

На правах рукописи



Валов Георгий Евгеньевич

**РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ УЧЕТА
ВЛИЯНИЯ ВЕРТИКАЛЬНОЙ РЕФРАКЦИИ
ПО ГРАДИЕНТНЫМ ГЕОДЕЗИЧЕСКИМ ИЗМЕРЕНИЯМ
ПРИ ОДНОСТОРОННЕМ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКОМ
НИВЕЛИРОВАНИИ**

Специальность 1.6.22. Геодезия

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

МОСКВА 2026

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный университет геодезии и картографии» (МИИГАиК) на кафедре высшей геодезии.

Научный руководитель: доктор технических наук, доцент
Вшивкова Ольга Владимировна

Рецензенты:

Брынь Михаил Ярославович, доктор технических наук, профессор, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I», кафедра «Инженерная геодезия», заведующий кафедрой

Никонов Антон Викторович, кандидат технических наук, АО «Сибтехэнерго», цех зданий и сооружений, ведущий инженер

Ведущая организация: федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский горный университет императрицы Екатерины II»

Защита состоится 17 декабря 2026 г. в 10:00 часов на заседании диссертационного совета 24.2.333.02 при ФГБОУ ВО «Московский государственный университет геодезии и картографии» в зале заседаний Ученого совета по адресу: 105064, г. Москва, Гороховский пер., 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Московского государственного университета геодезии и картографии и на сайте <http://www.miiigaik.ru/science/councils/dissertation/>

Автореферат разослан «___» _____ 2026 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета



Вшивкова Ольга Владимировна

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. На современном этапе развития геодезического производства основным способом создания высотного обоснования для строительства, высотных сетей сгущения и высотных специальных сетей является геометрическое нивелирование. Геометрическое нивелирование является надежным и точным методом определения высот точек и превышений между ними. Однако способ геометрического нивелирования обладает рядом существенных недостатков: достаточно жесткие ограничения расстояния между определяемыми точками; предельно возможное измеренное превышение на станции ограничено величиной разности высоты рейки и допуска минимальной высоты отсчета по рейке; существенные трудовые и временные затраты на производство в случае значительной разности высот определяемых точек и протяженной дистанции; в ряде случаев невозможность получения необходимой точности из-за большого количества станций, вследствие чего возникает необходимость использования нивелирования более высокого класса, что приводит к увеличению стоимости производства.

Альтернативой способу геометрического нивелирования является способ тригонометрического нивелирования. Последний крайне перспективен, поскольку, в отличие от геометрического нивелирования, предельно возможное измеренное превышение на станции не ограничено длиной рейки, а предельные расстояния между определяемыми точками соответствуют дальности четкой видимости визирной цели, что особенно актуально во всхолмленных районах. При использовании электронного тахеометра со средней квадратической ошибкой измерения угла одним приемом, равной $2''$, погрешность определения превышения, обусловленная влиянием приборной погрешности, удовлетворяет требованиям геометрического нивелирования IV-го класса (10 мм/км). При измерении угла четырьмя приемами точность определения превышения повысится до 5 мм/км, что соответствует III-му классу. Таким образом, точностные возможности электронных тахеометров, массово используемых в современном геодезическом производстве, позволяют измерять превышения методом тригонометрического нивелирования с точностью, соответствующей III-IV классам геометрического нивелирования. Практическое применение

тригонометрического нивелирования осложнено влиянием атмосферы. Погрешность, вызванная влиянием атмосферы, в частности вертикальной рефракции, может на порядки превосходить приборную погрешность.

Для учета влияния вертикальной рефракции в тригонометрическом нивелировании используется поправка за стандартный коэффициент рефракции, равный 0,14. В то же время, различными исследователями было неоднократно показано, что реальные значения коэффициента рефракции в приземном слое атмосферы могут на несколько порядков превосходить величину стандартного коэффициента, а в ряде случаев принимать отрицательные значения. Таким образом, поправка за стандартный коэффициент рефракции однозначно не отвечает требованиям к точности геометрического нивелирования III и IV класса, а в случае отрицательных значений реального коэффициента рефракции приведет к потере в точности нивелирования.

В настоящее время тригонометрическое нивелирование применяется при производстве специальных видов геодезических работ, таких как передача отметки через препятствие. В этом случае используются различные вариации двустороннего тригонометрического нивелирования, последние имеют целый ряд недостатков, главные из которых обусловлены высокой стоимостью производства (необходимость использования двух приборов) и требованием к симметричности трассы для получения желаемой точности. В связи с чем, применение двустороннего тригонометрического нивелирования для производства работ по созданию высотных сетей сгущения не рационально.

Целесообразность диссертационного исследования обусловлена запросом геодезического производства на методику нивелирования, обеспечивающую точность геометрического нивелирования III и IV класса при сохранении всех преимуществ одностороннего тригонометрического нивелирования – производительность, возможность использования в пересеченной местности, высокая степень автоматизации.

Степень разработанности темы исследования. На сегодняшний день существует более ста различных методов учета влияния вертикальной рефракции в тригонометрическом нивелировании. Существенный вклад в изучение влияния вертикальной рефракции внесли такие ученые, как Островский А.Л., Изотов А.А., Пеллинен Л.П., Куштин И.Ф., Юношев Л.С., Вшивков В.Ф., Вшивкова О.В.,

Прилепин М.Т., Дрок М.К., Мозжухин О.А., Мороз А.И., Никонов А.В., Яковлев Н.В., Дементьев В.Е., Brunner F.K., Kukkamaki T., Bahnert G., Bokem B., Flach P. и другие. Несмотря на существенное количество предложенных методов, все они обладают теми или иными недостатками, не позволяющими на требуемом в современном геодезическом производстве уровне обеспечить решение проблемы учета влияния вертикальной рефракции при производстве тригонометрического нивелирования. Учет влияния вертикальной рефракции, обеспечивающий повышение точности тригонометрического нивелирования, как правило, связан со значительным увеличением затрат на производство тригонометрического нивелирования, что снижает эффективность существующих методов учета влияния рефракции и объясняет широкое использование в геодезическом производстве стандартного коэффициента рефракции. Дополнительные финансовые, временные и трудовые затраты могут быть связаны с применением специализированного измерительного оборудования, увеличением времени производства полевых работ, необходимостью подготовки специалистов, владеющих используемым методом учета влияния рефракции.

Целью исследования является разработка методики учета влияния вертикальной рефракции при производстве одностороннего тригонометрического нивелирования, обеспечивающей сбалансированность затрат на учет влияния вертикальной рефракции и соответствующего повышения точности.

Основные задачи исследования:

- сформулировать критерии оценки эффективности методик производства тригонометрического нивелирования с учетом влияния вертикальной рефракции по признаку сбалансированности затрат на учет влияния вертикальной рефракции и соответствующего повышения точности;
- обосновать возможность моделирования коэффициента рефракции по результатам градиентных геодезических измерений, которые не требуют специальных навыков от исполнителя и могут быть реализованы стандартным геодезическим оборудованием;
- выявить факторы, влияющие на формирование вертикального профиля коэффициента рефракции вдоль визирной линии и разработать методические приемы, обеспечивающие их учет;

- разработать методику производства одностороннего тригонометрического нивелирования с учетом влияния вертикальной рефракции, основанную на моделировании коэффициента рефракции по результатам градиентных геодезических измерений;
- апробировать разработанную методику производства одностороннего тригонометрического нивелирования с учетом влияния вертикальной рефракции в полевых условиях с целью ее детальной проработки и оценки точностных возможностей.

Научная новизна результатов диссертационного исследования.

- Разработанная методика учета влияния вертикальной рефракции при одностороннем тригонометрическом нивелировании отличается от существующих использованием результатов геодезических измерений, выполненных на нескольких уровнях, в качестве единственного и достаточного источника исходных данных, необходимых для моделирования коэффициента рефракции с учетом пространственных изменений полей рефракции.
- Разработанный алгоритм моделирования коэффициента рефракции по результатам градиентных геодезических измерений, основанный на весовой реализации метода Монте-Карло, обеспечивает учет нелинейного характера изменения коэффициента рефракции с высотой.
- Обоснованный объективный критерий контроля точек перегиба температурной стратификации – тенденция изменения приращения рефракции с высотой – обеспечивает учет влияния слоистости рабочего слоя воздуха на точность моделирования коэффициента рефракции.
- Разработанная процедура производства угловых измерений на нескольких уровнях базируется на использовании предложенной оригинальной конструкции визирной цели, что обеспечивает ослабление влияния временных изменений полей рефракции.

Теоретическая значимость результатов диссертационного исследования заключается в разработке объективных критериев оценки эффективности существующих и разрабатываемых методик производства тригонометрического нивелирования с учетом влияния вертикальной рефракции; в обосновании возможности и преимуществ моделирования коэффициента рефракции по

результатам градиентных геодезических измерений, используемых в качестве надежного источника информации о среднеинтегральных для дистанции значениях параметров атмосферы; в разработке алгоритма, реализующего моделирование коэффициента рефракции с учетом нелинейного характера изменения полей рефракции с высотой.

Практическая значимость результатов диссертационного исследования заключается в том, что предложенная методика учета влияния вертикальной рефракции по градиентным геодезическим измерениям при одностороннем тригонометрическом нивелировании обеспечивает точность геометрического нивелирования III и IV класса при соблюдении баланса между критериями эффективности – временем, затрачиваемым на ее реализацию, стоимостью, ограничениями условий применения и требованиями к квалификации исполнителей. Разработанная методика позволяет использовать метод тригонометрического нивелирования в качестве основного метода при создании высотных сетей сгущения и высотных специальных сетей, оптимизируя производство указанных видов работ.

Востребованность. В современном геодезическом производстве методика одностороннего тригонометрического нивелирования с учетом влияния вертикальной рефракции, обеспечивающая точность геометрического нивелирования III и IV класса, востребована там, где невозможно или нерационально применять метод геометрического нивелирования или более громоздкие методики тригонометрического нивелирования в связи с существенными перепадами высот на объекте, большими расстояниями между определяемыми точками и их значительным количеством. К таким видам геодезических работ относятся: создание высотного обоснования для строительства канатных дорог и строительства любых других объектов в горной местности, передача отметки через препятствие, мониторинг бортов карьеров, геодезические наблюдения с целью изучения динамики оползневых склонов и обвалоопасных участков и многие другие.

Методология и методы исследования. При проведении диссертационного исследования применялся целостный подход к изучению и решению проблемы учета влияния вертикальной рефракции при производстве

тригонометрического нивелирования. В процессе исследования применялись следующие методы научного исследования: анализ, синтез, моделирование, анализ данных, сравнение, эксперимент. В частности, был выполнен качественный анализ существующих методов учета влияния вертикальной рефракции и их последующий синтез по разработанным автором критериям оценки. При моделировании коэффициента рефракции применялся математический метод Монте-Карло (weighted importance sampling), обладающий эффективностью решения нелинейных систем алгебраических уравнений. Апробация разработанной методики учета влияния вертикальной рефракции по градиентным геодезическим измерениям при одностороннем тригонометрическом нивелировании выполнялась путем постановки полевых экспериментов с дальнейшим сравнением полученных результатов с результатами геометрического нивелирования более высокого класса. Для выявления и устранения влияния слоистости атмосферной стратификации использовался анализ данных, полученных по результатам градиентных геодезических измерений.

Положения и результаты, выносимые на защиту:

1. Сформулированы критерии, позволяющие выполнять объективную оценку эффективности существующих и разрабатываемых методик производства тригонометрического нивелирования с учетом влияния вертикальной рефракции.
2. Обоснована возможность моделирования коэффициента рефракции по результатам градиентных геодезических измерений с точностью, удовлетворяющей требованиям геометрического нивелирования III-IV классов; разработан алгоритм определения коэффициента рефракции по результатам градиентных геодезических измерений, основанный на весовой реализации метода Монте-Карло.
3. Сформирован набор факторов, подлежащих учету при моделировании коэффициента рефракции по результатам градиентных геодезических измерений; обосновано использование тенденции изменения приращений рефракции с высотой в качестве объективного критерия обнаружения слоистости рабочего слоя воздуха.

4. Разработана методика учета влияния вертикальной рефракции по градиентным геодезическим измерениям при одностороннем тригонометрическом нивелировании, включающая алгоритм определения коэффициента рефракции по градиентным геодезическим измерениям; методические приемы производства градиентных геодезических измерений; процедуру производства угловых измерений на нескольких уровнях; программу полевых геодезических наблюдений.

5. Выполнена полевая апробация разработанной методики учета влияния вертикальной рефракции по градиентным геодезическим измерениям, позволившая сформулировать требования к практической реализации методики, обеспечивающие определение превышений методом тригонометрического нивелирования с точностью III-го и IV-го классов.

Степень достоверности результатов исследования. Достоверность основных положений, полученных результатов и выводов обусловлена тем, что они не противоречат описанным в научной литературе закономерностям формирования микроклимата приземного слоя атмосферы. Все качественные рассуждения опираются на результаты исследований признанных ученых, математические расчеты основаны на известных методах математической статистики. В процессе исследования выполнен ряд полевых экспериментов, подтвердивших работоспособность разработанной методики в различных условиях. Соответствие методики заявленным точностным показателям подтверждено сравнением с результатами геометрического нивелирования более высокого класса.

Апробация результатов. Основные результаты диссертационного исследования были представлены на следующих конференциях:

1. Международная научная конференция «Пространственные данные: наука и технологии», 28-29 мая 2024, г. Москва.

2. 80-я Международная научно-практическая конференция студентов, аспирантов и молодых ученых МИИГАиК, 7-11 апреля 2025, г. Москва.

3. Международная научная онлайн-конференция «Пространственные данные: наука и технологии», 28-29 мая 2025, г. Москва.

Публикации по теме диссертации. Результаты диссертационного исследования представлены в четырех статьях в изданиях из перечня

рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертации на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук (Перечень ВАК).

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, трех глав и заключения. Объем диссертации – 132 страницы печатного текста, включающего 5 рисунков и 15 таблиц. Список литературы содержит 127 наименований.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы диссертационного исследования; сформулированы цель и задачи исследования; раскрыты научная новизна, теоретическая и практическая значимость; отмечена степень достоверности результатов исследования; приведены положения и основные результаты, выносимые на защиту.

В первом разделе изучено влияние вертикальной рефракции (ВР) на результаты тригонометрического нивелирования; проанализированы основные направления решения проблемы учета влияния ВР и наиболее значимые исследования, выполненные в каждом из них; сделан вывод о неэффективности использования стандартного коэффициента рефракции для введения поправки в результаты тригонометрического нивелирования.

Были сформулированы критерии, позволяющие выполнять объективную оценку эффективности методик производства тригонометрического нивелирования с учетом влияния вертикальной рефракции по признаку сбалансированности затрат на учет влияния ВР и соответствующего повышения точности: соответствие требуемой точности; время, затрачиваемое на производство полевых измерений и обработку полученных результатов (оперативность); стоимость реализации, зависящая от объема выполняемых работ, требований к используемому оборудованию, количеству и квалификации исполнителей; ограничение условий применения (где и когда методика обеспечивает получение заявленных результатов); квалификация исполнителей (необходимость в дополнительном обучении для реализации методики).

В результате анализа существующих методик учета влияния вертикальной рефракции при производстве тригонометрического нивелирования был сделан вывод, что ни одна из них не соответствует всем заявленным критериям.

Второй раздел посвящен разработке методики учета влияния вертикальной рефракции по градиентным геодезическим измерениям при одностороннем тригонометрическом нивелировании, удовлетворяющей всем сформулированным в первом разделе критериям.

Подробно рассмотрена технология эффективного учета влияния приземного слоя атмосферы, включающая в себя «геодезическую» модель атмосферы, принцип учета влияния атмосферы без знания высоты визирного луча над подстилающей поверхностью и принцип определения параметров модели по градиентным геодезическим и/или метеорологическим измерениям. Был сделан вывод, что наилучшим с точки зрения оптимизации геодезического производства и учета дифференциации подстилающей поверхности вдоль визирной линии методом определения параметров геодезической модели, является геодезический способ, основанный на градиентных (на нескольких уровнях) геодезических наблюдениях.

Был выполнен предрасчет требований к точности градиентных геодезических измерений, обеспечивающей получение превышений с точностью нивелирования III-IV классов, и разработан алгоритм моделирования коэффициента рефракции по результатам градиентных геодезических измерений.

В «геодезической» модели атмосферы угол рефракции r определяется по формуле (1):

$$r'' = -\frac{\rho'' D}{2} \left(\left(\frac{dn}{dz} \right)_0 + 0,038 \cdot 10^{-6} \right) z_{\text{экв}}^b + \frac{\rho'' D}{2} 0,038 \cdot 10^{-6}, \quad (1)$$

где D – длина дистанции; $(dn/dz)_0$ – вертикальный градиент показателя преломления на исходном уровне; $z_{\text{экв}}$ – эквивалентная высота визирного луча; b – коэффициент обмена, характеризующий динамику рабочего слоя воздуха.

При изменении высоты визирного луча (измерительного уровня) изменяется градиент показателя преломления и функционально связанный с ним угол рефракции:

$$\left\{ \begin{array}{l} r_1'' = -\frac{\rho'' D}{2} \left(\left(\frac{dn}{dz} \right)_0 + 0,038 \cdot 10^{-6} \right) z_{\text{экв}}^b + \frac{\rho'' D}{2} 0,038 \cdot 10^{-6}; \\ r_2'' = r_1'' + \delta r_{1 \rightarrow 2} = -\frac{\rho'' D}{2} \left(\left(\frac{dn}{dz} \right)_0 + 0,038 \cdot 10^{-6} \right) \cdot (z_{\text{экв}} + \Delta z_{2-1})^b + \frac{\rho'' D}{2} 0,038 \cdot 10^{-6}; \\ \dots \\ r_n'' = r_1'' + \delta r_{1 \rightarrow n} = -\frac{\rho'' D}{2} \left(\left(\frac{dn}{dz} \right)_0 + 0,038 \cdot 10^{-6} \right) \cdot (z_{\text{экв}} + \Delta z_{n-1})^b + \frac{\rho'' D}{2} 0,038 \cdot 10^{-6}, \end{array} \right. \quad (2)$$

где 1, 2, ..., n – номер измерительного уровня; Δz_{j-1} – разность средних высот измерительных уровней, равная половине разности высот визирных целей; $\delta r_{1 \rightarrow j}$ – приращение угла рефракции на текущем уровне j относительно первого, вычисляемое по измеренной $(\Delta v_{1 \rightarrow j})_{\text{изм}}$ и теоретической $(\Delta v_{1 \rightarrow j})_{\text{теор}}$ разностям углов наклона v :

$$\delta r_{1 \rightarrow j} = (\Delta v_{1 \rightarrow j})_{\text{изм}} - (\Delta v_{1 \rightarrow j})_{\text{теор}}. \quad (3)$$

Теоретическая разность углов наклона, в свою очередь, вычисляется по разности высот визирных целей $\Delta h_{1 \rightarrow j}$:

$$(\Delta v_{1 \rightarrow j})_{\text{теор}} = \frac{\Delta h_{1 \rightarrow j} \cdot \rho''}{D}. \quad (4)$$

Из системы уравнений (2) получим уравнение для приращения угла рефракции $\delta r_{1 \rightarrow 2}$:

$$\delta r_{1 \rightarrow 2} = -\frac{\rho'' D}{2} \left(\left(\frac{dn}{dz} \right)_0 + 0,038 \cdot 10^{-6} \right) \cdot \left((z_{\text{экв}} + \Delta z_{2-1})^b - z_{\text{экв}}^b \right). \quad (5)$$

Используя уравнение (5), был выполнен предрасчет требований к точности выполнения угловых измерений для $D = 1000$ м; $z = 1,5$ м; $b = 0,8$; $\Delta z_{2-1} = 0,25$ м $(dn/dz)_0 = 0,2 \cdot 10^{-6}/\text{м}$. Согласно полученным результатам, для определения превышения с точностью IV класса (10 мм/км) вертикальный угол следует измерять со средней квадратической погрешностью (СКП), равной $0,5''$. Получение указанной точности возможно при измерении вертикальных углов четырьмя полными приемами электронным тахеометром со СКП измерения вертикального угла $1''$.

Для обеспечения точности III класса надо измерять угол наклона с СКП $0,25''$. Указанную точность можно получить только при использовании прецизионных электронных тахеометров с СКП измерения угла в $0,5''$ четырьмя полными

приемами. Требования к точности измерений можно снизить за счет увеличения количества избыточных измерительных уровней.

В системе уравнений (2) четыре неизвестных: r_1'' , $(dn/dz)_0$, $z_{\text{экв}}$, b , следовательно, для ее решения необходимы, как минимум, четыре уравнения (для четырех измерительных уровней), т.е. $n \geq 4$. После ряда алгебраических преобразований систему уравнений (2) возможно записать в следующем виде:

$$\begin{cases} \frac{\delta r_{1 \rightarrow 3}}{\delta r_{1 \rightarrow 2}} = \frac{(z_{\text{экв}} + \Delta z_{3-1})^b - z_{\text{экв}}^b}{(z_{\text{экв}} + \Delta z_{2-1})^b - z_{\text{экв}}^b}; \\ \dots \\ \frac{\delta r_{1 \rightarrow n}}{\delta r_{1 \rightarrow 2}} = \frac{(z_{\text{экв}} + \Delta z_{n-1})^b - z_{\text{экв}}^b}{(z_{\text{экв}} + \Delta z_{2-1})^b - z_{\text{экв}}^b}. \end{cases} \quad (6)$$

Получена система (6) из $n-2$ нелинейных уравнений с двумя неизвестными $z_{\text{экв}}$ и b . Для решения нелинейных систем алгебраических уравнений эффективно воспользоваться весовой реализацией (weighted importance sampling) метода Монте-Карло.

Алгоритм моделирования коэффициента рефракции по результатам градиентных геодезических измерений имеет следующий вид:

1. Назначаются наиболее вероятные значения переменных b и $z_{\text{экв}}$ (в дневное время b можно принять равным 0,8; а эквивалентную высоту равной средней высоте визирного луча над подстилающей поверхностью, определенной «на глаз» исполнителя).
2. Данные значения подставляются в систему (6) и вычисляются отклонения Δ по каждому уравнению. Важно отметить, что отклонения Δ можно принять за истинную величину, т.к. точность измерения отношений приращений рефракции $\delta r_{1 \rightarrow j} / \delta r_{1 \rightarrow 2}$ являются величиной многократно более точной, чем установленные на статистических закономерностях вероятные значения переменных b и $z_{\text{экв}}$ или их случайная выборка.
3. Определяется μ – СКП единицы веса пары более вероятных значений b и $z_{\text{экв}}$:

$$\mu = \sqrt{\frac{[\Delta^2]}{n-2}}. \quad (7)$$

4. Производится случайная выборка пар значений b и $z_{\text{экв}}$ из диапазонов их возможных значений. Диапазон возможных значений коэффициента обмена в

течение суток лежит в пределах от -3 до 3. Для эквивалентной высоты диапазон можно установить от 0 метров до утроенного значения высоты визирного луча, определенного «на глаз» исполнителя.

5. Выбранные пары b и $z_{\text{ЭКВ}}$ подставляются в систему (6), для каждой пары вычисляется СКП m_i . Последнее возможно осуществить двумя способами: равноточным и неравноточным. В первом случае значения $\delta r_{1 \rightarrow j} / \delta r_{1 \rightarrow 2}$ в системе уравнений (6) принимаются равноточными, СКП каждой пары выбранных значений параметров b и $z_{\text{ЭКВ}}$ вычисляется по формуле, аналогичной (7). Затем назначаются веса:

$$p_i = \frac{\mu^2}{m_i^2}. \quad (8)$$

После чего определяются средневзвешенные значения переменных b и $z_{\text{ЭКВ}}$:

$$\overline{X} = \frac{L_1 p_1 + L_2 p_2 + \dots + L_N p_N}{p_1 + p_2 + \dots + p_N} = \frac{[Lp]}{[p]}. \quad (9)$$

Неравноточный способ оценки предполагает учет степени доверия к отношениям $\delta r_{1 \rightarrow j} / \delta r_{1 \rightarrow 2}$, которая зависит от точности измерения углов наклона.

6. Полученные значения коэффициента обмена и эквивалентной высоты подставляются в систему уравнений, выраженную из системы уравнений (2):

$$\begin{cases} \left(\frac{dn}{dz} \right)_0 = - \frac{2\delta r_{1 \rightarrow 2}}{\left((z_{\text{ЭКВ}} + \Delta z_{2-1})^b - z_{\text{ЭКВ}}^b \right) \rho'' D} - 0,038 \cdot 10^{-6}; \\ \left(\frac{dn}{dz} \right)_0 = - \frac{2\delta r_{1 \rightarrow 3}}{\left((z_{\text{ЭКВ}} + \Delta z_{3-1})^b - z_{\text{ЭКВ}}^b \right) \rho'' D} - 0,038 \cdot 10^{-6}; \\ \dots \\ \left(\frac{dn}{dz} \right)_0 = - \frac{2\delta r_{1 \rightarrow n}}{\left((z_{\text{ЭКВ}} + \Delta z_{n-1})^b - z_{\text{ЭКВ}}^b \right) \rho'' D} - 0,038 \cdot 10^{-6}. \end{cases} \quad (10)$$

Полученные значения $(dn/dz)_0$ усредняем и вычисляем СКП $m_{(dn/dz)_0}$ среднего арифметического, используя отклонения $\Delta_{(dn/dz)_0}$ результата, полученного в каждом уравнении системы (10), от среднего арифметического значения:

$$m_{(dn/dz)_0} = \sqrt{\frac{\Delta_{(dn/dz)_0}^2}{n-2}}. \quad (11)$$

7. После вычисления $(dn/dz)_0$, вычисляется коэффициент рефракции k_1 на первом измерительном уровне:

$$k_1 = \left(\frac{dn}{dz} \right)_1 R_3, \quad (12)$$

где $(dn/dz)_1$ – вертикальный градиент показателя преломления на первом измерительном уровне:

$$\left(\frac{dn}{dz} \right)_1 = \left(\left(\frac{dn}{dz} \right)_0 + 0,038 \cdot 10^{-6} \right) z_{\text{эКВ}}^b + \frac{\rho'' D}{2} 0,038 \cdot 10^{-6}. \quad (13)$$

Было установлено, что для наиболее жестких требований к точности и неблагоприятных условий измерений оптимальное число случайных выборок – 200 000, что соответствует примерно 4,3 секундам машинного времени.

В результате анализа закономерностей формирования полей рефракции в приземном слое атмосферы было установлено, что оптимальный метод учета влияния вертикальной рефракции на результаты тригонометрического нивелирования должен обеспечивать учет следующих факторов:

- контроль точек перелома температурной стратификации, особенно на линиях, поросших растительным покровом;
- изменение типа подстилающей поверхности (ПП) вдоль линии визирования;
- изменение высоты визитного луча над подстилающей поверхностью по трассе.

Учет типа ПП реализуется за счет применения геодезического способа определения параметров «геодезической» модели, который обеспечивает определение результирующих для трассы параметров модели, сформированных всей совокупностью представленных типов подстилающей поверхности. Учет третьего фактора осуществляется с помощью принципа учета влияния атмосферы без знания высоты визирного луча, реализованного в «геодезической» модели атмосферы. Точки перелома температурной стратификации позволяют выделить в атмосфере слои с разным характером изменения рефракционных характеристик с высотой. Контроль точек перелома температурной стратификации можно осуществить по измеренным приращениям угла рефракции с высотой δr_{1-j} , вычисляемым по формуле (3). Критерием наличия слоистости атмосферы служит изменение высотной тенденции приращений угла рефракции, т.е. направления их изменения с высотой (увеличение или уменьшение).

Опираясь на перечень факторов, подлежащих учету при градиентных геодезических измерениях, сформулированы следующие методические приемы производства градиентных геодезических измерений:

1. Визирная линия на нижнем уровне должна располагаться выше верхней границы растительности и уровня шероховатости, что позволит минимизировать вероятность возникновения точек перегиба вертикального профиля атмосферной стратификации и сократить их количество.
2. Количество измерительных уровней должно быть больше четырех, что обеспечит: повышение точности моделирования коэффициента рефракции за счет наличия избыточных измерений; контроль уровней перегиба стратификации атмосферы; возможность формирования нескольких наборов уровней, включенных в обработку, в случае обнаружения точек перегиба вертикального профиля стратификации атмосферы.
3. При расчете количества приемов, которым осуществляется измерение вертикальных углов, следует учитывать технические характеристики используемого электронного тахеометра и требования к точности угловых измерений.
4. Процедура производства угловых измерений на нескольких уровнях должна обеспечивать выполнение полного комплекса измерений в максимально сжатые сроки с целью уменьшения влияния временных изменений рефракции.

Разработанная процедура производства угловых измерений на нескольких уровнях опирается на использование в качестве визирной цели телескопической вехи или рейки с закрепленными на нескольких уровнях геодезическими марками (отражательными пленками) и выполнение измерений в режиме «измерение углов», при котором электронный тахеометр производит отсчет практически мгновенно.

Программа полевых геодезических наблюдений при реализации геодезического способа учета влияния вертикальной рефракции включает четыре этапа и позволяет рационально организовать измерительный процесс.

В третьем разделе описана апробация предложенной методики учета влияния вертикальной рефракции при производстве одностороннего тригонометрического нивелирования и сформулированы требования к

практической реализации методики, обеспечивающие определение превышений методом тригонометрического нивелирования с точностью III-го и IV-го классов.

Апробация методики осуществлялась в два этапа, первый этап реализован в июле - августе 2024 года на территории Заокского района Тульской области, второй этап – в августе 2025 года на территории Чеховского района Московской области.

Схемы полигона и продольные профили визирных линий на территории Заокского района Тульской области и Чеховского района Московской области представлены на рисунке 1 и 2, соответственно.

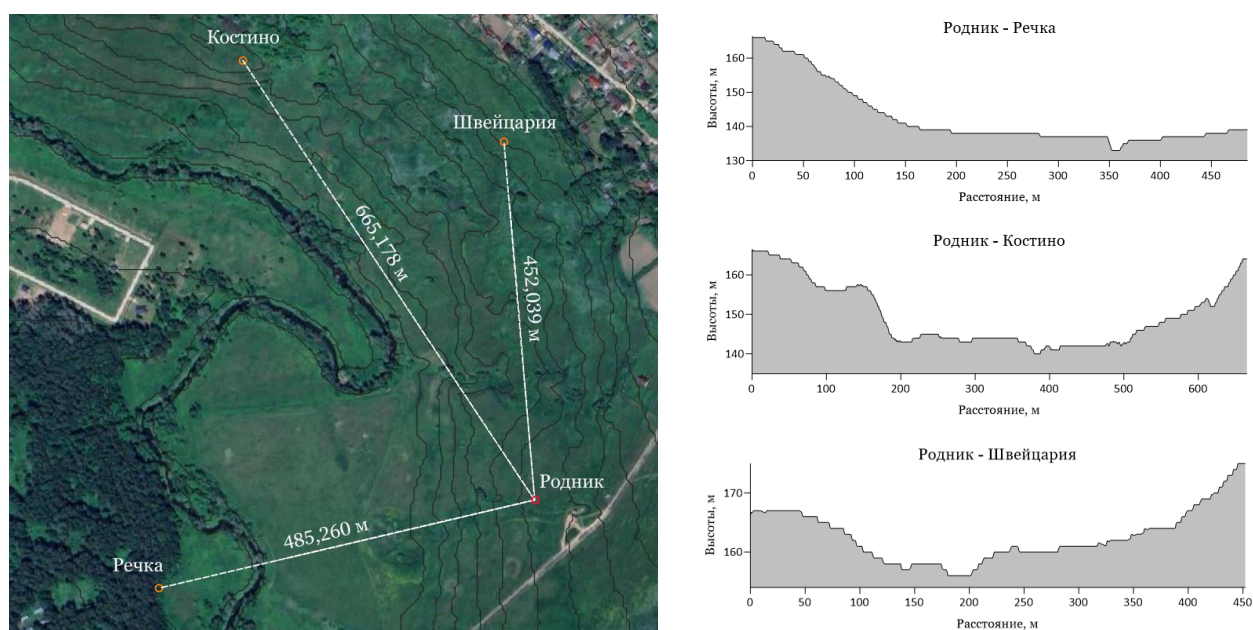


Рисунок 1 – Схема полигона и продольные профили визирных линий на территории Заокского района Тульской области

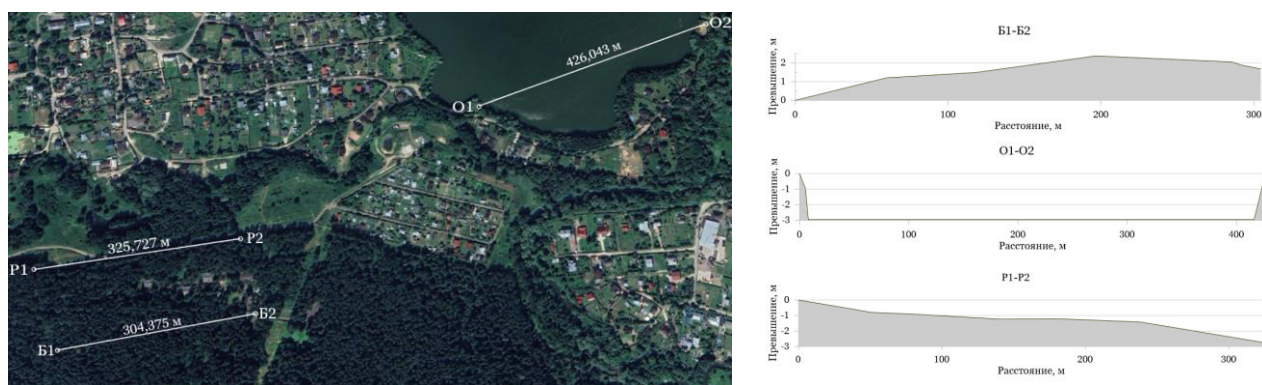


Рисунок 2 – Схема полигона и продольные профили визирных линий на территории Чеховского района Московской области

По каждой визирной линии было выполнено геометрическое

нивелирование по программам II-го (Чеховский полигон) и III-го (Заокский полигон) классов.

Превышения полученные из геометрического нивелирования $h_{\text{геом}}$, измеренные горизонтальные проложения между пунктами S , средневзвешенные высоты визирного луча $z_{\text{ср}}$ над ПП и основные характеристики линий экспериментальных полигонов представлены в таблицах 1 и 2.

Таблица 1 – Основные характеристики линий экспериментального полигона на территории Заокского района Тульской области

Линия	S , м	$h_{\text{геом}}$, м	$z_{\text{ср}}$, м	Характеристика ПП
1	2	3	4	5
Родник – Речка	485,260	-28,9425	11,679	Полевая растительность высотой до 0,5 м. В конце трасса пересекает р. Скнига
Родник – Костино	665,178	-3,3255	15,442	Полевая растительность высотой (1,0-1,5) м. В середине – скопление древесной растительности (значительно ниже визирного луча). Почти половина трассы проходит вдоль р.Скнига
Родник – Швейцария	452,039	7,6770	8,518	Полевая растительность высотой (1,0-1,5) м. В середине в непосредственной близости от визирной линии – лиственное дерево

Для обеспечения точности IV класса на Заокском полигоне для измерений использовался электронный тахеометр с точностью угловых измерений 2", измерения производились семью полными приемами на пяти измерительных уровнях с разностью высот между визирными целями 0,5 метра.

Таблица 2 – Основные характеристики линий экспериментального полигона на территории Чеховского района Московской области

Линия	S , м	$h_{\text{геом}}$, м	$z_{\text{ср}}$, м	Характеристика ПП
Б1–Б2	304,375	1,6799	0,776	Бетонная дорога. Вблизи наблюдаемой точки визирный луч проходит в непосредственной близости от ПП, минимальная высота визирного луча над ПП –17 см
О1–О2	426,043	-0,1328	4,113	Водная поверхность
Р1–Р2	325,727	-2,7696	1,507	Полевая растительность высотой около 1,0 м

На Чеховском полигоне использовался электронный тахеометр с

точностью измерения углов 1", измерения производились восемью полными приемами на одиннадцати измерительных уровнях с разностью высот визирными целями 0,25 метра. Значительное количество избыточных измерительных уровней (семь) позволило выявить необходимое количество последних для получения точности геометрического нивелирования III класса.

Несмотря на значительное количество измерительных уровней и число приемов, использование предложенной процедуры производства угловых измерений позволило сократить время работы на станции до 16-19 минут на Заокский полигоне и 26-31 минуты на Чеховском полигоне.

Полученные результаты градиентных геодезических измерений были проанализированы на предмет слоистости атмосферы. На Заокском полигоне на линии Родник - Костино по величинам $\delta r_{1 \rightarrow 2}$ и $\delta r_{1 \rightarrow 3}$ был обнаружен перелом атмосферной стратификации (см. таблицу 3), было принято решение об исключении из обработки первого уровня.

Таблица 3 – Анализ слоистости атмосферной стратификации (Родник – Костино)

Линия	Уровни	$(\Delta v_{i \rightarrow j})_{\text{теор}}, "$	$(\Delta v_{i \rightarrow j})_{\text{изм}}, "$	$\delta r_{i \rightarrow j}, "$
Родник - Костино	1-2	155,4	156,0	0,6
	1-3	310,1	312,9	2,8
	1-4	465,1	466,3	1,2
	1-5	620,5	620,6	0,1
	2-3	154,7	156,8	2,1
	2-4	309,7	310,3	0,6
	2-5	465,1	464,6	-0,5

На Чеховском полигоне помимо наборов уровней, свободных от влияния слоистости атмосферы, с целью определения достаточного количества избыточных измерений в обработку были включены наборы измерительных уровней в трех комбинациях: нижние 7 уровней, нижние 9 уровней и все 11 уровней.

Было выполнено сравнение точности превышений, полученных по результатам одностороннего тригонометрического нивелирования без учета влияния вертикальной рефракции Δh ; исправленных за стандартный коэффициент рефракции $\Delta h_{k=0,14}$; исправленных за влияние рефракции с помощью разработанного автором алгоритма Δh_k с предельно допустимой погрешностью нивелирования III-го и IV-го классов $\Delta h_{\text{пред}}$. Результаты представлены в таблицах 4 и 5.

Таблица 4 – Сравнение точности измеренных и исправленных превышений (Заокский полигон)

Линия	Уровни	$(\Delta h_{\text{пред}})_{IV}$, мм	Δh , мм	$\Delta h_{k=0,14}$, мм	Δh_k , мм
Родник - Речка	1-5	9,6	4,8	2,2	0,5
Родник - Костино	1-5	13,4	27,2	22,4	9,9
	2-5				3,9
Родник - Швейцария	1-5	9,0	17,7	15,5	2,0

Таблица 5 – Сравнение точности измеренных и исправленных превышений (Чеховский полигон)

Линия	Уровни	$(\Delta h_{\text{пред}})_{III}$, мм	Δh , мм	$\Delta h_{k=0,14}$, мм	Δh_k , мм
Б1–Б2	1-4	5,5	11,5	10,5	9,3
	5-9				0,03
	8-11				9,2
	1-7				5,9
	1-9				5,4
	1-11				4,9
О1–О2	1-4	6,5	3,4	1,4	-1,6
	8-11				5,0
	1-7				-1,5
	1-9				-1,5
	1-11				-1,2
Р1–Р2	1-6	5,7	10,9	9,8	5,4
	5-8				10,7
	7-11				12,7
	1-7				4,9
	1-9				4,8
	1-11				3,9

Исключение первого измерительного уровня на линии Родник - Костино позволило повысить точность опрвления коэффициента рефракции более, чем вдвое. На основании чего был сделан вывод об эффективности использования тенденции изменения приращений угла рефракции с высотой в качестве объективного критерия обнаружения слоистости атмосферы в рабочем слое воздуха.

На Заокском полигоне во всех случаях использование значения коэффициента рефракции, смоделированного по разработанному автором алгоритму, обеспечило точность одностороннего тригонометрического нивелирования, удовлетворяющую требованиям IV-го класса.

Результаты эксперимента доказали, что при реализации предлагаемой методики с точностью IV класса возможно использование электронных тахеометров, характеризующихся точностью измерения вертикального угла 2" при

выполнении градиентных геодезических измерений на пяти и более измерительных уровнях семью полными приемами.

В таблице 5 (Чеховский полигон) представлены решения по ограниченным наборам уровней, характеризуемым отсутствием слоистости атмосферы и полным набором уровней 1-7, 1-9, 1-11, выделенным полужирным цветом. Анализ полученных результатов показал, что для наборов 1-7, 1-9, 1-11 с увеличением числа измерительных уровней точность определения коэффициента рефракции возрастает (на всех визирных линиях, без исключений). На основании вышесказанного был сделан вывод о возможности минимизации влияния слоистости атмосферной стратификации за счет увеличения количества избыточных измерительных уровней. Решение по наборам 1-9 и 1-11 с максимальным количеством избыточных измерений обеспечивает точность III класса геометрического нивелирования на всех визирных линиях.

В результате аналитических и полевых исследований были сформированы требования к реализации методики учета влияния вертикальной рефракции по градиентным геодезическим измерениям при одностороннем тригонометрическом нивелировании (Таблица 6.)

Таблица 6 – Требования к реализации методики учета влияния вертикальной рефракции по градиентным геодезическим измерениям при одностороннем тригонометрическом нивелировании

Параметр	Класс точности нивелирования			
	III		IV	
Точность измерения вертикального угла одним приемом, не ниже, "	0,5	1	1	2
Рекомендуемое предельное расстояние до визирной цели, не более, м	500	500	1000	1000
Количество полных приемов, не менее	4	8	4	7
Рекомендуемое превышение между соседними визирными целями, м	0,25-0,5	0,25-0,5	0,25-0,5	0,25-0,5
Рекомендуемое количество уровней, не менее	5	9	5	5
Точность измерения разности высот между измерительными уровнями, мм	1	1	1	1

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основным **итогом** проведенного исследования является разработанная методика учета влияния вертикальной рефракции по градиентным геодезическим измерениям при одностороннем тригонометрическом нивелировании, обладающая следующими преимуществами:

- определение превышений методом одностороннего тригонометрического нивелирования с точностью геометрического нивелирования III и IV класса;
- время производства измерений на станции не превышает 30 минут, что много меньше времени, затрачиваемого на проложение хода геометрического нивелирования III-го или IV-го класса;
- минимизация финансовых затрат за счет использования только стандартного геодезического оборудования;
- работоспособность для различных высот визирного луча и широкого спектра подстилающих поверхностей, характерных для средней полосы России;
- простота освоения за счет применения более простого в сравнении с методом наименьших квадратов, но не менее эффективного, алгоритма решения исходной системы нелинейных алгебраических уравнений, основанного на математическом методе Монте-Карло.

Итогами исследования так же являются следующие научные результаты:

- Предложены критерии эффективности существующих и разрабатываемых методик тригонометрического нивелирования с учетом влияния вертикальной рефракции, позволяющие выполнять их объективную оценку по признаку сбалансированности затрат на учет влияния вертикальной рефракции и соответствующего повышения точности.
- Выявлены факторы формирования вертикальной рефракции в рабочем слое воздуха, подлежащие учету при реализации одностороннего тригонометрического нивелирования: контроль точек перелома температурной стратификации; изменение типа подстилающей поверхности вдоль линии визирования; изменение высоты визирного луча над подстилающей поверхностью.
- Разработан алгоритм определения коэффициента рефракции по градиентным геодезическим измерениям, основанный на математическом методе Монте-

Карло (weighted importance sampling), позволяющий надежно определять результирующие для трассы параметры атмосферы в рабочем слое воздуха.

- Теоретически и экспериментально обоснованно использование тенденции изменения приращений рефракции с высотой в качестве объективного критерия обнаружения слоистости атмосферы в рабочем слое воздуха.
- Разработана процедура производства угловых измерений на нескольких уровнях, обеспечивающая увеличение скорости производства угловых измерений за счет использования предложенной оригинальной конструкции визирной цели.

Результаты выполненного диссертационного исследования могут быть **рекомендованы** к внедрению в геодезическое производство в качестве основного способа выполнения высотных определений методом тригонометрического нивелирования с точностью геометрического нивелирования III-IV классов при создании высотных сетей сгущения и специальных сетей, а также некоторых других видах геодезических работ.

По мнению автора, **перспективы** дальнейшего развития предложенного подхода к учету влияния вертикальной рефракции заключаются во включении разработанного алгоритма в стандартное программное обеспечение электронных тахеометров; создании визирной цели (телескопической вехи или рейки) с возможностью закрепления отражателей на нескольких уровнях или с зафиксированными на разных уровнях визирными целями, что позволит свести к минимуму погрешности определения расстояния между измерительными уровнями и рационально организовать градиентные геодезические измерения; разработке рекомендаций по реализации предложенной методики при производстве специальных видов геодезических работ, таких как мониторинг бортов карьеров, передача отметки через препятствие, создание высотного обоснования строительства канатных дорог и т.п., что особенно актуально в современных условиях активного развития горных и других ранее не освоенных районов.

**СПИСОК РАБОТ,
ОПУБЛИКОВАННЫХ АВТОРОМ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ**

1. Валов Г.Е. Особенности производства геодезических работ в горной местности / Вшивкова О.В., Васютинский И.Ю., Валов Г.Е. // Геодезия и картография. – 2023. – Т. 84, № 11. – С. 2-9. DOI 10.22389/0016-7126-2023-1001-11-2-9.
2. Валов Г.Е. Алгоритм определения коэффициента рефракции по градиентным геодезическим измерениям при одностороннем тригонометрическом нивелировании / Валов Г.Е., Вшивкова О.В. // Грозненский естественнонаучный бюллетень. – 2024. – Т. 9, № 4 (38). – С. 14-22. DOI 10.25744/genb.2024.28.99.002.
3. Валов Г.Е. Полевая апробация алгоритма определения коэффициента рефракции по градиентным геодезическим измерениям при одностороннем тригонометрическом нивелировании / Валов Г.Е., Вшивкова О.В. // Известия вузов «Геодезия и аэрофотосъемка». – 2025. – Т. 69, № 6. – С. 8–24. DOI:10.30533/GiA-2025-057.
4. Валов Г.Е. Методика учета влияния вертикальной рефракции по градиентным геодезическим измерениям при одностороннем тригонометрическом нивелировании / Валов Г.Е., Вшивкова О.В. // Известия вузов «Геодезия и аэрофотосъемка». – 2026. – Т. 70, №. 3. – С. 8–22. DOI:10.30533/GiA-2026-023.