абсолютно упругим телом, то и реакция мантии Земли на нагрузку не является строго упругой, и малая часть этой реакции не является мгновенной, а затухает через определённый период времени. Это приводит к необходимости использовать комплексные частотно-зависимые числа Лява, мнимые части которых отражают фазовую задержку в деформационной реакции Земли на периодические силы.

Выражение (3) служит для вычисления поправок $\Delta \bar{C}_{nm}^{ST}$ и $\Delta \bar{S}_{nm}^{ST}$ для степеней $n=2$ и $n=3$ и для всех порядков m соответственно. Величины вкладов степеней $n \geq 4$ будут уже незначительными. Однако для степени $n=4$ порядков $m=1,2$ требуется вычислить поправки $\Delta \bar{C}_{nm}^{ST}$ и $\Delta \bar{S}_{nm}^{ST}$ вызванные степенью $n=2$:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta \bar{C}_{4m}^{ST}(t) \\ \Delta \bar{S}_{4m}^{ST}(t) \end{array} \right\} = \frac{k_{2m}^{(+)}}{5} \sum_j \frac{GM_j}{GM_E} \left(\frac{R_E}{r_j(t)} \right)^3 \bar{P}_{2m}(\sin \varphi_j(t)) \left\{ \begin{array}{l} \cos m\lambda_j(t) \\ \sin m\lambda_j(t) \end{array} \right\}. \quad (4)$$

Существует два подхода к вычислению частотно-независимой части поправок: прямое вычисление с использованием эфемерид небесных тел для получения их полярных координат, которые входят в правые части выражений (3) и (4), либо использование каталогов разложений приливообразующего потенциала. В настоящей работе реализованы оба способа.

В первом случае при использовании эфемерид (например, эфемериды JPL DE405/LE405, которые использовались в настоящей работе) получают прямоугольные координаты возмущающих тел, которые затем переводят в полярную систему для дальнейшей подстановки в правые части выражений (3) и (4).

Во втором случае был использован каталог разложения приливообразующего потенциала KSM03. Для вычисления координат небесных тел, которые являются исходными данными для разложения, были использованы высокоточные численные эфемериды DE406/LE406 JPL NASA, а для представления потенциала применялось разложение Пуассона с представлением амплитуд и частот спектральных компонент в виде полиномов от времени. Каталог разложения приливообразующего потенциала KSM03 на сегодняшний день является наиболее точным и

полным.

Используя разложение KSM03, вначале находят коэффициенты

$$\left. \begin{array}{l} \bar{C}_{nm}(t) \\ \bar{S}_{nm}(t) \end{array} \right\} = \sum_{k=1}^{N=26753} \left\{ \begin{array}{l} (A_{k0}^c + A_{k1}^c t + A_{k2}^c t^2) \cos \omega_k(t) + \\ + (A_{k0}^s + A_{k1}^s t + A_{k2}^s t^2) \sin \omega_k(t) \end{array} \right\}, \quad (5)$$

где $A_{k0}^c, A_{k1}^c, A_{k2}^c, A_{k0}^s, A_{k1}^s, A_{k2}^s$ – константы разложения каталога KSM03, а

$$\omega_k(t) = \nu_k t + \nu_{k2} t^2 + \nu_{k3} t^3 + \nu_{k4} t^4 \quad (6)$$

– полином от времени четвёртой степени.

Затем вычисляют промежуточные коэффициенты

$$\left. \begin{array}{l} \Delta \bar{C}_{nm}(t) \\ \Delta \bar{S}_{nm}(t) \end{array} \right\} = \frac{R_E}{GM_E} \left\{ \begin{array}{l} k_{nm}^{\text{Re}} \bar{C}_{nm}(t) + k_{nm}^{\text{Im}} \bar{S}_{nm}(t) \\ k_{nm}^{\text{Re}} \bar{S}_{nm}(t) - k_{nm}^{\text{Im}} \bar{C}_{nm}(t) \end{array} \right\} \quad (7)$$

и переходят к вычислению частотно-независимой части поправок твёрдых земных приливов

$$\begin{aligned} \Delta \bar{C}_{nm}^{ST}(t) &= \Delta \bar{C}_{nm}(t) \cos(m \times GMST) + \Delta \bar{S}_{nm}(t) \sin(m \times GMST); \\ \Delta \bar{S}_{nm}^{ST}(t) &= \Delta \bar{S}_{nm}(t) \cos(m \times GMST) - \Delta \bar{C}_{nm}(t) \sin(m \times GMST). \end{aligned} \quad (8)$$

где $GMST$ – среднее гринвичское звёздное время.

На втором этапе находят малые поправки, обусловленные зависимостью реальных свойств Земли от частоты воздействующей силы, которые выражаются отличием частотно-зависимых чисел Лява от их номинальных значений. Поправки второго этапа даются Соглашениями MCB3 (2010) в аналитическом виде.

Рассматривается вопрос выбора модели геопотенциала в зависимости от формы его представления: модель геопотенциала, свободного от прилива, и модель геопотенциала нулевого прилива. При использовании модели геопотенциала нулевого прилива необходимо удалить постоянную часть прилива из коэффициента \bar{C}_{20} :

$$\Delta \bar{C}_{20}^{zt} = \Delta \bar{C}_{20} - \Delta \bar{C}_{20}^{\text{perm}}, \quad (9)$$

где

$$\Delta \bar{C}_{20}^{\text{perm}} = (4,4228 \times 10^{-8})(-0,31460)k_{20}. \quad (10)$$

Учёт влияния океанических приливов выполняют с помощью глобальных моделей океанических приливов, которые представляют в виде ряда прямых («+» — в направлении на восток) и обратных («-» — в направлении на запад) амплитуд $\hat{C}_{f, nm}^{\pm}$ и фаз $\varepsilon_{f, nm}^{\pm}$ приливных волн f либо коэффициентами разложения $\bar{C}_{f, nm}^{\pm}$ и $\bar{S}_{f, nm}^{\pm}$. Для учёта возмущений, вызванных океаническими приливами, были выбраны три глобальные модели, основные характеристики которых представлены в таблице 1.

Выбранные модели имеют различную степень и порядок разложения. Более того,

коэффициенты разложения моделей представлены не в единообразной форме, поэтому алгоритм вычисления поправок в коэффициенты геопотенциала, учитывающих влияние океанических приливов, зависит от используемой модели.

Таблица 1 Глобальные модели океанических приливов, используемые в работе

Модель	Число волн	Покрытие	Разрешение	Альтиметрия	Наземные данные	Тип модели*	$n \times m$	Документ
1 CSR3.0	8	$-78^\circ \leq \varphi \leq +90^\circ$	$0,5^\circ \times 0,5^\circ$	T/P	—	Э	30×30	IERS Conventions (2003)
2 FES2004	17	$-86^\circ \leq \varphi \leq +90^\circ$	$0,125^\circ \times 0,125^\circ$	T/P, ERS	да	К	100×100	IERS Conventions (2010)
3 EOT11a	18	$-86^\circ \leq \varphi \leq +90^\circ$	$0,125^\circ \times 0,125^\circ$	T/P, Jason-1, ERS-1/2, ENVISAT, GFO	—	Э	120×120	GFZ GRACE Level-2 Processing Standards

* Г – гидродинамическая; Э – эмпирическая; К – комбинированная

При использовании модели CSR3.0 поправки в коэффициенты геопотенциала выражаются следующим образом:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta \bar{C}_{nm}^{OT}(t) \\ \Delta \bar{S}_{nm}^{OT}(t) \end{array} \right\} = F_{nm} \sum_{f(n,m)} \left[\left\{ \begin{array}{l} (C_{f,nm}^+ + C_{f,nm}^-) \\ (S_{f,nm}^+ - S_{f,nm}^-) \end{array} \right\} \cos \theta_f(t) \pm \left\{ \begin{array}{l} (S_{f,nm}^+ + S_{f,nm}^-) \\ (C_{f,nm}^+ - C_{f,nm}^-) \end{array} \right\} \sin \theta_f(t) \right]. \quad (11)$$

В выражении (11) аргументы θ_f выражаются через линейные комбинации фундаментальных аргументов Делоне F_j

$$\theta_f = m(GMST + \pi) - \sum_{j=1}^5 n_j F_j, \quad (12)$$

а

$$F_{nm} = \frac{4\pi G \rho_w}{g_E} \sqrt{\frac{(n+m)!}{(n-m)!(2n+1)(2-\delta_{0m})}} \left(\frac{1+k'_n}{2n+1} \right), \quad (13)$$

где G – гравитационная постоянная; ρ_w – плотность морской воды; g_E – среднее значение силы тяжести на экваторе; k'_n – коэффициент нагрузочной деформации степени n .

Для модели FES2004 поправки в коэффициенты геопотенциала имеют следующий вид:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta \bar{C}_{nm}^{OT}(t) \\ \Delta \bar{S}_{nm}^{OT}(t) \end{array} \right\} = \sum_{f(n,m)} \left[\left\{ \begin{array}{l} (\bar{e}_{f,nm}^+ + \bar{e}_{f,nm}^-) \\ (\bar{s}_{f,nm}^+ - \bar{s}_{f,nm}^-) \end{array} \right\} \cos \theta_f(t) \pm \left\{ \begin{array}{l} (\bar{s}_{f,nm}^+ + \bar{s}_{f,nm}^-) \\ (\bar{e}_{f,nm}^+ - \bar{e}_{f,nm}^-) \end{array} \right\} \sin \theta_f(t) \right], \quad (14)$$

где $\bar{e}_{f,nm}^\pm$ и $\bar{s}_{f,nm}^\pm$ – гармонические амплитуды геопотенциала, определяемые как:

$$\begin{aligned} \bar{e}_{f,nm}^\pm &= \frac{4\pi G \rho_w}{g_E} \left(\frac{1+k'_n}{2n+1} \right) \hat{C}_{f,nm}^\pm \sin(\varepsilon_{f,nm}^\pm + \chi_f); \\ \bar{s}_{f,nm}^\pm &= \frac{4\pi G \rho_w}{g_E} \left(\frac{1+k'_n}{2n+1} \right) \hat{C}_{f,nm}^\pm \cos(\varepsilon_{f,nm}^\pm + \chi_f), \end{aligned} \quad (15)$$

где χ_f – значения фазового смещения в зависимости от типа волны и её амплитуды (см. табл. 2).

Таблица 2 Значения фазового смещения χ_f

Тип волны	$H_f > 0$	$H_f < 0$
$n_1 = 0$, долгопериодические волны	π	0
$n_1 = 1$, суточные волны	$\pi/2$	$-\pi/2$
$n_1 = 2$, полусуточные волны	0	π

Коэффициенты разложения модели EOT11a связаны с поправками в коэффициенты геопотенциала следующими соотношениями:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta \bar{C}_{nm}^{OT}(t) \\ \Delta \bar{S}_{nm}^{OT}(t) \end{array} \right\} = F_{nm} \sum_{f(n,m)} \left[\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} (\bar{C}_{f,nm}^+ + \bar{C}_{f,nm}^-) \\ (\bar{S}_{f,nm}^+ - \bar{S}_{f,nm}^-) \end{array} \right\} \cos(\theta_f(t) + \chi_f) \pm \\ \pm \left\{ \begin{array}{l} (\bar{S}_{f,nm}^+ + \bar{S}_{f,nm}^-) \\ (\bar{C}_{f,nm}^+ - \bar{C}_{f,nm}^-) \end{array} \right\} \sin(\theta_f(t) + \chi_f) \end{array} \right], \quad (16)$$

где

$$F_{nm} = \frac{4\pi R_E^2 \rho_w}{M_E} \left(\frac{1 + k'_n}{2n + 1} \right), \quad (17)$$

где M_E – масса Земли.

Полиномиальной интерполяцией были вычислены коэффициенты нагрузочной деформации k'_n , необходимые при вычислении возмущений от океанических, океанического полюсного и атмосферных приливов.

Возмущения во внешнем гравитационном потенциале вследствие деформации, создаваемой твёрдым полюсным приливом, эквивалентны поправкам в коэффициенты геопотенциала второй степени первого порядка:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta \bar{C}_{21}^{SPT} \\ \Delta \bar{S}_{21}^{SPT} \end{array} \right\} = -\sqrt{\frac{3}{5}} \frac{\Omega_E^2 R_E^3}{3GM_E} \left\{ \begin{array}{l} (k_2^{\text{Re}} m_1 + k_2^{\text{Im}} m_2) \\ (k_2^{\text{Re}} m_2 - k_2^{\text{Im}} m_1) \end{array} \right\}, \quad (18)$$

где Ω_E – средняя угловая скорость вращения Земли, а

$$m_1 = x_p - \bar{x}_p; \quad m_2 = -(y_p - \bar{y}_p) \quad (19)$$

– угловые отклонения мгновенного вектора вращения от оси Z земной гринвичской системы координат, где (x_p, y_p) и (\bar{x}_p, \bar{y}_p) – координаты мгновенного и среднего полюса соответственно.

Подставив значения постоянных в выражение (18), получим

$$\begin{aligned}\Delta\bar{C}_{21}^{SPT} &= -1,333 \times 10^{-9} (m_1 + 0,0115m_2); \\ \Delta\bar{S}_{21}^{SPT} &= -1,333 \times 10^{-9} (m_2 - 0,0115m_1),\end{aligned}\quad (20)$$

Возмущения от океанического полюсного прилива можно учесть двумя способами. Для полного учёта этого эффекта рекомендуется использовать самосогласованную равновесную модель океанического полюсного прилива Desai (2002), разложенную до степени и порядка $n = m = 360$. (99% данного эффекта обеспечивает разложение до десятой степени и порядка.) В этом случае поправки $\Delta\bar{C}_{nm}^{OPT}$ и $\Delta\bar{S}_{nm}^{OPT}$ выражаются следующим образом:

$$\begin{bmatrix} \Delta\bar{C}_{nm}^{OPT} \\ \Delta\bar{S}_{nm}^{OPT} \end{bmatrix} = R_n \left\{ \begin{bmatrix} \bar{A}_{nm}^{Re} \\ \bar{B}_{nm}^{Re} \end{bmatrix} (m_1 \gamma_2^{Re} + m_2 \gamma_2^{Im}) + \begin{bmatrix} \bar{A}_{nm}^{Im} \\ \bar{B}_{nm}^{Im} \end{bmatrix} (m_2 \gamma_2^{Re} - m_1 \gamma_2^{Im}) \right\}, \quad (21)$$

где \bar{A}_{nm} и \bar{B}_{nm} – полностью нормированные коэффициенты самосогласованной равновесной модели океанического полюсного прилива; $\gamma = \gamma_2^{Re} + i \gamma_2^{Im}$ – константы, а

$$R_n = \frac{\Omega_E^2 R_E^4}{GM_E} \frac{4\pi G \rho_w}{g_E} \left(\frac{1+k'_n}{2n+1} \right). \quad (22)$$

Второй способ предполагает учёт около 90% этого эффекта через поправки только в коэффициенты второй степени и первого порядка:

$$\begin{aligned}\Delta\bar{C}_{21}^{OPT} &= -2,1774 \times 10^{-10} (m_1 - 0,01724m_2); \\ \Delta\bar{S}_{21}^{OPT} &= -1,7228 \times 10^{-10} (m_2 - 0,03365m_1).\end{aligned}\quad (23)$$

В общем случае учёт атмосферных приливов выполняют с помощью глобальных моделей атмосферных приливов, под которыми понимают глобальные модели атмосферного поверхностного давления. Их строят по барометрическим измерениям на станциях, расположенных по всему земному шару, и представляют аналогично моделям океанических приливов в виде ряда амплитуд и фаз либо в виде коэффициентов разложения. В данной работе были выбраны две доступные модели: BB03 и RP03, их характеристики представлены в таблице 3.

Таблица 3 Глобальные модели атмосферных приливов

Модель	Число волн	Волны	$n \times m$
1 BB03	3	S_1, S_2, S_a, S_{Sa} ,	8×5
2 RP03	6	$P_1, S_1, K_1, T_2, S_2, R_2$	$10 \times 10^*$
3 S1 FES2004**	1	S_1	100×100

* Для всех волн кроме S_1 . Волна S_1 представлена разложением 20×20 .

** Волна S_1 из модели океанических приливов FES2004 представлена в отдельном файле.

Некоторые модели океанических приливов уже содержат в себе вклады вариаций атмосферного давления в океанические высоты, например, модель океанических приливов FES2004. Поэтому во втором случае была выполнена оценка с использованием только волны S_1 ,

являющейся составной частью модели FES2004, но представленная в отдельном файле.

Если возмущения от атмосферных приливов вычисляются с использованием моделей ВВ03 и РР03, то в обоих случаях поправки в коэффициенты геопотенциала имеют вид:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta \bar{C}_{nm}^{AT}(t) \\ \Delta \bar{S}_{nm}^{AT}(t) \end{array} \right\} = F_{nm} \sum_{f(n,m)} \left[\left\{ \begin{array}{l} (\bar{C}_{f,nm}^+ + \bar{C}_{f,nm}^-) \\ (\bar{S}_{f,nm}^+ - \bar{S}_{f,nm}^-) \end{array} \right\} \cos \theta_f(t) \pm \left\{ \begin{array}{l} (\bar{S}_{f,nm}^+ + \bar{S}_{f,nm}^-) \\ (\bar{C}_{f,nm}^+ - \bar{C}_{f,nm}^-) \end{array} \right\} \sin \theta_f(t) \right], \quad (24)$$

где

$$\bar{F}_{nm} = \frac{4\pi G}{100g_E} \left(\frac{1+k'_n}{2n+1} \right). \quad (25)$$

При вычислении возмущений с использованием волны S_1 из модели FES2004, поправки вычисляются по формулам (14).

Глава 2. Учёт приливных эффектов в движении ИСЗ методом численного интегрирования

Во второй главе описываются алгоритмы и методы, реализованные в разработанном на языке программирования С++ программно-алгоритмическом комплексе численного интегрирования Orbit Modeling Toolkit, с помощью которого выполнялся численный расчёт орбит низкоорбитальных ИСЗ с учётом приливных возмущений.

Для контроля получаемых результатов в комплексе Orbit Modeling Toolkit, интерфейс которого представлен на рис. 1, реализованы два метода численного интегрирования: неявный итеративный одношаговый метод, разработанный на кафедре Астрономии и космической геодезии МИИГАиК проф. Ю.В. Плаховым, и метод Эверхарта. Порядок обоих методов может быть выбран в диапазоне от седьмого до сорок первого, что соответствует трёхточечному и двадцатиточечному разбиению шага соответственно. Разбиение шага может быть выполнено с использованием коэффициентов Радо либо Лобатто, шаг интегрирования может задаваться фиксированным либо выбираться автоматически, исходя из заданной точности. Модель движения ИСЗ реализована в прямоугольных координатах. В качестве исходных данных выступают начальные координаты и скорости ИСЗ в инерциальной системе координат и момент времени, к которому они отнесены, по шкале Всемирного координированного времени UTC. Для преобразования координат и ускорений из инерциальной системы координат в гринвичскую и обратно реализовано два алгоритма: через истинный экватор и равноденствие и через невращающееся начало.

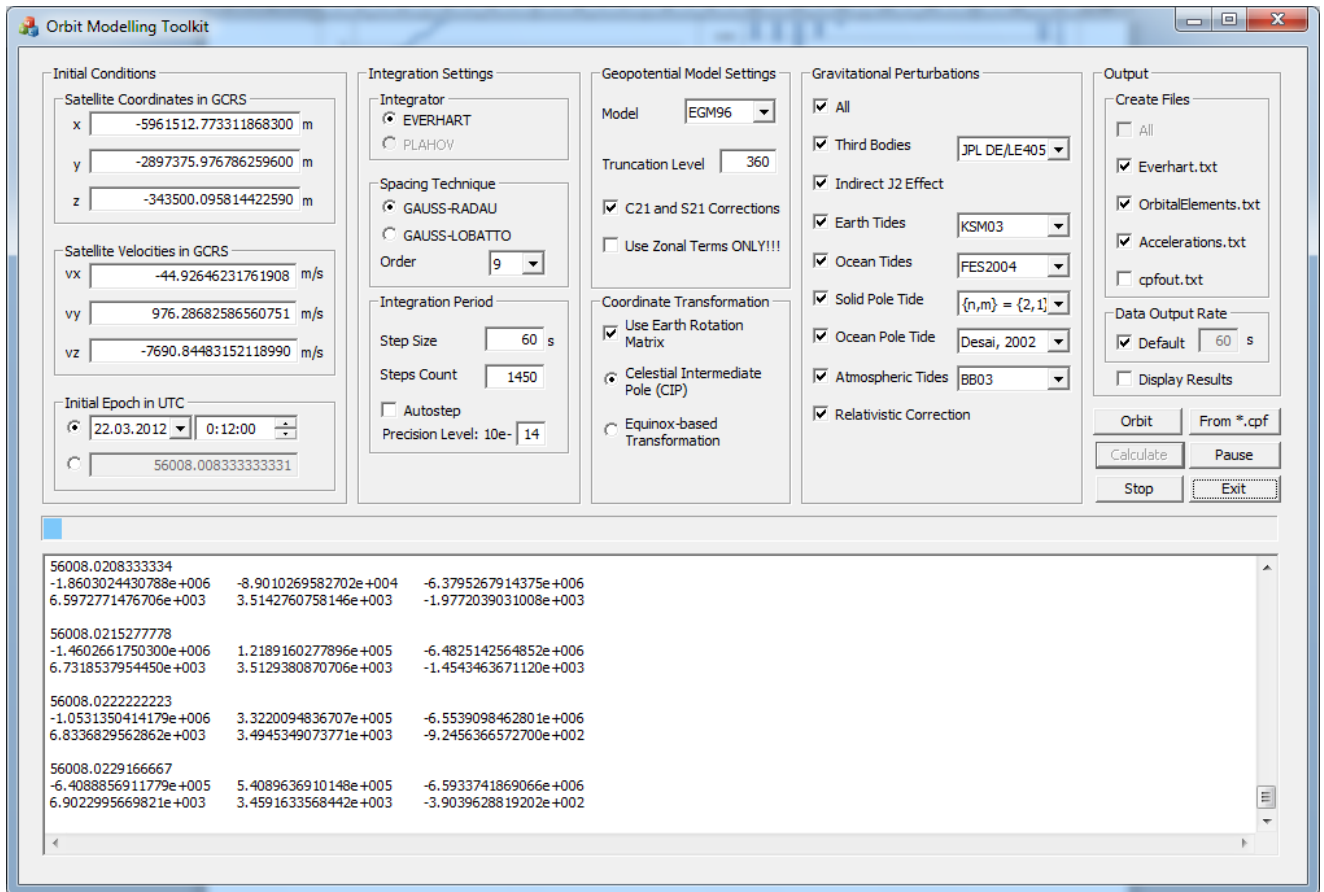


Рис. 1 Интерфейсное окно программного комплекса численного интегрирования уравнений движения ИСЗ

В программном комплексе реализованы следующие алгоритмы и методы учёта приливов и других гравитационных возмущений:

несферичность гравитационного поля Земли:

- с использованием модели геопотенциала EGM96 с учётом долгопериодических вариаций в коэффициентах \bar{C}_{21} и \bar{S}_{21} ,

притяжение третьих тел:

- с использованием эфемерид JPL DE405/LE405,

твёрдые земные приливы:

- с использованием каталога разложения приливообразующего потенциала KSM03;
- с использованием эфемерид JPL DE405/LE405,

океанические приливы:

- с использованием глобальной модели океанических приливов FES2004;
- с использованием глобальной модели океанических приливов CSR3.0;
- с использованием глобальной модели океанических приливов EOT11a,

твёрдый полюсный прилив:

- в виде поправок $\Delta\bar{C}_{21}^{SPT}$ и $\Delta\bar{S}_{21}^{SPT}$ к коэффициентам геопотенциала второй степени первого порядка \bar{C}_{21} и \bar{S}_{21} ,

океанический полюсный прилив:

- с использованием самосогласованной равновесной модели океанического полюсного прилива Desai (2002);
- в виде поправок $\Delta\bar{C}_{21}^{SPT}$ и $\Delta\bar{S}_{21}^{SPT}$ к коэффициентам геопотенциала второй степени первого порядка \bar{C}_{21} и \bar{S}_{21} ,

атмосферные приливы:

- с использованием глобальной модели атмосферных приливов BB03;
- с использованием глобальной модели атмосферных приливов RP03;
- с использованием глобальной модели океанических приливов FES2004 (волна S_1), включающей в себя вклады вариаций атмосферного давления.

релятивистские эффекты:

- с учётом метрики Шварцшильда, прецессии Лензе-Тирринга и прецессии де Ситтера.

Для вычисления возмущающих ускорений после учёта приливных поправок согласно (2) был реализован рекуррентный алгоритм Л.Е. Каннингама, в котором предварительно были выполнены следующие преобразования. Все выражения были полностью пронормированы, и в качестве масштаба был выбран средний экваториальный радиус Земли R_E . С учётом выполненных преобразований возмущающую функцию геопотенциала можно представить следующим образом:

$$U = GM_E \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \bar{V}_{nm} + \bar{S}_{nm} \bar{W}_{nm}), \quad (26)$$

где

$$\bar{V}_{nm} = \frac{\bar{P}_{nm}(\sin \varphi) \cos m\lambda}{r^{n+1}} \quad \text{и} \quad \bar{W}_{nm} = \frac{\bar{P}_{nm}(\sin \varphi) \sin m\lambda}{r^{n+1}} \quad (27)$$

– полностью нормированные полиномы Каннингама, которые вычисляются согласно схеме на рис. 2 по следующим рекуррентным формулам:

$$\begin{aligned}\bar{V}_m &= \sqrt{\frac{(2-\delta_{0n})(2n+1)}{(2-\delta_{0,n-1})2n}} \frac{1}{r_s} (x\bar{V}_{n-1,n-1} - y\bar{W}_{n-1,n-1}); \\ \bar{W}_m &= \sqrt{\frac{(2-\delta_{0n})(2n+1)}{(2-\delta_{0,n-1})2n}} \frac{1}{r_s} (x\bar{W}_{n-1,n-1} + y\bar{V}_{n-1,n-1})\end{aligned}\quad (28)$$

для полиномов, стоящих на главной диагонали ($n = m, \searrow$), для всех остальных степеней n и порядков m ($n \neq m, \downarrow$):

$$\begin{aligned}\bar{V}_{nm} &= \sqrt{\frac{4n^2-1}{n^2-m^2}} \frac{z}{r_s} \bar{V}_{n-1,m} - \sqrt{\frac{(2n+1)[(n-1)^2-m^2]}{(2n-3)(n^2-m^2)}} \frac{1}{r_s} \bar{V}_{n-2,m}; \\ \bar{W}_{nm} &= \sqrt{\frac{4n^2-1}{n^2-m^2}} \frac{z}{r_s} \bar{W}_{n-1,m} - \sqrt{\frac{(2n+1)[(n-1)^2-m^2]}{(2n-3)(n^2-m^2)}} \frac{1}{r_s} \bar{W}_{n-2,m}.\end{aligned}\quad (29)$$

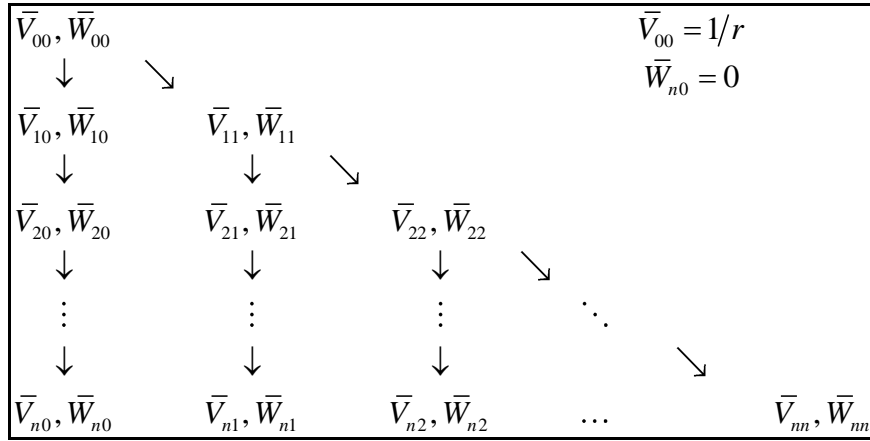


Рис. 2 Схема вычисления полиномов Каннингама

Ускорения ИСЗ в виде дифференциальных уравнений движения имеют вид:

$$\ddot{\mathbf{r}} = \text{grad}U \quad (30)$$

и могут быть напрямую вычислены через коэффициенты V_{nm} и W_{nm} . В проекции на координатные оси дифференциальные уравнения движения ИСЗ можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= \sum_{n,m} \ddot{x}_{nm}; \\ \ddot{y} &= \sum_{n,m} \ddot{y}_{nm}; \\ \ddot{z} &= \sum_{n,m} \ddot{z}_{nm},\end{aligned}\quad (31)$$

где

$$\begin{aligned}
 \ddot{x}_{nm}^{(m=0)} &= GM_E \left\{ \sqrt{\frac{(2n+1)(n+2)(n+1)}{2(2n+3)}} (-\bar{C}_{n0} \bar{V}_{n+1,1}) \right\}; \\
 \ddot{x}_{nm}^{(m>0)} &= \frac{GM_E}{2} \left\{ \sqrt{\frac{(2n+1)(n+m+2)(n+m+1)}{(2n+3)}} (-\bar{C}_{nm} \bar{V}_{n+1,m+1} - \bar{S}_{nm} \bar{W}_{n+1,m+1}) + \right. \\
 &\quad \left. + \sqrt{\frac{2(2n+1)(n-m+2)(n-m+1)}{(2-\delta_{0,m-1})(2n+3)}} (\bar{C}_{nm} \bar{V}_{n+1,m-1} + \bar{S}_{nm} \bar{W}_{n+1,m-1}) \right\}; \\
 \ddot{y}_{nm}^{(m=0)} &= GM_E \left\{ \sqrt{\frac{(2n+1)(n+2)(n+1)}{2(2n+3)}} (-\bar{C}_{n0} \bar{W}_{n+1,1}) \right\}; \\
 \ddot{y}_{nm}^{(m>0)} &= \frac{GM_E}{2} \left\{ \sqrt{\frac{(2n+1)(n+m+2)(n+m+1)}{(2n+3)}} (-\bar{C}_{nm} \bar{W}_{n+1,m+1} + \bar{S}_{nm} \bar{V}_{n+1,m+1}) + \right. \\
 &\quad \left. + \sqrt{\frac{2(2n+1)(n-m+2)(n-m+1)}{(2-\delta_{0,m-1})(2n+3)}} (-\bar{C}_{nm} \bar{W}_{n+1,m-1} + \bar{S}_{nm} \bar{V}_{n+1,m-1}) \right\}; \\
 \ddot{z}_{nm}^{(m>0)} &= GM_E \left\{ \sqrt{\frac{(2n+1)(n+m+1)(n-m+1)}{(2n+3)}} (-\bar{C}_{nm} \bar{V}_{n+1,m} - \bar{S}_{nm} \bar{W}_{n+1,m}) \right\}. \tag{32}
 \end{aligned}$$

Ускорения от других гравитационных возмущений учитывались как отдельные возмущающие функции.

Результатом работы программы по выбору пользователя могут быть три файла данных:

1. эпоха, координаты и скорости ИСЗ в инерциальной системе координат;
2. эпоха, элементы орбиты ИСЗ;
3. эпоха и ускорения ИСЗ.

Глава 3. Анализ результатов численного моделирования

В третьей главе выполняется расчёт и детальный анализ влияния приливных эффектов на орбиты низких ИСЗ. Экспериментальные вычисления выполнялись в два этапа: на первом этапе осуществлялся выбор моделей для учёта влияния приливов, а на втором этапе с использованием отобранных моделей были численно проинтегрированы несколько классов орбит, и выполнена оценка влияния приливных эффектов на орбиту ИСЗ в модуле радиус-вектора и радиальной скорости ИСЗ и в элементах орбиты.

Экспериментальные вычисления выполнялись в двух вариантах:

- 1 с учётом гравитационных возмущений: притяжение Земли (полная модель геопотенциала EGM96), Луны, Солнца, других планет (эфемериды JPL DE405/LE405), а также релятивистские эффекты, исключая любые приливные воздействия;
- 2 с учётом гравитационных возмущений, указанных в п. 1, и возмущений от приливов (твёрдых, океанических, полюсных и атмосферных).

Для расчётов были выбраны близкруговые орбиты с эксцентриситетом $e = 0,001$. Наклонение орбит задавалось от 0° до 120° с шагом в 10° . Высоты орбит были выбраны в

диапазоне от 250 до 1300 км, а именно: 250, 300, 400, 500, 800 и 1300 км. Модельные орбиты, которые были получены в ходе численного интегрирования, соответствуют реальным спутниковым системам. Начальная эпоха интегрирования, UTC 22.03.2012 0^h12^m00^s (MJD = 56008.0083333), совпадает с новолунием и близка к весеннему равноденствию, которое состоялось 21 марта в 5^h14^m по Гринвичу. В связи с этим эффект от приливов должен быть одним из максимально возможных.

Учёт возмущений от твёрдых земных приливов был выполнен с использованием эфемерид возмущающих тел JPL DE405/LE405 и каталога разложения приливообразующего потенциала KSM03. Оба подхода дают результат, сходящийся до миллиметров: расхождение на одном витке не достигает и миллиметра для всех рассчитанных вариантов орбит, а максимальное расхождение на суточном интервале не превышает 6 мм. Результаты, полученные с использованием модели приливообразующего потенциала KSM03 и эфемерид JPL DE405/LE405, отлично согласуются между собой. Это подтверждается среднеквадратическим отклонением в 1 мм на суточном интервале, а также коэффициентом корреляции, равным единице, для всех рассчитанных вариантов орбит как на одном витке, так и на суточном интервале. Полученные результаты вполне ожидаемы, так как разложение приливообразующего потенциала KSM03 было выполнено на основе эфемерид JPL DE406/LE406.

На рис. 3, где по оси абсцисс отложено время t в минутах, а по оси ординат эффект от приливов Δr и δr в метрах, показаны возмущения от твёрдых земных приливов для полярной орбиты высотой 300 км. На рис. 3а эффект Δr выражен как модуль разности двух геоцентрических радиус-векторов:

$$\Delta r = |\mathbf{r}_{tide} - \mathbf{r}|, \quad (33)$$

где \mathbf{r} – геоцентрический радиус-вектор ИСЗ без учёта приливного эффекта, а \mathbf{r}_{tide} – с учётом приливного эффекта. На рис. 3б эффект δr выражен в смысле разности двух модулей этих же векторов:

$$\delta r = |\mathbf{r}_{tide}| - |\mathbf{r}|, \quad (34)$$

что позволяет исключить вековой тренд.

Для выбранного класса орбит за один оборот эффект от твёрдых приливов колеблется от 1,5 до 2,2 м, а на суточном интервале — от 22 до 38 м, уменьшаясь с увеличением высоты орбиты спутника. Изменение в модуле радиальной скорости составляет 2 мм/с за один оборот ИСЗ для всех вариантов орбит, на суточном интервале модуль радиальной скорости изменяется в пределах от 2 до 4,5 см/с. Изменения в большой полуоси орбиты ИСЗ слабо зависят от её наклона, а величина эффекта в конце одного оборота мало отличается от величины эффекта

на суточном интервале и лежит в диапазоне от 30 до 45 см в зависимости от наклона и высоты орбиты. Вековой тренд и долгопериодические возмущения от твёрдых земных приливов в большой полуоси отсутствуют, что подтверждает правильность выбранных моделей. Приливные эффекты в наклонении орбиты не превышают сотых долей угловой секунды на одном витке и достигают десятых долей угловой секунды на суточном интервале. Вариации в эксцентриситете находятся на уровне $10^{-8} \div 10^{-9}$.

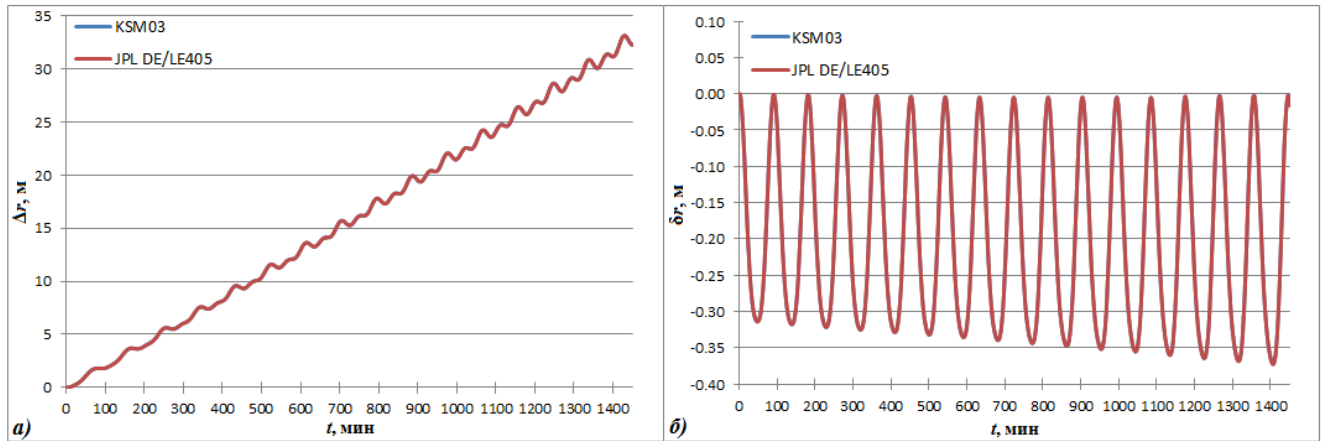


Рис. 3 Эффект влияния твёрдых земных приливов для орбиты с высотой 300 км и наклоном 90°: а) с учётом векового тренда; б) без учёта векового тренда

Полученные результаты подтверждают, что каталог разложения приливообразующего потенциала KSM03 пригоден к практическому применению для решения задач космической геодезии. Затраченное время на интегрирование при использовании первого или второго подхода практически одинаково.

II Для учёта возмущений от океанических приливов использовались три глобальные модели океанических приливов: FES2004, CSR3.0 и EOT11a, представленные различным количеством членов разложения. Поэтому с точки зрения затрат машинного времени при расчёте возмущающих ускорений, наибольшее количество времени требуется при использовании модели EOT11a, а наименьшее — при использовании модели CSR3.0.

Модель FES2004 наиболее удобна при программной реализации, так как коэффициенты разложения модели представлены в полностью нормированном виде и содержат в себе коэффициенты нагрузочной деформации и другие константы, что позволяет избежать дополнительных вычислений. Модель CSR3.0 представлена ненормированными коэффициентами разложения. При использовании модели CSR3.0 вначале следует интерполированием вычислить коэффициенты нагрузочной деформации, но как правило, все константы, используемые в моделях, приводятся в заголовке файла модели, содержащего коэффициенты разложения модели. Модель EOT11a последняя и наиболее детальная среди рассматриваемых моделей. Коэффициенты её разложения представлены в полностью нормированном виде, но при использовании модели EOT11a для каждой компоненты требуется

вычислить фазовый сдвиг, зависящий от типа и амплитуды приливной волны, и вычислить коэффициенты нагрузочной деформации.

Эффект от океанических приливов в значительной степени зависит от наклона орбиты, изменения достигают половины от наибольшей величины возмущений. Минимальный эффект на одном витке орбиты лежит в интервале от 4 до 10 см, уменьшаясь с высотой орбиты спутника, максимальный — от 24 до 34 см. Минимальный эффект на суточном интервале составляет около одного метра в зависимости от наклона орбиты и используемой модели, максимальный эффект достигает 3,8 м, уменьшаясь с увеличением высоты полёта спутника до 2,4 м. Изменения в модуле радиальной скорости за один оборот ИСЗ не превышают 1 мм/с для всех вариантов орбит, на суточном интервале модуль радиальной скорости изменяется в пределах от 1 до 4 мм/с. Разности между моделями FES2004 и EOT11a заметно меньше, чем разности FES2004 и CSR3.0 как на одном витке, так и на суточном интервале.

Максимальные отклонения между моделями FES2004 и CSR3.0 (см. рис. 4) на суточном интервале приходятся на полярную орбиту с наклоном 90° для самых низких орбит (250 и 300 км) и на орбиту с наклоном 50° для всех остальных рассчитанных орбит. На одном витке наибольшие разности приходятся на орбиты в 30° и 40° . Для моделей FES2004 и CSR3.0 наибольшие разности в возмущениях соответствуют орбитам от 0° до 30° на суточном интервале, и 0° и 30° на одном витке.

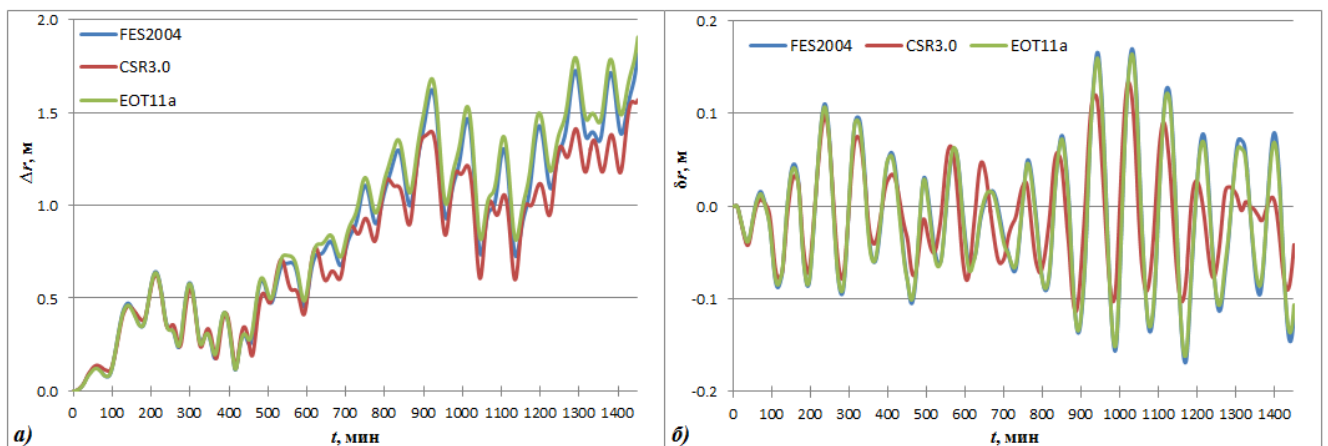


Рис. 4 Эффект влияния океанических приливов для орбиты с высотой 300 км и наклоном 90° : а) с учётом векового тренда; б) без учёта векового тренда

Эффект от океанических приливов в большой полуоси колеблется от нескольких сантиметров до 20 см в зависимости от высоты и наклона орбиты. Разность величин максимальных возмущений от океанических приливов в большой полуоси, рассчитанных с использованием моделей FES2004 и CSR3.0, по абсолютной величине не превышает 8 мм, а СКО на суточном интервале не превышает 4 мм. В наклоне орбиты океанические приливы проявляются уже слабо, достигая тысячных долей угловой секунды на одном витке орбиты и сотых долей на суточном интервале. Вариации в эксцентриситете орбиты находятся на уровне

$10^{-8} \div 10^{-9}$ для рассматриваемых модельных орбит.

Несмотря на то, что эффект от океанических приливов носит достаточно нерегулярный характер, так как отклик океана на внешний возмущающий потенциал достаточно сложен, результаты, полученные с использованием всех рассматриваемых моделей, достаточно хорошо согласуются между собой. Наилучшим образом согласуются результаты, полученные с использованием моделей FES2004 и EOT11a. Принимая во внимание всю сложность создания глобальных океанических моделей, различный состав измерительной информации, различный тип рассматриваемых моделей, их разрешение, количество гармоник, входящих в разложение, полученные результаты можно рассматривать как вполне ожидаемые и допустимые. Сравнение результатов подтверждает, что для высокоточного учёта океанических приливов при изучении гравитационного поля Земли следует руководствоваться последними рекомендациями MCB3, а также Стандартами проектов GRACE и GOCE, и использовать модели FES2004 и EOT11a.

III Влияние твёрдого полюсного прилива учитывается в виде поправок в коэффициенты геопотенциала второй степени первого порядка. Для этого требуются текущие параметры вращения Земли, а именно координаты мгновенного полюса, и координаты среднего полюса, вычисляемые по модели среднего полюса, рекомендованной MCB3.

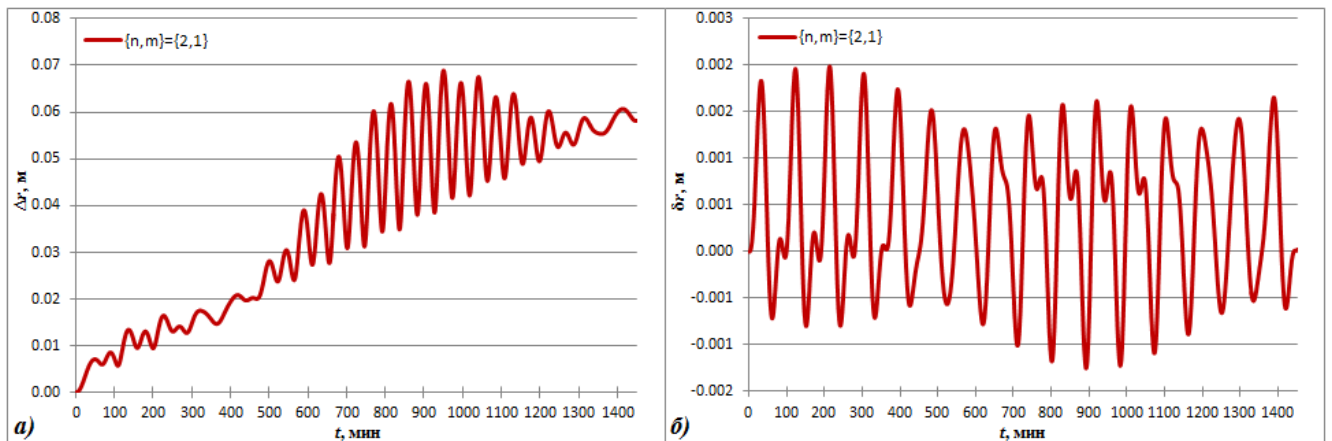


Рис. 5 Эффект влияния твёрдого полюсного прилива для орбиты с высотой 300 км и наклоном 90°: а) с учётом векового тренда; б) без учёта векового тренда

Минимальные возмущения от твёрдого полюсного прилива приходятся на близполярные (см. рис. 5) и близэкваториальные орбиты. На одном витке орбиты минимальная величина эффекта составляет около 7 мм, максимальная величина лежит в диапазоне от 12 до 14 мм. На суточном интервале минимальная величина убывает с высотой в пределах от 46 до 66 мм, максимальная — от 23,9 до 33,8 см. Эффект от твёрдого полюсного прилива в большой полуоси не превышает 1 см на суточном интервале и 0,7 см на одном витке. Эффект твёрдого полюсного прилива в наклонении орбиты уже на суточном интервале проявляется слабо, достигая тысячную долю угловой секунды. Величина возмущений в эксцентриситете от твёрдого полюсного прилива весьма мала и находится на уровне 10^{-10} .

IV Океанический полюсный прилив учитывался двумя способами. В первом случае использовалась усечённая до сотой степени и порядка модель океанических полюсных приливов Desai (2002), во втором случае использовались упрощённые выражения, учитывающие только гармонику второй степени первого порядка. Самосогласованная равновесная модель океанического полюсного прилива Desai (2002) представлена полностью нормированными коэффициентами разложения. Для вычисления поправок в коэффициенты геопотенциала, как и в случае океанических приливов, потребуются коэффициенты нагрузочной деформации и отклонения координат мгновенного полюса от их среднего значения. Для вычисления поправок только в коэффициенты второй степени первого порядка требуются только координаты мгновенного и среднего полюса. Использование модели Desai (2002) позволяет наиболее полно учесть океанический полюсный прилив. При этом затрачивается значительно больше машинного времени, чем при использовании упрощённого способа. Эффект океанического полюсного прилива пренебрежимо мал в сравнении с возмущениями от твёрдых земных приливов (см. рис. 6). Минимальные возмущения приходятся на близполярные и близэкваториальные орбиты и не превышают 1,5 см для низких орбит. Поэтому на коротких дугах можно применять упрощённый вариант учёта океанического полюсного прилива либо использовать усечённую модель Desai (2002).

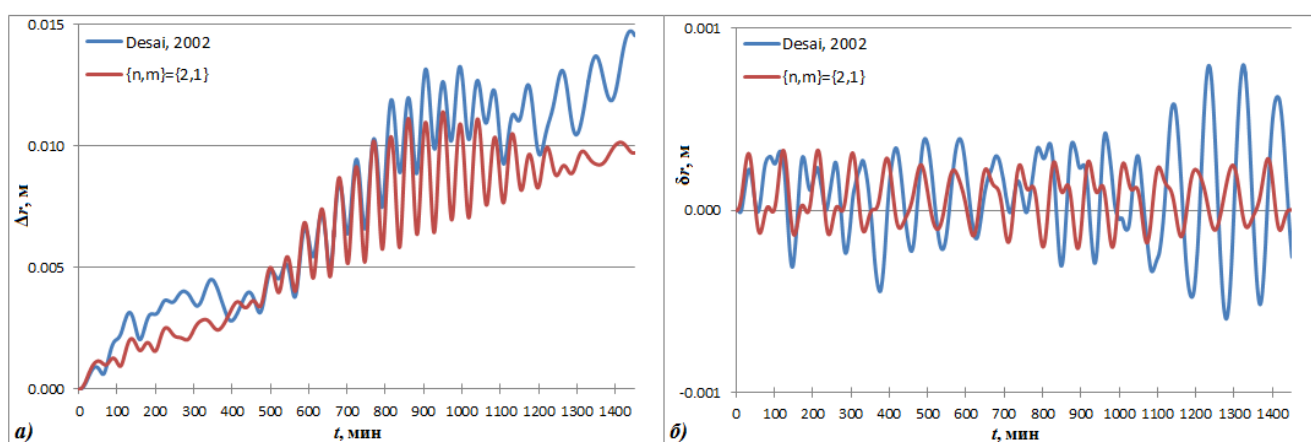


Рис. 6 Эффект влияния океанического полюсного прилива для орбиты с высотой 300 км и наклоном 90° : а) с учётом векового тренда; б) без учёта векового тренда

Минимальные возмущения от твёрдого полюсного прилива приходятся на близполярные и близэкваториальные орбиты. На одном витке орбиты минимальная величина эффекта от океанического полюсного прилива составляет около 1 мм, максимальная — $2 \div 3$ мм. На суточном интервале минимальная величина убывает с высотой в пределах от 7 до 12 мм, максимальная — от 38 до 63 мм. На одном витке отличия в эффекте от океанического полюсного прилива, вычисленного по двум моделям, несущественны: величина не превышает 1 мм, на суточном интервале максимальная разница составляет 1,1 см. Эффект от океанического полюсного прилива в большой полуоси не превышает $1 \div 2$ мм на суточном

интервале и на одном витке орбиты. Эффект в наклонении орбиты не достигает тысячных долей угловой секунды на суточном интервале, а вариации в эксцентриситете находятся на уровне $10^{-10} \div 10^{-13}$.

Учёт атмосферных приливов был выполнен с использованием трёх моделей: двух моделей атмосферных приливов ВВ03 и РР03 и с использованием только волны S_1 , являющейся частью модели FES2004. В этом случае возмущения составляют 2-3 мм на суточном интервале (см. рис. 7). Это может быть обусловлено тем, что волна S_1 содержит вклад и от океана. При использовании моделей ВВ03 и РР03 эффект не достигает 1 мм на суточном интервале.

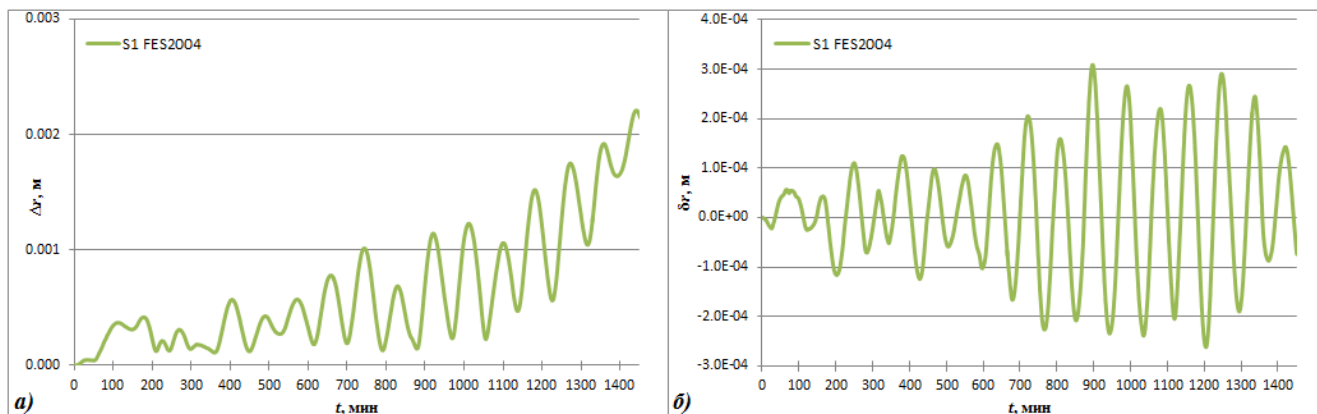


Рис. 7 Эффект влияния атмосферных приливов для орбиты с высотой 300 км и наклонением 90°: а) с учётом векового тренда; б) без учёта векового тренда

В таблице 4 даны наибольшие величины возмущений от приливов в модуле радиус-вектора приливов для полярной орбиты высотой 300 км и для орбиты с наклонением 30° и высотой 500 км на конце одного витка и на суточном интервале. Под возмущениями приведены величины вкладов, выраженные в процентах, взятых от величины вкладов от твёрдого прилива.

Таблица 4 Возмущения Δr от приливов для полярной орбиты высотой 300 км и для орбиты с наклонением 30° и высотой 500 км на конце одного витка и на суточном интервале

Орбита	t	Приливы				
		Твёрдые*	Океанические*	Полусные		Атмосферные*
				Твёрдый	Океанический*	
H = 300 км $i = 90^\circ$	$1r \approx 91^m$	1,822 м 100%	0,126 м 6,92%	0,009 м 0,49%	0,001 м 0,05%	—
	24 ^h	33,127 м 100%	1,817 м 5,48%	0,069 м 0,21%	0,015 м 0,05%	0,002 м 0,007%
H = 500 км $i = 30^\circ$	$1r \approx 95^m$	1,917 м 100%	0,154 м 8,03%	0,008 м 0,42%	0,001 м 0,05%	—
	24 ^h	28,958 м 100%	1,975 м 6,82%	0,264 м 0,91%	0,052 м 0,18%	0,002 м 0,007%

*Твёрдые земные приливы учитывались с использованием каталога KSM03, для учёта океанических приливов использовалась модель FES2004, для океанического полусного прилива — модель Desai (2002), для атмосферных приливов — волна S_1 модели FES2004.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлены результаты теоретических и экспериментальных исследований по учёту сложных геофизических явлений — приливов — в качестве возмущающего фактора, оказывающего существенное влияние на движение низкоорбитальных ИСЗ. Данное исследование имеет высокую практическую значимость, в связи с интенсивным применением методов космической геодезии в изучении формы и размеров Земли и процессов, протекающих на ней и в околоземном пространстве.

В диссертационной работе были получены следующие **результаты**.

- 1 Систематизированы современные теории приливных явлений (твёрдые земные, океанические, полюсные, твёрдый и океанический, и атмосферные приливы) и выделены наиболее эффективные и оптимальные подходы к учёту приливов в движении низкоорбитальных ИСЗ, предназначенных для изучения гравитационного поля Земли.
- 2 Разработана методика учёта приливных возмущений в движении ИСЗ с требуемой на современном уровне точностью для решения задач космической геодезии.
- 3 Разработан программно-алгоритмический комплекс численного интегрирования уравнений движения ИСЗ, в котором реализованы алгоритмы учёта всех гравитационных возмущений (несферичность гравитационного поля Земли, приливные эффекты, притяжение от Луны, Солнца и планет, релятивистские эффекты).
- 4 С использованием разработанного программного обеспечения выполнен комплексный вычислительный эксперимент по расчёту целого класса низких близкруговых орбит с различным наклоном и получены экспериментальные данные, позволяющие оценить различные методы и модели как с точки зрения их точностных характеристик и быстродействия, так и с точки зрения удобства их программой реализации.
- 5 Впервые были получены детальные количественные оценки приливных возмущений в модуле радиус-вектора и радиальной скорости ИСЗ и в позиционных элементах орбит для целого класса низких близкруговых орбит с различным наклоном.
- 6 На основе выполненных теоретических и экспериментальных исследований выработаны рекомендации по учёту приливов в движении низкоорбитальных ИСЗ.

На основании полученных результатов сделаны следующие **выводы**.

- I Представленная методика и алгоритмы учёта приливных эффектов могут непосредственно применяться при решении задач космической геодезии.
- II Разработанная методика будет в дальнейшем востребована при обработке спутниковых измерений.
- III Перспективы дальнейшего развития разработанной методики и программного

обеспечения должны быть ориентированы на решение следующих **задач**.

- а) Вычисление приливных возмущений с привлечением их полных моделей требует значительных затрат машинного времени и ресурсов. При дальнейшей работе для их минимизации и повышения эффективности работы программного обеспечения следует оптимизировать используемые алгоритмы, например, используя аппроксимацию полиномами Чебышёва.
- б) В разработанном программном обеспечении для расширения возможностей его применения в соответствии с последними стандартами МСВЗ (2010), проектов GRACE и GOCE следует поддержать новые модели гравитационного поля Земли EGM2008, EIGEN, эфемериды JPL новой серии DE421/LE421 и пр., а также реализовать многошаговые методы численного интегрирования.
- в) Для учёта приливных деформаций в гравитационном поле Земли при обработке высокоточных градиентометрических измерений в программном обеспечении требуется реализация эффективного алгоритма по вычислению вторых производных геопотенциала — тензоров (аналогично рекуррентному алгоритму Каннингама по вычислению ускорений — первых производных геопотенциала).

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. *Гусев И.В.* Оценка влияния приливных эффектов на низкоорбитальные ИСЗ // Изв. ВУЗов «Геодезия и Аэрофотосъёмка». – 2013. – № 2. – С. 14-24.
2. *Гусев И.В.* Разработка программного комплекса численного интегрирования для учёта приливных эффектов в движении ИСЗ // Изв. ВУЗов «Геодезия и Аэрофотосъёмка». – 2011. – № 6. – С. 8-14.
3. *Гусев И.В.* Учёт влияния твёрдых земных приливов на движение ИСЗ // Изв. ВУЗов «Геодезия и Аэрофотосъёмка». – 2009. – № 6. – С. 46-48.
4. *Гусев И.В., Лебедев С.А.* Учёт влияния океанических приливов при наблюдении геодезических искусственных спутников Земли // Изв. ВУЗов «Геодезия и Аэрофотосъёмка». – 2013. – № 1. – С. 25-32.

Подписано в печать 10.10.2013. Гарнитура Таймс
Формат 60?90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Объем 1,5 усл. печ. л.

Тираж 80 экз. Заказ №99-2013 Цена договорная

Издательство МИИГАиК

105064, Москва, Гороховский пер., 4