МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ГЕОДЕЗИИ И КАРТОГРАФИИ
(МИИГАиК)

Картографический факультет
Кафедра высшей математики

**ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН**
**ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ**

Сертификат: 5387FD2AF5B17FED816FDE9A1D4973B1
Владелец: Степанченко Алексей Леонидович
Действителен: с 21.07.2025 по 14.10.2026

«УТВЕРЖДАЮ»
Проректор
А. Л. Степанченко
24 марта 2025 г.

# ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ) «Б1.О.01 МАТЕМАТИКА»

Уровень высшего образования: бакалавриат

Направление подготовки: 05.03.03 Картография и геоинформатика

Направленность(профиль) подготовки: Картография и геоинформатика

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Год набора (приема на обучение): 2025

Срок получения образования: 4 года

Объем: в зачетных единицах: 16 з.е.
в академических часах: 576 ак.ч.

Москва, 2025

**Разработчики:**
Доцент кафедры Высшей математики, к.н., доцент Чанга М. Е.

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) составлен в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 05.03.03 Картография и геоинформатика, утвержденного приказом Минобрнауки от 07.08.2020 № 900

Согласование и утверждение

| № | Подразделение | Ответственное лицо | ФИО | Виза | Дата, протокол (при наличии) |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Картографический факультет | Председатель ученого совета факультета | Загребин Г. И. | Рассмотрено | 20.12.2024, № 4/24 |

## 1. Планируемые результаты обучения, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

УК-1.4 Осуществляет поиск, сбор и обработку информации для решения поставленной задачи

*Знать:*

УК-1.4/Зн5 Методики поиска, сбора и обработки информаци, актуальные российские и зарубежные источники информации в сфере профессиональной деятельности, метод системного анализа

*Уметь:*

УК-1.4/Ум4 Применять методики поиска, сбора и обработки информации, осуществлять критический анализ и синтез информации, полученной из разных источников, применять системный подход для решения поставленных задач

*Владеть:*

УК-1.4/Нв4 Методами поиска, сбора и обработки, критического анализа и синтеза информации, методикой системного подхода для решения поставленных задач

ОПК-1 Способен применять знания фундаментальных разделов наук о Земле, базовые знания естественнонаучного и математического циклов при решении стандартных задач профессиональной деятельности

ОПК-1.3 Применяет базовые знания в области математики при решении профессиональных задач

*Знать:*

ОПК-1.3/Зн2 Способы решения задач, относящихся к профессиональной деятельности в области картографии и геоинформатики на основе математических и естественнонаучных знаний

*Уметь:*

ОПК-1.3/Ум2 Использовать математические и естественнонаучные знания для решения задач, относящихся к профессиональной деятельности в области картографии и геоинформатики

*Владеть:*

ОПК-1.3/Нв2 Основными методами математических и естественнонаучных знаний для решения задач, относящихся к профессиональной деятельности в области картографии и геоинформатики

## 2. Показатели и критерии оценивания компетенций

| Планируемые результаты освоения программы | Уровень овладения | Критерии оценивания (перечень сформированных ИДК/ЗУВ по уровням освоения) |
|---|---|---|

| | | |
|---|---|---|
| УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | Повышенный | ИДК УК-1.4 Осуществляет поиск, сбор и обработку информации для решения поставленной задачи<br><br>Знать:<br>УК-1.4/Зн5 Методики поиска, сбора и обработки информаци, актуальные российские и зарубежные источники информации в сфере профессиональной деятельности, метод системного анализа<br>Уметь:<br>УК-1.4/Ум4 Применять методики поиска, сбора и обработки информации, осуществлять критический анализ и синтез информации, полученной из разных источников, применять системный подход для решения поставленных задач<br>Владеть:<br>УК-1.4/Нв4 Методами поиска, сбора и обработки, критического анализа и синтеза информации, методикой системного подхода для решения поставленных задач |
| | Базовый | ИДК УК-1.4 Осуществляет поиск, сбор и обработку информации для решения поставленной задачи<br><br>Знать:<br>УК-1.4/Зн5 Методики поиска, сбора и обработки информаци, актуальные российские и зарубежные источники информации в сфере профессиональной деятельности, метод системного анализа<br>Уметь:<br>УК-1.4/Ум4 Применять методики поиска, сбора и обработки информации, осуществлять критический анализ и синтез информации, полученной из разных источников, применять системный подход для решения поставленных задач |
| | Пороговый | ИДК УК-1.4 Осуществляет поиск, сбор и обработку информации для решения поставленной задачи<br><br>Знать:<br>УК-1.4/Зн5 Методики поиска, сбора и обработки информаци, актуальные российские и зарубежные источники информации в сфере профессиональной деятельности, метод системного анализа |

| | | |
|---|---|---|
| ОПК-1 Способен применять знания фундаментальных разделов наук о Земле, базовые знания естественнонаучного и математического циклов при решении стандартных задач профессиональной деятельности | Повышенный | ИДК ОПК-1.3 Применяет базовые знания в области математики при решении профессиональных задач<br><br>Знать:<br>ОПК-1.3/Зн2 Способы решения задач, относящихся к профессиональной деятельности в области картографии и геоинформатики на основе математических и естественнонаучных знаний<br>Уметь:<br>ОПК-1.3/Ум2 Использовать математические и естественнонаучные знания для решения задач, относящихся к профессиональной деятельности в области картографии и геоинформатики<br>Владеть:<br>ОПК-1.3/Нв2 Основными методами математических и естественнонаучных знаний для решения задач, относящихся к профессиональной деятельности в области картографии и геоинформатики |
| | Базовый | ИДК ОПК-1.3 Применяет базовые знания в области математики при решении профессиональных задач<br><br>Знать:<br>ОПК-1.3/Зн2 Способы решения задач, относящихся к профессиональной деятельности в области картографии и геоинформатики на основе математических и естественнонаучных знаний<br>Уметь:<br>ОПК-1.3/Ум2 Использовать математические и естественнонаучные знания для решения задач, относящихся к профессиональной деятельности в области картографии и геоинформатики |
| | Пороговый | ИДК ОПК-1.3 Применяет базовые знания в области математики при решении профессиональных задач<br><br>Знать:<br>ОПК-1.3/Зн2 Способы решения задач, относящихся к профессиональной деятельности в области картографии и геоинформатики на основе математических и естественнонаучных знаний |

## 3. Шкала оценивания

| Оценка | Критерии оценивания (перечень сформированных ИДК/ЗУВ) |
|---|---|

| | |
|---|---|
| Отлично | УК-1.4 Осуществляет поиск, сбор и обработку информации для решения поставленной задачи<br>УК-1.4/Зн5 Методики поиска, сбора и обработки информаци, актуальные российские и зарубежные источники информации в сфере профессиональной деятельности, метод системного анализа<br>УК-1.4/Ум4 Применять методики поиска, сбора и обработки информации, осуществлять критический анализ и синтез информации, полученной из разных источников, применять системный подход для решения поставленных задач<br>УК-1.4/Нв4 Методами поиска, сбора и обработки, критического анализа и синтеза информации, методикой системного подхода для решения поставленных задач<br>ОПК-1.3 Применяет базовые знания в области математики при решении профессиональных задач<br>ОПК-1.3/Зн2 Способы решения задач, относящихся к профессиональной деятельности в области картографии и геоинформатики на основе математических и естественнонаучных знаний<br>ОПК-1.3/Ум2 Использовать математические и естественнонаучные знания для решения задач, относящихся к профессиональной деятельности в области картографии и геоинформатики<br>ОПК-1.3/Нв2 Основными методами математических и естественнонаучных знаний для решения задач, относящихся к профессиональной деятельности в области картографии и геоинформатики |
| Хорошо | УК-1.4 Осуществляет поиск, сбор и обработку информации для решения поставленной задачи<br>УК-1.4/Зн5 Методики поиска, сбора и обработки информаци, актуальные российские и зарубежные источники информации в сфере профессиональной деятельности, метод системного анализа<br>УК-1.4/Ум4 Применять методики поиска, сбора и обработки информации, осуществлять критический анализ и синтез информации, полученной из разных источников, применять системный подход для решения поставленных задач<br>ОПК-1.3 Применяет базовые знания в области математики при решении профессиональных задач<br>ОПК-1.3/Зн2 Способы решения задач, относящихся к профессиональной деятельности в области картографии и геоинформатики на основе математических и естественнонаучных знаний<br>ОПК-1.3/Ум2 Использовать математические и естественнонаучные знания для решения задач, относящихся к профессиональной деятельности в области картографии и геоинформатики |
| Удовлетворительно | УК-1.4 Осуществляет поиск, сбор и обработку информации для решения поставленной задачи<br>УК-1.4/Зн5 Методики поиска, сбора и обработки информаци, актуальные российские и зарубежные источники информации в сфере профессиональной деятельности, метод системного анализа<br>ОПК-1.3 Применяет базовые знания в области математики при решении профессиональных задач<br>ОПК-1.3/Зн2 Способы решения задач, относящихся к профессиональной деятельности в области картографии и геоинформатики на основе математических и естественнонаучных знаний |
| Неудовлетворительно | Результаты обучения не сформированы на достаточном уровне |

## 4. Контрольные мероприятия по дисциплине

| Вид контроля | Форма контроля/Оценочное средство |
|---|---|
| Текущий контроль | Решение задач<br>Контрольная работа<br>Тестирование |
| Промежуточная аттестация | Контрольная работа<br>Экзамен |

| № п/п | Наименование раздела | Контролируемые ИДК | Вид контроля/ используемые оценочные материалы | |
|---|---|---|---|---|
| | | | Текущий | Промежут. аттестация |
| 1 | Введение в матемтаический анализ | УК-1.4<br>ОПК-1.3 | Решение задач | Экзамен |
| 2 | Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной | УК-1.4<br>ОПК-1.3 | Решение задач | Экзамен |
| 3 | Интегральное исчисление функции одной переменной | УК-1.4<br>ОПК-1.3 | Решение задач<br>Контрольная работа<br>Тестирование | Экзамен |
| 4 | Векторная алгебра и аналитическая геометрия | УК-1.4<br>ОПК-1.3 | Решение задач | Экзамен |
| 5 | Элементы линейной алгебры | УК-1.4<br>ОПК-1.3 | Решение задач<br>Контрольная работа<br>Тестирование | Экзамен |
| 6 | Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных | УК-1.4<br>ОПК-1.3 | Решение задач | Экзамен |
| 7 | Кратные интегралы | УК-1.4<br>ОПК-1.3 | Решение задач | Экзамен |
| 8 | Элементы векторного анализа. Криволинейные и аоверхностные интегралы | УК-1.4<br>ОПК-1.3 | Решение задач<br>Контрольная работа<br>Тестирование | Экзамен |
| 9 | Ряды | УК-1.4<br>ОПК-1.3 | Решение задач | Экзамен |
| 10 | Дифференциальные уравнения | УК-1.4<br>ОПК-1.3 | Решение задач<br>Контрольная работа<br>Тестирование | Экзамен |

## 5. Порядок проведения промежуточной аттестации

Порядок проведения промежуточной аттестации регламентируется локальными нормативными актами Университета:
- Положением о формах, периодичности, порядке текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по основным образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный университет геодезии и картографии», п.6 «Организация и проведение промежуточной аттестации».
- Положением о порядке осуществления образовательного процесса, проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный университет геодезии и картографии», п.8 «Проведение промежуточной аттестации с применением ЭО и ДОТ».

*Промежуточная аттестация: Экзамен, 1 семестр.*

*Промежуточная аттестация: Экзамен, 2 семестр.*

*Промежуточная аттестация: Экзамен, 3 семестр.*

*Промежуточная аттестация: Экзамен, 4 семестр.*

## 6. Оценочные материалы текущего контроля

***Раздел 1. Введение в матемтаический анализ***
*Контролируемые ИДК: ОПК-1.3 УК-1.4*

*Тема 1.2. Функции одной переменной*

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите область определения функции

$$y=\lg\left(\frac{x-5}{x^2-10x+24}\right)-\sqrt[3]{x+5}.$$

2. Определите, является ли данная функция четной, нечетной или функцией общего вида

$$y=|x+15|-|x-15|$$

3. Постройте графики функций

$$y=|2x+1|+|x-1|,\ y=\left|\arcsin 2|x|\right|-\frac{\pi}{2}.$$

4. Определите, является ли данная функция периодической, и найдите ее наименьший положительный период, если он существует

$$y=7\sin 3x+\cos 3x$$

*Тема 1.3. Пределы*

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Исходя из определения предела числовой последовательности, докажите, что

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{3n^2+n+1}{2n^2+n+1}=\frac{3}{2}.$$

2. Вычислите пределы:

а) $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{2n^2+n+5}{2n^2+n+1}\right)^{3n^2}$; б) $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{\sqrt{n^5+3}+\sqrt{n-2}}{\sqrt[4]{n^4+2}-\sqrt{n-2}}$;

в) $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{2+4n^2}{5+8n^2}\right)^{\frac{n+1}{2}}$; г) $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{(1+3n)^3-27n^3}{(1+4n)^2+2n^2}$;

д) $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{3(n+2)!-(n+1)n!}{n(n+1)!}$; е) $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{4^{2n+1}+2^{2n}}{2^{2n+3}-5^{2n}}$;

*Тема 1.4. Классификация бесконечно малых и бесконечно больших величин*

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите пределы, используя эквивалентные бесконечно малые:

а) $\lim\limits_{x\to0}\frac{2\operatorname{tg}^2 3x}{2x\arcsin x}$; б) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\ln\left(\frac{\sin x}{2}+1\right)}{e^{3x}-1}$; в) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\operatorname{arctg}\,5x}{7^x-e^{-x}}$;

г) $\lim\limits_{x\to0}\frac{3^{\sin x}-1}{\ln(1+\operatorname{arctg}6x)}$; д) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\arcsin 2x\cdot\left(e^{\sin 3x}-1\right)}{\sqrt{1-\cos x}\left(\sqrt{1+x}-1\right)}$; е) $\lim\limits_{x\to1}\frac{x^3-1}{\ln x}$;

ё) $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}\frac{1+\cos 2\pi x}{\operatorname{tg}^2 2\pi x}$; ж) $\lim\limits_{x\to2}\frac{\sin 3\pi x}{\sin 8\pi x}$; з) $\lim\limits_{x\to0}\left(\frac{1+\sin x\cos 3x}{1+\sin x\cos 2x}\right)^{\frac{1}{\sin^3 x}}$;

и) $\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(\ln(x+3)-\ln x\right)$.

2. Вычислите пределы:

а) $\lim\limits_{x\to3}\frac{x^3-4x^2-3x+18}{x^3-5x^2+3x+9}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x+\sqrt{x^2+2x+1}}{2x-1}$; в) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5x^4-2x^3-3x^2+1}{x^4-x^2+x+12}$;

г) $\lim\limits_{x\to3}\frac{\sqrt{x+13}-2\sqrt{x+1}}{x^2-9}$; д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-5x+6}-x\right)$; е) $\lim\limits_{x\to\pi}\frac{\sin 5x}{\sin 3x}$;

ё) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2x^2-x+1}{2x^2+1}\right)^{x+2}$; ж) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\ln\cos 2x}{\ln\cos 5x}$; з) $\lim\limits_{x\to0}\frac{1+\sin x-\cos x}{1+\sin 3x-\cos 3x}$;

и) $\lim\limits_{x\to2}\sin\frac{x-2}{2}\operatorname{tg}\frac{\pi x}{4}$.

*Тема 1.5. Непрерывность функций*

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Исследуйте данные функции на непрерывность, найдите точки разрыва, установите их род, найдите скачки в точках разрыва первого рода, доопределите функцию по непрерывности в точках устранимого разрыва:

а) $f(x)=\frac{1}{x^2-4}$; б) $f(x)=\operatorname{arcctg}\frac{1}{x}$; в) $f(x)=\begin{cases}|x|x, & \text{при } x<2,\\ x+2, & \text{при } x\ge 2;\end{cases}$

г) $f(x)=\begin{cases}\frac{\sin x}{x}, & \text{при } x\ne 0,\end{cases}$ д) $f(x)=\frac{\sin|x|}{}e^{\frac{1}{\pi-x}}$.

$$\begin{cases} x \\ 2, \text{ при } x = 0; \end{cases}$$

2. Вычислите пределы:

$$\text{а) } \lim_{x\to 0\pm} \frac{1}{2-5^{\frac{1}{x}}}; \ \text{б) } \lim_{x\to 1\pm} \frac{x^2-1}{|x-1|}; \ \text{в) } \lim_{x\to 1\pm} \operatorname{arctg} \frac{1}{1-x};$$

$$\text{г) } \lim_{x\to 2\pm} f(x), \text{ если } f(x) = \begin{cases} |x-1|-1, \text{ при } x \le 2, \\ \dfrac{x^2-2x}{x-2}, \text{ при } x > 2; \end{cases}$$

$$\text{д) } \lim_{x\to 0\pm} f(x), \text{ если } f(x) = \begin{cases} x\sin\dfrac{1}{x}, \text{ при } x < 0, \\ \sin x, \text{ при } x > 0. \end{cases}$$

***Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной***

*Контролируемые ИДК: ОПК-1.3 УК-1.4*

*Тема 2.1. Производная и дифференциал*

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите производную функции

$$y = \lg\left(\frac{x-5}{x^2-10x+24}\right) - \sqrt[3]{x+5}.$$

*Тема 2.3. Основные теоремы о дифференцируемых функциях*

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Составьте уравнения касательной и нормали к графику заданных функций в точке, если

$$\text{а) } y = \ln(\sin x + 2\cos x), \ x_0 = \frac{\pi}{4};$$

$$\text{б) } x^3 + 3xy^2 - \ln y = x + 3, \quad x_0 = 1, \ y_0 = 1; \quad \text{в) } x = 2t + t^2, \quad y = 3t + t^3,$$

$$t_0 = 1.$$

2. Вычислите пределы, используя правило Лопиталя

$$\text{а) } \lim_{x\to 1} \frac{x^2-1+\ln x}{7^x-7}; \ \text{б) } \lim_{x\to 2} \frac{\ln(x-2)}{\ln(e^x-e^2)}; \ \text{в) } \lim_{x\to 0} \arcsin x \cdot \operatorname{ctg} x;$$

$$\text{г) } \lim_{x\to 0} (\cos 2x)^{\frac{3}{x^2}}; \ \text{д) } \lim_{x\to +\infty} \frac{\pi - 2\operatorname{arctg} x}{e^{\frac{3}{x}}-1}; \ \text{е) } \lim_{x\to 0+} \sqrt[n]{x}\ln^m x; \ \text{ё) } \lim_{x\to +\infty} \sqrt[x]{x};$$

$$\text{ж) } \lim_{x\to \frac{\pi}{2}} (\operatorname{tg} x)^{2x-\pi}; \ \text{з) } \lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{2x-x^4}-\sqrt[3]{x}}{1-\sqrt[4]{x^3}}; \ \text{и) } \lim_{x\to 3} \sin(x-3)\operatorname{tg}\frac{\pi x}{6}.$$

*Тема 2.4. Формула Тейлора*

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Пользуясь формулой Тейлора, линеаризуйте функцию

$$y = e^{\sin x}, \text{ если } x_0 = 0.$$

2. Разложите функцию по формуле Тейлора, если

$$y = 6\sin x + x^2, \text{ если } x_0 = \frac{\pi}{6}.$$

*Тема 2.5. Исследование функций при помощи производных*

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Исследуйте функцию на экстремум

$$y = \frac{4x}{x^2+4}$$

2. Исследуйте функцию и постройте ее график

$$y = \sqrt[3]{(x+1)^2} - \sqrt[3]{(x-1)^2}$$

***Раздел 3. Интегральное исчисление функции одной переменной***

*Контролируемые ИДК: ОПК-1.3 УК-1.4*

*Тема 3.1. Первообразная и неопределенный интеграл*

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите следующие интегралы

1. $\int\left(2 - x\sqrt[3]{x} + \frac{3}{x}\right)dx;$ $\int\frac{\left(\sqrt{2x} - \sqrt[3]{3x}\right)^2}{x}dx;$ $\int\left(5^x - \frac{1}{x^3}\right)dx;$

   $\int(2\operatorname{tg} x + 3\operatorname{ctg} x)^2\,dx.$

2. $\int x\sqrt[3]{6x^2+1}dx;$ $\int xe^{-2x^2}dx;$ $\int\frac{\sqrt{\ln 2x + 3}}{x}dx;$ $\int\frac{\sin 2x dx}{\sqrt[5]{\cos^2 2x}}.$

3. $\int\frac{dx}{x^2-6x};$ $\int\frac{(4-3x)\,dx}{5x^2+6x+18};$ $\int\frac{dx}{\sqrt{4-6x-3x^2}};$ $\int\frac{xdx}{\sqrt{2-11x+3x^2}}.$

4. $\int\frac{e^{\frac{x}{2}}dx}{\sqrt{16-e^x}};$ $\int\frac{dx}{e^{2x}+1};$ $\int\frac{dx}{x\sqrt{4x+x^2-1}};$ $\int\frac{dx}{(x-2)\sqrt{2x+x^2}}.$

5. $\int(3x-x^2)\cos 2x dx;$ $\int x^2\ln^2(x+1)dx;$ $\int\frac{x^2dx}{e^{2x}};$ $\int(e^{2x}+4)\sin 3x dx;$

   $\int\arcsin(3x+1)dx.$

*Тема 3.6. Определенный интеграл и его свойства*

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Исходя из определения определенного интеграла, вычислите

$$\int_{-1}^{2} x^2 dx.$$

*Тема 3.7. Вычисление определенного интеграла*

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите следующие интегралы:

а) $\int\limits_1^5 \cos 5x dx$; $\int\limits_0^9 e^{-\frac{8x}{9}} dx$; $\int\limits_0^{\sqrt{3}} x\sqrt[3]{1+x^2} dx$; $\int\limits_1^{\sqrt{e}} \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}$;

б) $\int\limits_{-3}^1 (4-x)\cos\frac{x}{3} dx$; $\int\limits_2^5 \ln\frac{x}{2}(3x+2) dx$; $\int\limits_0^1 (5-2x)e^{-\frac{x}{2}} dx$; $\int\limits_0^1 x\cdot \operatorname{arctg} x dx$;

в) $\int\limits_0^1 \frac{3x^4+3x^2+1}{x^2+1} dx$; $\int\limits_2^3 \frac{2x^2+4}{x^3-x^2-x+1} dx$; $\int\limits_0^2 \frac{dx}{(x+1)(x^2+4)}$; $\int\limits_4^5 \frac{dx}{(x-1)(x+2)}$;

г) $\int\limits_{-1}^1 \frac{dx}{x^2+2x+3}$; $\int\limits_3^5 \frac{x^2 dx}{\sqrt{8x-x^2-15}}$; $\int\limits_4^5 \frac{x dx}{x^4-4x^2+3}$; $\int\limits_{-\frac{1}{3}}^0 \frac{dx}{\sqrt{2-6x-9x^2}}$;

д) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin^2 x+1} dx$; $\int\limits_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx$; $\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{(1+\operatorname{tg} x)dx}{\sin 2x}$; $\int\limits_0^{\frac{\pi}{8}} \sin x \sin 3x dx$;

е) $\int\limits_0^{\ln 2} \frac{dx}{e^x(3+e^{-x})}$; $\int\limits_3^8 \frac{1+\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}-1} dx$; $\int\limits_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}$; $\int\limits_{-1}^1 \frac{x dx}{\sqrt{5-4x}}$.

*Тема 3.8. Несобственные интегралы*

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите следующие несобственные интегралы или докажите их расходимость

а) $\int\limits_0^{+\infty} \frac{3-x^2}{x^2+4} dx$; б) $\int\limits_0^1 \frac{2e^{1-\frac{2}{\pi}\arcsin x}}{\pi\sqrt{1-x^2}} dx$.

*Тема 3.9. Геометрические приложения определенного интеграла*

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите площадь фигуры, ограниченной астроидой

$$\begin{cases} x = \cos^3 t, \\ y = \sin^3 t. \end{cases}$$

2. Вычислите длину одной арки циклоиды

$$\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t. \end{cases}$$

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Найдите следующие интегралы:

6. $\int \frac{x^5+2x^4-2x^3+5x^2-7x+9}{x(x+3)(x-1)} dx$; $\int \frac{2x^3+x+1}{x^3(x+1)} dx$;

$\int \frac{2x^3+7x^2+7x+9}{(x^2+x+1)(x^2+x+2)} dx$; $\int \frac{(2x+5)dx}{(x^2+3x)(x^2+x+1)}$.

7. $\int \frac{\cos x - \sin x}{(1+\sin x)^2} dx$; $\int \cos^5 x \sin^2 x dx$; $\int \frac{4\operatorname{tg} x - 5}{4\cos^2 x - \sin 2x + 1} dx$;

$\int \sin 3x \sin 7x \cos 7x dx$.

$\int \sin 3x \sin 7x \cos 7x dx.$

8. $\int \frac{\sqrt[3]{x^2} - 5\sqrt{x}}{2\sqrt[6]{x^2} + 4} dx;$ $\int \frac{4 + \sqrt[3]{\frac{x-1}{2}}}{x - 1 + \sqrt[3]{\left(\frac{x-1}{2}\right)^2}} dx;$ $\int \frac{(12x^3 + 5x^2 - 2)dx}{\sqrt{x^2 + 5x + 4}};$

$\int \sqrt{16 - x^2} dx.$

2. Вычислите объем тела, полученного вращением фигуры, ограниченной следующими линиями вокруг оси Оу

$y^2 = 4 - x, \ x = 0$

Форма контроля/оценочное средство: Тестирование

Вопросы/Задания:

1. Укажите верный ответ

Значение $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin 3x}{\sin 5x}$ равно …

1) 1
2) $\frac{3}{5}$
3) $\frac{5}{3}$
4) 0

2. Укажите верный ответ

Значение производной функции $y = x \sin x$ в точке $x = \frac{\pi}{2}$ равно…

1) $\frac{\pi}{2}$
2) 1
3) 0
4) 0,5

3. Укажите верный ответ

Значение интеграла $\int_0^2 (2x + 1)\, dx$ равно …

1) 0
2) 2
3) 4
4) 6

4. Укажите верный ответ

Найдите точку максимума функции $y = -x^2 + 3x - 1$.

1) 1
2) 1,5
3) 1,75
4) 2

***Раздел 4. Векторная алгебра и аналитическая геометрия***

*Контролируемые ИДК: ОПК-1.3 УК-1.4*

*Тема 4.2. Векторы*

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Решите задачу

Пусть $A = (3, 4, -1)$, $B = (2, -4, 2)$, $C = (5, 6, 0)$, $D = (11, -3, -12)$ в

некотором правом ортонормированном репере $(O, \bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3)$

некотором правом ортонормированном репере $(O, e_1, e_2, e_3)$.

а) Найдите координаты векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{CD}$, их модули и направляющие косинусы.

б) Найдите координаты векторов $\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{BC} + 4\overrightarrow{DA}$ и $7\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{DA}$.

в) Найдите угол между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$.

г) Найдите проекцию вектора $\overrightarrow{AD}$ на вектор $\overrightarrow{AB}$.

д) Найдите координаты точки $M$, делящей отрезок $[AB]$ в отношении 2:1.

е) Докажите неколлинеарность векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ и вычислить площадь треугольника $ABC$.

ё) Вычислите длину высоты треугольника $ABC$, опущенную из вершины $A$.

ж) Докажите некомпланарность векторов $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ и вычислить объем пирамиды $ABCD$.

з) Вычислите площадь сечения, проходящего через ребро $[BC]$ и вершины $A$ и $D$ пирамиды $ABCD$.

и) Вычислите длину высоты пирамиды $ABCD$, опущенную из вершины $D$.

*Тема 4.4. Векторное и смешанное произведение векторов*

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите модуль векторного произведения в каноническом базисе

$$\left[3\bar{a} - \bar{b},\ 2\bar{c} + \bar{a}\right],$$

если $\bar{a} = 2\bar{i} + 2\bar{j} - \bar{k}$, $\bar{b} = -\bar{j} - \bar{k}$, $\bar{c} = 5\bar{i} - 2\bar{k}$

*Тема 4.7. Общая теория кривых второго порядка*

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите координаты центра и радиус окружности

$$x^2 + y^2 - 10x + 4y + 20 = 0.$$

*Тема 4.9. Прямая в пространстве*

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Решите задачу

Пусть $A = (3, -1, 5)$, $B = (2, -1, 4)$, $C = (4, 0, 5)$, $D = (1, 0, 4)$ в некотором правом ортонормированном репере $(O, \bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3)$.

а) Напишите уравнение плоскости $(ABC)$.

а) Напишите уравнение плоскости $(ABC)$.

б) Напишите канонические уравнения прямой $l$, проходящей через точку $D$ перпендикулярно плоскости $(ABC)$.

в) Напишите канонические уравнения прямой $m$, проходящей через точку $D$ параллельно прямой $(AB)$.

г) Вычислите расстояние от точки $D$ до плоскости $(ABC)$.

д) Вычислите расстояние от точки $D$ до прямой $(AB)$.

е) Вычислите расстояние между прямыми $l$ и $(AB)$.

ё) Напишите уравнение плоскости $\pi$, проходящей через точку $D$ параллельно плоскости $(ABC)$.

ж) Напишите уравнение плоскости $\alpha$, проходящей через точку $D$ перпендикулярно плоскости $(ABC)$.

з) Напишите параметрические и канонические уравнения прямой пересечения плоскостей $\pi$ и $(ABD)$.

***Раздел 5. Элементы линейной алгебры***

*Контролируемые ИДК: ОПК-1.3 УК-1.4*

*Тема 5.1. Матрицы*

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите

$$A+3B-10C \quad \text{и} \quad A^{\text{т}}+3B^{\text{т}}+C^{\text{т}}, \quad \text{если} \quad A=\begin{pmatrix}1&2&0&7\\7&0&2&1\end{pmatrix},$$

$$B=\begin{pmatrix}3&2&3&1\\1&4&3&3\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}1&1&1&1\\1&1&1&1\end{pmatrix}.$$

*Тема 5.2. Определители*

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите определители

$$\text{а)}\begin{vmatrix}9&12\\-2&15\end{vmatrix};\ \text{б)}\begin{vmatrix}6&1&1\\0&-1&-1\\1&-3&1\end{vmatrix};\ \begin{vmatrix}4&3&1\\0&1&2\\4&0&1\end{vmatrix};\ \text{в)}\begin{vmatrix}-3&-5&4&7\\9&8&-5&-8\\3&2&-3&-4\\6&7&-2&-5\end{vmatrix};\ \begin{vmatrix}1&2&3&4\\3&4&5&6\\5&6&7&9\\31&23&55&42\end{vmatrix}.$$

*Тема 5.4. Обратная матрица и правило Крамера*

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите присоединенную и обратную матрицы, если

$$\text{а)}\ A=\begin{pmatrix}3&2\\4&3\end{pmatrix};\ \text{б)}\ A=\begin{pmatrix}1&2&3\\2&-1&-1\\3&1&1\end{pmatrix};\ \text{в)}\ A=\begin{pmatrix}1&2&1\\2&1&1\\1&1&2\end{pmatrix};\ \text{г)}\ A=\begin{pmatrix}1&1&-1\\1&-1&1\\-1&1&1\end{pmatrix}.$$

*Тема 5.5. Линейные пространства*

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Решите задачу

Вектор $\bar{x} \in V^3$ в базисе $e=(\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3)$ имеет координаты $(3, -5, 4)$. Найдите координаты указанного вектора $\bar{x}$ в базисе $e'=(\bar{e}_1', \bar{e}_2', \bar{e}_3')$, если $\bar{e}_1' = 2\bar{e}_1 + \bar{e}_2 + 3\bar{e}_3$, $\bar{e}_2' = 3\bar{e}_1 + 2\bar{e}_2 + 4\bar{e}_3$, $\bar{e}_3' = 2\bar{e}_1 - 3\bar{e}_2 + \bar{e}_3$.

2. Решите задачу

Найдите матрицы перехода от базиса $e=(\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3)$ к базисам $e'=(\bar{e}_1', \bar{e}_2', \bar{e}_3')$ и $e''=(\bar{e}_1'', \bar{e}_2'', \bar{e}_3'')$, а также координаты вектора $\bar{x} = \bar{e}_1 + 2\bar{e}_2 + \bar{e}_3$ в базисах $e'$ и $e''$, если $\bar{e}_1' = 3\bar{e}_1 + 2\bar{e}_2 + 3\bar{e}_3$, $\bar{e}_2' = -4\bar{e}_1 - 3\bar{e}_2 - 5\bar{e}_3$, $\bar{e}_3' = 5\bar{e}_1 + \bar{e}_2 - \bar{e}_3$ и $\bar{e}_1'' = 2\bar{e}_1 + 2\bar{e}_2 - \bar{e}_3$, $\bar{e}_2'' = 2\bar{e}_1 - \bar{e}_2 + 2\bar{e}_3$, $\bar{e}_3'' = -\bar{e}_1 + 2\bar{e}_2 + 2\bar{e}_3$.

*Тема 5.6. Системы линейных уравнений*

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Матричным методом решите системы

$$\text{а)}\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 4; \end{cases} \quad \text{б)}\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = -2, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6; \end{cases}$$

$$\text{в)}\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8. \end{cases}$$

2. Методом Гаусса решите системы

$$\text{а)}\begin{cases} 8x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 21, \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 10, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 8, \\ 3x_1 + 5x_2 + 1x_3 + x_4 = 15, \\ 7x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 18; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 7x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 5x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 0; \end{cases}$$

$$\text{б)}\begin{cases} 12x_1 + 14x_2 - 15x_3 + 23x_4 + 27x_5 = 5, \\ 16x_1 + 18x_2 - 22x_3 + 29x_4 + 37x_5 = 8, \\ 18x_1 + 20x_2 - 21x_3 + 32x_4 + 41x_5 = 9, \\ 10x_1 + 12x_2 - 16x_3 + 20x_4 + 23x_5 = 4; \end{cases}$$

$$\text{в)}\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 + 2x_5 = -2, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - x_5 = -3 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 10, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = -5, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 + 4x_5 = 1. \end{cases}$$

*Тема 5.7. Элементы теории квадратичных форм*

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Найдите общее решение однородной системы линейных алгебраических уравнений, а также размерность ее пространства решений и фундаментальную систему решений

$$\begin{cases} 6x_1 - 9x_2 + 21x_3 - 3x_4 - 12x_5 = 0, \\ 8x_1 - 12x_2 + 28x_3 - 4x_4 - 16x_5 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - x_4 - 4x_5 = 0, \end{cases}$$

2. Решите задачу

Найдите матрицу оператора $f: V \to V$ в базисе $e' = (\bar{e}_1', \bar{e}_2', \bar{e}_3')$, если в базисе $e = (\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3)$ его матрица имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \\ -4 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad \bar{e}_1' = 2\bar{e}_1 + 3\bar{e}_2 + \bar{e}_3, \quad \bar{e}_2' = 3\bar{e}_1 + 4\bar{e}_2 + \bar{e}_3,$$

$$\bar{e}_3' = \bar{e}_1 + 2\bar{e}_2 + 2\bar{e}_3.$$

Форма контроля/оценочное средство: Тестирование

Вопросы/Задания:

1. Укажите верный ответ

Если векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ образуют угол в 60°, $|\bar{a}| = 3$, $|\bar{b}| = 5$, то скалярное произведение $\bar{a} \cdot \bar{b}$ равно…

1) 7,5
2) $\frac{15\sqrt{3}}{2}$
3) $7\sqrt{3}$
4) 5,5

2. Укажите верный ответ

Если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, то произведение матриц $A \cdot B^T$ равно…

1) $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

3) $\begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}$

3. Укажите верный ответ

Если $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, то матрица $C = 2A - B$ имеет вид…

1) $\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

3) $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

4. Укажите верный ответ

Если $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, то произведение матриц $A \cdot B$ равно…

1) $\begin{pmatrix} 7 \\ 7 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

3) $(7 \quad 1)$ 4) $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

***Раздел 6. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных***

*Контролируемые ИДК: ОПК-1.3 УК-1.4*

*Тема 6.1. Функции нескольких переменных*

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите и изобразите область определения функции

$$z = \sqrt{\sin \pi \left(x^2 + y^2\right)}.$$

*Тема 6.2. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных*

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите значения частных производных функции до второго порядка включительно в точке

$$A = \left(\frac{1}{2},\ 1\right), \text{ если } z = \sqrt{2xy + y^2}.$$

*Тема 6.3. Дифференцирование сложных и неявных функций*

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите производные неявно заданной функции

$$\frac{z}{xy} = z^3.$$

*Тема 6.4. Геометрические приложения частных производных*

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности

$$z = \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{y}\right) \text{ в точке } M_0 = \left(1,\ 1,\ \frac{\pi}{4}\right).$$

*Тема 6.5. Экстремум функции нескольких переменных*

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Исследуйте на экстремум функцию

$$z = \left(2x - x^2\right)\left(2y - y^2\right).$$

*Тема 6.6. Скалярное поле*

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Решите задачу

Найдите угол между градиентами функции $z = \arcsin\left(\frac{x}{x+y}\right)$ в

точках $M_1=(1,\ 1)$ и $M_2=(3,\ 4)$, а также производную функции $z$ в точке $M_1$ по направлению к точке $M_2$.

***Раздел 7. Кратные интегралы***

*Контролируемые ИДК: ОПК-1.3 УК-1.4*

*Тема 7.1. Двойной интеграл*

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. В данном повторном интеграле измените порядок интегрирования. Изобразите область интегрирования.

$$\int_{-6}^{-3} dy \int_{0}^{\sqrt{36-y^2}} f(x,y)\,dx + \int_{-3}^{0} dy \int_{0}^{\sqrt{-12y-y^2}} f(x,y)\,dx$$

*Тема 7.2. Тройной интеграл*

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите тройной интеграл

$\iiint\limits_V \left(y^2+x^3-z\right)dxdydz$, где $V$: $0\le x\le 2,\ -1\le y\le 0,\ 0\le z\le 1.$

*Тема 7.3. Приложения кратных интегралов*

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите объем тела, ограниченного поверхностями

$$x^2+y^2=\frac{1}{49}z^2,\ \ x^2+y^2=\frac{1}{7}z,\ \ x=0,\ \ y=0\ \ \left(x\ge 0,\ y\ge 0\right),$$

где $\mu=10xz$ – плотность тела.

2. Вычислить массу пластины D, ограниченной данными кривыми

$$x^2+y^2=1,\ \ x^2+y^2=16,\ \ x=0,\ y=0\ \left(x\ge 0,\ y\ge 0\right),$$

где $\mu=\dfrac{3y+x}{x^2+y^2}$ – поверхностная плотность.

***Раздел 8. Элементы векторного анализа. Криволинейные и аоверхностные интегралы***

*Контролируемые ИДК: ОПК-1.3 УК-1.4*

*Тема 8.1. Элементы теории поля*

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Решите задачу

Используя формулу Остроградского-Гаусса, найдите поток векторного поля $\vec{a}=\left(xy+y^2+z\right)\vec{i}+\left(x^2z+yz\right)\vec{j}+\left(x^2+xz\right)\vec{k}$ через замкнутую поверхность, образованную поверхностями $x^2+y^2=4$, $z=0$ и $z=1$ (нормаль внешняя).

*Тема 8.2. Криволинейные интегралы*

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите криволинейный интеграл

$$\int_L \left(y\sqrt{x} + y^2 + 2x\right) dl,$$

где $L$ – отрезок прямой, заключенный между точками $A=(0,0)$ и $B=(2,1)$.

*Тема 8.3. Поверхностные интегралы*

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Вычислите поверхностный интеграл

$$\iint_S xyz\,ds, \text{ где } S=\{(x,y,z)|x+y+z=1,\ x\geq 0,\ y\geq 0,\ z\geq 0\}.$$

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Решите задачу

Вычислите $\iint_D y\,dx\,dy$, где область $D$ ограничена линиями $y^2-2y+x^2=0$, $y^2-4y+x^2=0$, $y=\frac{x}{\sqrt{3}}$, $y=x\sqrt{3}$.

2. Вычислите тройной интеграл

$\iiint_V y^2 z\,\mathrm{ch}(xy)\,dx\,dy\,dz$, где $V$ ограничено поверхностями $x=0,\ y=-1,\ y=x,\ z=0,\ z=2.$

Форма контроля/оценочное средство: Тестирование

Вопросы/Задания:

1. Укажите верный ответ

Вычислить повторный интеграл

$$\int_0^1 dx \int_0^x (1+y)dy$$

1) 2/3;
2) 1/3;
3) −2/3;
4) 3;

2. Укажите верный ответ

Из перечисленных вариантов ответа выберите правильный вариант. Область определения функции двух переменных $z=\dfrac{1}{x^2+y^2}$ – это…

1) все точки координатной плоскости;
2) все точки координатной плоскости, кроме точки (0; 0);
3) все точки координатной плоскости, кроме точек, лежащих на прямой $y=-x$;
4) все точки координатной плоскости, кроме точек, лежащих

на окружности $x^2 + y^2 = 1$.

3. Укажите верный ответ

Из перечисленных вариантов ответа выберите правильный вариант. Частная производная первого порядка по $x$ функции двух переменных $z = \frac{1}{x^2 + y^2}$ равна…

1) $z'_x = \frac{2x}{(x^2+y^2)^3}$;

2) $z'_x = -\frac{2x}{(x^2+y^2)^2}$;

3) $z'_x = -\frac{2y}{(x^2+y^2)^5}$;

4) $z'_x = \frac{2y}{(x^2+y^2)^2}$.

4. Укажите верный ответ

Из перечисленных вариантов ответа выберите правильный вариант. Смешанная частная производная второго порядка функции $z = x^2 y^3$ равна…

1) $z''_{xy} = 6xy^2$;

2) $z''_{xy} = 12xy$;

3) $z''_{xy} = 6xy$;

4) $z''_{xy} = 6x^2 y^2$.

***Раздел 9. Ряды***

*Контролируемые ИДК: ОПК-1.3 УК-1.4*

*Тема 9.1. Числовые ряды*

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{90}{4n^2 + 8n - 5}.$$

2. Исследуйте сходимость рядов

а) $\sum_{n=1}^{+\infty} n^2 \left( e^{\frac{1}{2n^3}} - 1 \right)$; б) $\sum_{n=1}^{+\infty} \operatorname{tg} \frac{\pi}{3^n}$; в) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$; г) $\sum_{n=1}^{+\infty} \left( \arcsin \frac{n+3}{2n+5} \right)^n$;

д) $\sum_{n=1}^{+\infty} n^7 \left( \frac{9}{10} \right)^n$; е) $\sum_{n=1}^{+\infty} n \left( \frac{2n^3 + n}{3n^3 - 1} \right)^{n^2}$; ё) $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n^2}{(n^3+2)\ln^2 n}$;

ж) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{(5n+8)\ln^3(5n+8)}$; з) $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{(n+1)n}$; и) $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \left( \frac{n}{3n+1} \right)^{n^2}$.

*Тема 9.2. Функциональные ряды*

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Найдите области сходимости функциональных рядов:

а) $\sum^{+\infty} \sin(2n-1)x$; б) $\sum^{+\infty} \quad 6^n$

а) $\sum_{n=1} \frac{\quad}{(2n-1)^2}$; б) $\sum_{n=1} \frac{\quad}{n^2\left(x^2-2x+6\right)^n}$.

2. Разложите в ряд Тейлора функцию

$$f(x)=2x^3+x^2-4x, \text{ если } x_0=-2 .$$

*Тема 9.3. Тригонометрические ряды. Интеграл Фурье*

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Разложите в ряд Фурье функцию

$$f(x)=x^2 \text{ на отрезке } [-\pi,\pi].$$

2. Разложите в ряд Фурье периодическую (с периодом 4) функцию

$$f(x)=\begin{cases}1+x, \text{ при } -2<x\le 0,\\ -1, \text{ при } 0<x\le 2.\end{cases}$$

***Раздел 10. Дифференциальные уравнения***

*Контролируемые ИДК: ОПК-1.3 УК-1.4*

*Тема 10.1. Дифференциальные уравнения первого порядка*

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Покажите, что данная функция является решением данного дифференциального уравнения

а) $y=\ln\cos x$, $y'=-\mathrm{tg}x$; б) $x^2-xy+y^2=C$, $(x-2y)y'-2x+y=0$.

2. Решите данные дифференциальные уравнения. В задачах, где указаны начальные условия, решите задачу Коши:

а) $xy'-y=x\mathrm{tg}\frac{y}{x}$; б) $xy'-y=(x+y)\ln\left(\frac{x+y}{x}\right)$;

в) $(2x-4y+6)dx+(x+y-3)dy=0, y(0)=0.$

*Тема 10.2. Дифференциальные уравнения второго и более высоких порядков*

Форма контроля/оценочное средство: Решение задач

Вопросы/Задания:

1. Решите данные дифференциальные уравнения. В задачах, где указаны начальные условия, решите задачу Коши

а) $y''-3y'-10y=0, y(0)=1, y'(0)=\frac{1}{2}$; б) $y''-4y'+4y=0$;

в) $y''-2y'+2y=0, y(0)=1, y'(0)=0.$

2. Найдите общие решения дифференциальных уравнений

а) $y''+y'=12x^2$; б) $y''-3y'+2y=(x^2+x)e^{3x}$; в) $y''+9y=2x\sin x+xe^{3x}$.

*Тема 10.3. Системы линейных дифференциальных уравнений*

Форма контроля/оценочное средство: Контрольная работа

Вопросы/Задания:

1. Разлагая подынтегральную функцию в ряд Маклорена и интегрируя его почленно, найдите разложение в ряд интеграла

$$\int \sqrt{x} e^x dx .$$

2. Вычислите сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} \text{ с точностью } \varepsilon = 0{,}01 .$$

3. С помощью метода изоклин приближенно постройте несколько интегральных кривых уравнения

$$y' = x - y^2.$$

4. Найдите общие решения дифференциальных уравнений

$$\text{а) } y'' + y = \frac{1}{\sin x}; \text{ б) } y'' + 4y = 2\operatorname{tg} x; \text{ в) } y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{e^x + 1}.$$

Форма контроля/оценочное средство: Тестирование

Вопросы/Задания:

1. Используя необходимый признак сходимости, исследуйте сходимость ряда

1) Сходится.
2) Расходится.
3) Однозначно сказать нельзя.
4) Условно сходится.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-3}{n(n+1)}.$$

2. Укажите верный ответ

Найти общее решение дифференциального уравнения
$dy - 4x^3 dx = 0$.
1) $y = x^4 + c$;
2) $y = e^x + c$;
3) $y = 12x^2 + c$;
4) $y = x - c$;

3. Используя интегральный признак Коши, исследуйте сходимость ряда

1) Сходится.
2) Расходится.
3) Однозначно сказать нельзя.
4) Условно сходится.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{(n^2+1)^2}.$$

4. Укажите верный ответ

Найти частное решение дифференциального уравнения $y'' = e^x$, удовлетворяющее начальным условиям $y'(0)=2$, $y(0)=3$.
1) $y = \ln x + 3x + 1$;
2) $y = e^x + x + 2$;
3) $y = 7x + 2$;
4) $y = \frac{1}{x} - 2x$;

## 7. Оценочные материалы промежуточной аттестации

*1 семестр, Экзамен*

*Контролируемые ИДК: УК-1.4 ОПК-1.3*

Вопросы/Задания:

1. Сформулировать определения или свойства

Функция. Способы задания функции. Основные характеристики функции: монотонность, четность, периодичность

2. Сформулировать определения или свойства

Основные элементарные функции; (Степенная, тригонометрические, обратно – тригонометрические, показательная, логарифмическая) их свойства и графики

3. Сформулировать определения или свойства

Бесконечно малые и бесконечно большие функции.

4. Сформулировать определения или свойства

Производная; её геометрический и физический смысл.

5. Сформулировать определения или свойства

Логарифмическое дифференцирование.

6. Сформулировать определения или свойства

Неопределённый интеграл и первообразная.

25. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Предел числовой последовательности

Предельный переход в неравенствах

26. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Признаки существования пределов: теорема о пределе промежуточной функции (доказательство); теорема о пределе монотонной функции

27. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Первый замечательный предел

Второй замечательный предел

28. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Производная сложной функции

Производная обратной функции

29. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Производные высших порядков; производные высших порядков от параметрически заданных функций

30. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Интегрирование заменой переменной

Интегрирование по частям

49. Вычислить

$$\lim_{x \to -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 + x}$$

50. Найти значение производной функции

$y = (2x^2 + 2x - 3)(x^3 - 4x + 2)$ в точке $x_0 = 1$.

51. Вычислить предел (пользуясь правилом Лопиталя)

$$\lim_{x \to 0} \frac{tgx - x}{x - \sin x}$$

52. Вычислить интеграл (методом интегрирования по частям)

$$\frac{\pi}{2}$$

$$\int_0^{\pi} x \cdot \sin x dx .$$

53. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой

$y = 3 - x^2$ и прямой $y = x - 3$

54. Вычислить объем тела, полученного при вращении кривой

$$y = x + 1, \quad 0 \le x \le 2$$

*2 семестр, Экзамен*
*Контролируемые ИДК: УК-1.4 ОПК-1.3*
Вопросы/Задания:

7. Сформулировать определения или свойства

Определение вектора. Коллинеарные и компланарные векторы

8. Сформулировать определения или свойства

Определители второго и третьего порядков и их вычисление

9. Сформулировать определения или свойства

Понятие линейного пространства

10. Сформулировать определения или свойства

Способы задания и виды уравнений плоскости

11. Сформулировать определения или свойства

Угол между прямой и плоскостью. Условие перпендикулярности прямой и плоскости

12. Сформулировать определения или свойства

Понятие системы линейных алгебраических уравнений и ее решения

31. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Линейная зависимость векторов. Разложение вектора по базису

32. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Свойства скалярного произведения. Условие ортогональности векторов
Скалярное произведение в декартовых координатах (вывод формулы)

33. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Общее уравнение плоскости (вывод уравнения)
Задачи: о расстоянии от точки до плоскости, о расстоянии между параллельными плоскостями

34. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Вывод канонических уравнений прямой. Переход к параметрическим уравнениям прямой
Общие уравнения прямой в пространстве. Переход к каноническим уравнениям прямой

35. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Линейные операции над матрицами
Свойства определителей и основные методы их вычисления

36. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Теорема об общем решении неоднородной системы линейных алгебраических уравнений
Метод Гаусса

55. Найти общее решение однородной системы линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 6x_1 - 9x_2 + 21x_3 - 3x_4 - 12x_5 = 0, \\ 8x_1 - 12x_2 + 28x_3 - 4x_4 - 16x_5 = 0, \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 - x_4 - 4x_5 = 0. \end{cases}$$

56. Решить задачу

Составить уравнение прямой $(A_4M)$, перпендикулярной к плоскости $(A_1A_2A_3)$, если $A_1=(0,4,5)$, $A_2=(3,-2,1)$, $A_3=(4,5,6)$, $A_4=(3,3,2)$

57. Решить задачу

Вычислить модуль векторного произведения $\left[3\bar{a}-\bar{b},\ 2\bar{c}+\bar{a}\right]$, если $\bar{a}=4\bar{i}+\bar{j}-\bar{k}$, $\bar{b}=-3\bar{j}-\bar{k}$, $\bar{c}=\frac{1}{2}\bar{i}-2\bar{k}$

58. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 15325 & 15323 & 37527 \\ 23735 & 23735 & 17417 \\ 23737 & 23737 & 17418 \end{vmatrix}.$$

59. Найти точку пересечения прямой и плоскости, которые заданы уравнениями

$$\frac{x+2}{1}=\frac{y-2}{0}=\frac{z+1}{0} \text{ и } 2x-4y-3z+7=0$$

60. Решить задачу

Вычислить $\det\left(A^{-1}\right)\left(AB^{T}\right)$, если

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix} 2 & 8 & -5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix}.$$

*3 семестр, Экзамен*

*Контролируемые ИДК: УК-1.4 ОПК-1.3*

Вопросы/Задания:

13. Сформулировать определения или свойства

Понятие предела функции двух переменных

14. Сформулировать определения или свойства

Понятие дифференцируемости. Определение дифференциала функции двух переменных

15. Сформулировать определения или свойства

Формула Тейлора

16. Сформулировать определения или свойства

Определение двойного интеграла

Определение тройного интеграла

17. Сформулировать определения или свойства

Определение криволинейного интеграла первого рода

Определение криволинейного интеграла второго рода

18. Сформулировать определения или свойства

Скалярное поле. Линии и поверхности уровня. Производная по направлению. Градиент

37. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Формулы вычисления дифференциала первого порядка и его геометрический смысл

Задача о приближенных вычислениях с помощью дифференциала

38. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Формулы частных производных сложных функций

Формулы частных производных функций, заданных неявно

39. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы
Необходимый признак существования экстремума функции двух переменных
Достаточный признак существования экстремума функции двух переменных

40. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы
Замена переменных в двойном интеграле. Полярные координаты

41. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы
Формула Грина (теорема с доказательством)
Формула Гаусса-Остроградского
Формула Стокса

42. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы
Вычисление криволинейного интеграла первого и второго рода

61. Составить уравнения касательной плоскости и нормальной прямой к поверхности

$$z=\sqrt{x^2+y^2}-xy \text{ в точке } (3,4,-7).$$

62. Исследовать на экстремум функцию

$$f(x,y)=-x^2+xy-y^2-9y+6x-35$$

63. Определить наибольшее и наименьшее значения функции

$$z=x^2+y^2-x\cdot y+x+y \text{ в области } x\le 0,\ y\le 0,\ x+y\ge -3.$$

64. Вычислить двойной интеграл по прямоугольной области

$$\iint\limits_{(D)}(x+y)dxdy,\ \ 0\le x\le 1,\ 1\le y\le 2.$$

65. Решить задачу

Показать, что выражение $\frac{x}{y}dy+(\frac{1}{1+x^2}-\frac{1}{x}+\ln y)dx$ будет полным дифференциалом некоторой функции. Восстановить эту функцию с помощью криволинейного интеграла второго рода.

66. Вычислить дивергенцию и ротор векторного поля

$$F(P)=\left(y^2+z^2\right)\vec{i}+\left(z^2+x^2\right)\vec{j}+\left(x^2+y^2\right)\vec{k}.$$

*4 семестр, Экзамен*
*Контролируемые ИДК: УК-1.4 ОПК-1.3*
Вопросы/Задания:

19. Сформулировать определения или свойства
Числовой ряд
Понятие частичных сумм числового ряда

20. Сформулировать определения или свойства
Ряд геометрической прогрессии. Гармонический ряд

21. Сформулировать определения или свойства
Понятие знакочередующихся и знакопеременных числовых рядов

22. Сформулировать определения или свойства
Понятие функционального ряда и его области сходимости

23. Сформулировать определения или свойства

Понятие тригонометрического ряда

24. Сформулировать определения или свойства

Дифференциальные уравнения первого и второго порядков.

43. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Свойства сходящихся числовых рядов

Необходимый признак сходимости числовых рядов

44. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Признаки сходимости знакоположительных числовых рядов

45. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Признак Лейбница сходимости знакопеременных числовых рядов

46. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Ряд Фурье. Теорема Дирихле

47. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Уравнения в полных дифференциалах. Метод интегрирования

48. Уметь доказать утверждения, теоремы или свойства, вывести формулы

Интегрирование нормальных систем линейных уравнений второго порядка

67. Найти общее решение дифференциального уравнения

$$\left(xy^2+x\right)dx+\left(y-x^2y\right)dy=0.$$

68. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n\sin\frac{\pi}{2^n}.$$

69. Разложить в ряд Фурье функцию

$$f(x)=\begin{cases}-x, \text{ если } -\pi<x\le 0,\\ 0, \text{ если } 0<x\le\pi.\end{cases}$$

70. Найти область сходимости степенного ряда

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{4^n(x+1)^n}{n^2}.$$

71. Решить задачу

Вычислите $\ln 10$ с точностью $\alpha=0,0001$, воспользовавшись разложением в степенной ряд соответствующим образом подобранной функции

72. Решить дифференциальное уравнение

$$\frac{y}{x}dx+\left(y^3+\ln x\right)dy=0$$