Министерство образования и науки Российской Федерации

Московский государственный университет
геодезии и картографии

О.В. Вшивкова

Физика Земли и атмосферы

Раздел 2. Физика Атмосферы

Москва
2017

Рецензенты:
профессор, доктор техн. наук **В.Н. Баранов** (ГУЗ);
профессор, доктор техн. наук **Г.А. Шануров** (МИИГАиК)

О.В. Вшивкова
Физика Земли и атмосферы. Раздел 2. Физика атмосферы: учебно-методическое пособие и контрольные работы № 1, № 2. — М.: МИИГАиК, 2017. — 38 с.

Изложен теоретический материал, необходимый для выполнения Контрольных работ № 1 и № 2, приведены вопросы, подлежащие изучению, примеры решения задач, задания контрольных работ и указания по формированию индивидуальных исходных данных.

Для студентов заочной формы обучения по специальности подготовки 25.05.01 (120401.65) — «Прикладная геодезия»

Электронная версия учебно-методического пособия размещена на сайте библиотеки МИИГАиК http://library.miigaik.ru

СОДЕРЖАНИЕ

Общие указания по изучению раздела «Физика атмосферы Земли» 4

Тема 1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ АТМОСФЕРЕ ЗЕМЛИ 5

Тема 2. ВЛИЯНИЕ НЕЙТРАЛЬНОЙ АТМОСФЕРЫ НА РЕЗУЛЬТАТЫ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ 5

Тема 3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ В АТМОСФЕРЕ 6

Тема 4. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ В АТМОСФЕРЕ 7

Тема 5. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВЛАГИ В АТМОСФЕРЕ 8

Тема 6. ФАКТОРЫ ФОРМИРОВАНИЯ МИКРОМАСШТАБНЫХ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ 9

Тема 7. МЕТОДЫ УЧЕТА ВЛИЯНИЯ НЕЙТРАЛЬНОЙ АТМОСФЕРЫ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ГЕОДЕЗИЧЕСКОМ ПРОИЗВОДСТВЕ 9

Тема 8. ИОНОСФЕРА И ЕЕ ВЛИЯНИЕ НА РЕЗУЛЬТАТЫ СПУТНИКОВЫХ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ 11

Контрольная работа № 1. ВЛИЯНИЕ НЕЙТРАЛЬНОЙ АТМОСФЕРЫ НА РЕЗУЛЬТАТЫ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ 12

Показатель преломления и его градиент в качестве «геодезических» параметров атмосферы 12

Требования к точности определения показателя преломления и его градиента при геодезических измерениях 15

Примеры решения задач 16

Показатель преломления и его градиент как функции метеопараметров 18

Примеры решения задач 20

Задание контрольной работы № 1 22

Контрольная работа № 2. МЕТОДЫ УЧЕТА ВЛИЯНИЯ АТМОСФЕРЫ НА РЕЗУЛЬТАТЫ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ 25

Примеры решения задач 29

Задание контрольной работы № 2 33

Рекомендуемая литература 35

Общие указания по изучению раздела «Физика атмосферы»

Курс «Физика Земли и атмосферы» разделен на два основных раздела: «Физика Земли» (ее твердой оболочки) и «Физика атмосферы». В качестве основной учебной литературы при изучении раздела «Физика атмосферы» рекомендуется учебное пособие [1], написанное в соответствии с программой и предназначенное для студентов геодезических специальностей. Более глубоко и детально вопросы физики атмосферы Земли, в целом, и ее приземного слоя, в частности, изложены в фундаментальных работах по метеорологии и микроклиматологии [2], [3].

В данном учебно-методическом пособии по каждой теме Раздела 2 приведены

– перечень вопросов, подлежащих изучению,

– вопросы для самопроверки, которые позволят студентам оценить свой уровень освоения материала и степень готовности к экзамену по курсу «Физика Земли и атмосферы».

По разделу «Физика атмосферы» студенты должны самостоятельно выполнить две контрольные работы. Контрольная работа № 1 посвящена **Теме 2** «Влияние нейтральной атмосферы на результаты геодезических измерений». Задачи данной контрольной работы составлены таким образом, чтобы студенты получили реальное представление о характере и степени влияния нейтральной атмосферы на результаты угловых и линейных геодезических измерений. Контрольная работа № 2 посвящена изучаемым в **Теме 7** методам учета влияния атмосферы. Полученные при решении задач результаты позволят оценить эффективность методов учета влияния атмосферы, используемых в геодезическом производстве.

Тема 1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ АТМОСФЕРЕ ЗЕМЛИ

Понятие атмосферы. Химический состав атмосферы. Основные термины и определения, используемые при изучении Физики атмосферы Земли. Строение атмосферы. Понятие о барических системах

Вопросы для самопроверки

1. Что такое атмосфера?
2. Охарактеризуйте два взгляда на понимание верхней границы атмосферы.
3. Назовите переменные компоненты атмосферного воздуха.
4. Что понимают под градиентом метеорологической величины?
5. Какой слой атмосферы называют пограничным?
6. На какие слои разделяют атмосферу по термическому режиму?
7. Что такое атмосферный фронт?
8. Поясните погодообразующую роль циклонов.

Тема 2. ВЛИЯНИЕ НЕЙТРАЛЬНОЙ АТМОСФЕРЫ НА РЕЗУЛЬТАТЫ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Влияние атмосферы на результаты угловых и линейных измерений. Показатель преломления воздуха и его градиент в качестве «геодезических» параметров атмосферы. Требования к точности определения показателя преломления и его градиента при геодезических измерениях. Показатель преломления воздуха и его градиент как функции метеопараметров. Требования к точности определения метеопараметров и их градиентов

Вопросы для самопроверки

1. Какие изменения претерпевает электромагнитное излучение при распространении в атмосфере?
2. В чем заключается принцип Ферма?

3. Поясните механизм влияния атмосферы на результаты угловых и линейных геодезических измерений.
4. На каком основании показатель преломления и его градиент можно назвать «геодезическими» параметрами атмосферы?
5. Почему проблема учета влияния атмосферы на результаты геодезических измерений возникает только при условии неоднородности атмосферы?
6. С какой точностью должен быть известен среднеинтегральный показатель преломления, если расстояние требуется измерить с точностью 1 мм/ км?
7. К какому изменению показателя преломления приведет изменение температуры воздуха на 1 К? изменение давления на 1 гПа?
8. Почему в электронной тахеометрии влиянием влажности пренебрегают?
9. С какой точностью следует определять влажность воздуха при измерениях в радиодиапазоне, если индекс преломления требуется получить с точностью 1 *N*-ед.?
10. Чему равен градиент температуры, если сформированный им угол рефракции равен 1″?

Тема 3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ В АТМОСФЕРЕ

Изменение давления с высотой. Основное уравнение статики атмосферы. Нормальный градиент давления. Барическая ступень. Горизонтальный барический градиент. Ветер. Пояса давления. Периодические и непериодические изменения давления

Вопросы для самопроверки

1. Поясните суть двух форм записи основного уравнения статики.
2. Какие выводы можно сделать на основании основного уравнения статики атмосферы?
3. Чему равен нормальный вертикальный барический градиент?
4. Что понимают под барической ступенью?

5. От каких параметров физического состояния атмосферы зависят барическая ступень и вертикальный градиент давления?
6. В какой мере вертикальный и горизонтальный градиенты давления влияют на результаты геодезических измерений?
7. Под влиянием каких сил формируется поле действительного ветра?
8. Какой ветер называют градиентным?
9. Какова роль силы трения в эволюции крупных барических образований?

Тема 4. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ В АТМОСФЕРЕ

Тепловой баланс атмосферы. Источники тепла в атмосфере. Потери тепла в атмосфере. Изменение температуры с высотой. Сухо- и влажно-адиабатический градиенты температуры. Изменение температурного градиента с высотой. Горизонтальный градиент температуры. Периодические и непериодические изменения температуры и ее градиента. Инверсии температуры

Вопросы для самопроверки

1. Перечислите составляющие радиационного баланса атмосферы.
2. Назовите основные источники тепла в атмосфере.
3. На что расходуется тепло, поступившее в атмосферу?
4. Чему равен сухоадиабатический градиент температуры?
5. Чему равен и на каком основании получен стандартный адиабатический температурный градиент?
6. В каких пределах меняется горизонтальный градиент температуры?
7. Чему равно возможное влияние местных полей боковой рефракции на результаты угловых измерений в плановых геодезических сетях?
8. Перечислите основные закономерности в изменении стратификации температуры в течение суток.

9. Каким образом на формирование полей рефракции влияет облачный покров?

10. Назовите причины возникновения приземной инверсии температуры.

Тема 5. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВЛАГИ В АТМОСФЕРЕ

Источник влаги в атмосфере. Зональный характер распределения абсолютной влажности. Изменение влажности с высотой. Суточный и годовой ход влажности. Туманы, факторы их формирования. Облака. Классификация облачности по факторам формирования. Осадки

Вопросы для самопроверки

1. От чего зависит максимально возможное содержание влаги в атмосферном воздухе?

2. В каком виде геодезических измерений учет влажности обязателен?

3. Назовите источник водяного пара в атмосфере.

4. От чего зависит интенсивность испарения?

5. Как изменяется содержание водяного пара с высотой? с широтой?

6. В каких случаях формируется инверсия влажности?

7. Чем туман отличается от дымки?

8. На какие виды подразделяют туманы в зависимости от фактора формирования?

9. Охарактеризуйте влияние туманов на геодезические измерения.

10. Как сказывается облачность на точности геодезических измерений?

11. Как разделяется облачность на виды по происхождению?

12. Охарактеризуйте три основных механизма образования осадков.

Тема 6. ФАКТОРЫ ФОРМИРОВАНИЯ МИКРОМАСШТАБНЫХ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ

Макромашстабные и местные (микромасштабные) поля метеорологических величин и показателя преломления. Факторы формирования местных метеорологических полей. Влияние типа подстилающей поверхности и высоты визирного луча над ней на изменение показателя преломления и его градиентов вдоль измеряемой дистанции

Вопросы для самопроверки

1. Каковы размеры микромасштабных полей метеовеличин?
2. В чем принципиальное отличие в характере влияния макромасштабных и местных метеорологических полей на результаты геодезических измерений?
3. Перечислите основные факторы формирования поля температуры в нижнем слое атмосферы. Какие из этих факторов могут претерпеть заметные изменения на расстояниях, сравнимых с размерами микромасштабных полей?
4. С чем может быть связано изменение влажности воздуха на ограниченных расстояниях?
5. Изменение какого фактора может привести к заметным изменениям давления вдоль измеряемой дистанции?
6. Назовите два основных фактора формирования микромасштабных метеорологических полей.

Тема 7. МЕТОДЫ УЧЕТА ВЛИЯНИЯ НЕЙТРАЛЬНОЙ АТМОСФЕРЫ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В ГЕОДЕЗИЧЕСКОМ ПРОИЗВОДСТВЕ

Методы ослабления влияния атмосферы. Методические приемы ослабления влияния вертикальной рефракции в геометрическом нивелировании. Измерения

на момент изотермии в качестве средства ослабления влияния горизонтальной рефракции в плановых геодезических сетях. Одновременное двустороннее тригонометрические нивелирование. Использование относительных и дифференциальных спутниковых измерений для ослабления влияния атмосферы

Методы определения поправок за влияние атмосферы. Использование стандартного коэффициента рефракции в тригонометрическом нивелировании. Определение поправки за влияние атмосферы в наземных линейных измерениях. Моделирование тропосферной задержки

Вопросы для самопроверки

1. На каких закономерностях в распределении температуры воздуха базируются методы ослабления влияния атмосферы?
2. Какие ограничения позволяют ослабить влияние вертикальной рефракции на результаты геометрического нивелирования?
3. В чем суть метода измерений на момент изотермии? Влияние какого рода ошибок он позволяет уменьшить?
4. Что такое коэффициент рефракции? Как он связан с радиусом кривизны рефракционной кривой? С градиентом показателя преломления?
5. От чего зависит эффективность одновременного двустороннего тригонометрического нивелирования в качестве средства ослабления влияния вертикальной рефракции?
6. Каким образом относительный и дифференциальный методы спутниковых измерений ослабляют влияние атмосферы?
7. Какое значение коэффициента рефракции называют стандартным? На каком основании оно получено?
8. Какие значения может принимать коэффициент рефракции в реальной атмосфере?
9. Что такое *ppm*?

10. Какие меры позволяют повысить точность определения поправки за влияние атмосферы при наземных линейных измерениях?
11. Какая величина характеризует влияние нейтральной атмосферы на результаты спутниковых измерений?
12. Для чего используют модель Хопфилд?

Тема 8. ИОНОСФЕРА И ЕЕ ВЛИЯНИЕ НА РЕЗУЛЬТАТЫ СПУТНИКОВЫХ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Понятие ионосферы. Интегральная электронная концентрация TEC. Слои в ионосфере. Влияние ионосферы на фазовую и групповую скорость распространения радиоволн. Учет влияния ионосферы на результаты спутниковых измерений

Вопросы для самопроверки

1. В чем заключается понятие ионосферы?
2. Какова нижняя граница ионосферы?
3. Какие факторы влияют на концентрацию электронов в ионосфере?
4. В чем принципиальное отличие влияния ионосферы на фазовую и групповую скорость распространения радиоволн?
5. Для чего используют модель Клобучара?
6. В чем заключается дисперсионный метод учета влияния ионосферы?

Контрольная работа № 1

ВЛИЯНИЕ НЕЙТРАЛЬНОЙ АТМОСФЕРЫ НА РЕЗУЛЬТАТЫ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Показатель преломления и его градиент в качестве «геодезических» параметров атмосферы

Современные методы геодезических измерений основаны на определении тем или иным способом двух геометрических характеристик *траектории распространения электромагнитного излучения*. При угловых измерениях объектом измерений служит *направление* распространения излучения, при линейных – *дальность*.

Согласно принципу Ферма электромагнитное излучение распространяется по кратчайшему *оптическому* пути. Т.е. по тому пути, прохождение которого займет наименьшее время. При распространении в однородных средах излучение распространяется по прямой с неизменной скоростью. В неоднородной атмосфере плотность меняется от точки к точке. В соответствии с принципом Ферма луч отклоняется в направлении менее плотных слоев, где скорость выше, а время распространения меньше. Явление преломления электромагнитных лучей в атмосфере называют атмосферной **угловой рефракцией**. Явление изменения скорости распространения излучения, влияющее на точность линейных измерений, назовем **дальномерной рефракцией**.

При *угловых* измерениях в неоднородной атмосфере на протяжении дистанции луч неоднократно меняет свое направление и представляет собой пространственную кривую, получившую название рефракционной кривой. Наблюдатель видит объект по касательной к последнему элементу рефракционной кривой в точке наблюдения A (Рисунок 1). Угол между направлением на истинное B и кажущееся B' положение объекта наблюдений называют **угол рефракции**. Угол рефракции r используют в качестве основной количественной характеристики угловой рефракции. Геодезиста интересуют

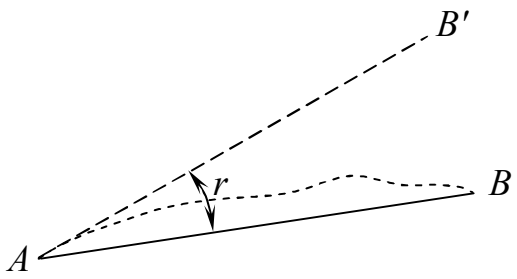

Рисунок 1 – Угол рефракции

проекции угла рефракции на горизонтальную и вертикальную плоскость – углы горизонтальной (боковой) и вертикальной рефракции.

В *свето-* и *радиодальнометрии* определяют *время* τ распространения излучения по дистанции. В случае, когда источник излучения является объектом наблюдений (спутниковое позиционирование), расстояние D получают как произведение скорости v на время:

$$D = v \cdot \tau \qquad (1)$$

В электронной тахеометрии, когда источник и приемник излучения находятся на одном конце дистанции, а на другом располагается отражатель:

$$D = \frac{v \cdot \tau}{2}. \qquad (2)$$

Дальномерная рефракция приводит к ошибке определения результирующей для дистанции скорости, используемой в формулах (1), (2).

И дальномерная и угловая рефракция имеют одинаковую природу: возникают вследствие изменения плотности атмосферы. Плотность среды характеризует ее показатель преломления n:

$$n = \frac{c}{v}, \qquad (3)$$

где c – скорость света в вакууме, равная 299 792 458 м/с,

v – скорость излучения в среде с показателем преломления n.

В вакууме показатель преломления равен единице. В газообразных средах он больше единицы на величину порядка $(100\text{-}300)\cdot 10^{-6}$, поэтому чаще используют понятие индекса преломления N, который представляет собой отличие показателя преломления от единицы, увеличенное в миллион раз:

$$N = (n-1)\cdot 10^{6}.$$

Индекс преломления выражают в *N*-единицах:

$$1\ N\text{-ед.}=10^{-6}.$$

Изменение показателя преломления характеризуется его *градиентом* (скоростью изменения в пространстве). На практике под градиентом $grad\ n$ показателя преломления понимают отношение приращения показателя преломления Δn к величине конечного отрезка Δy, на котором это приращение произошло:

$$grad\ n \approx \frac{\Delta n}{\Delta y}. \tag{4}$$

Угол рефракции связан с градиентом показателя преломления формулой вида:

$$r'' = -\frac{\rho''}{D}\int_0^D grad\ n \cdot x \cdot dx, \tag{5}$$

где ρ'' – число секунд в радиане,

x – расстояние от объекта наблюдений до текущей точки траектории.

В формуле (5) под *grad n* при измерениях *вертикального* угла подразумевают проекцию градиента показателя преломления на ось, лежащую в вертикальной плоскости и нормальную к траектории в текущей точке луча, при измерениях *горизонтальных* углов градиент показателя преломления проецируют на горизонтальную плоскость.

При линейных измерениях в **неоднородной** атмосфере стоит задача определения **среднеинтегрального** (результирующего для трассы) значения показателя преломления $\langle n \rangle$:

$$\langle n \rangle = \frac{1}{D}\int_0^D n\ dx, \tag{6}$$

где n – значение показателя преломления в текущей точке траектории.

Требования к точности определения показателя преломления и его градиента при геодезических измерениях

Линейные измерения. В соответствии с формулами (1) и (2):

$$D = \frac{v \cdot \tau}{2} = \frac{c \cdot \tau}{2\langle n \rangle}. \tag{7}$$

В формуле (7) с целью упрощения точностных расчетов показатель преломления вдоль визирного луча будем считать постоянным, т.е. $\langle n \rangle = n = const$. Представив зависимость (7) в дифференциальном виде, можно получить представление о характере влияния изменений Δn показателя преломления на измеренную дальность D, для простоты и наглядности прочие аргументы функции (7) будем считать постоянными:

$$\Delta D = \frac{dD}{dn}\Delta n = -\frac{c \cdot \tau}{2n^2}\Delta n = -\frac{c \cdot \tau}{2n} \cdot \frac{1}{n}\Delta n \approx -D \cdot \Delta n. \tag{8}$$

Воспользовавшись формулой средней квадратической ошибки функции общего вида, получим формулу, связывающую средние квадратические ошибки определения показателя преломления m_n и расстояния m_D:

$$m_D = \sqrt{\left(\frac{dD}{dn}\right)^2 m_n^2} = D \cdot m_n. \tag{9}$$

Для измерения расстояния с точностью m_D показатель преломления следует определять со средней квадратической ошибкой

$$m_n = \frac{m_D}{D}. \tag{10}$$

Угловые измерения. Будем считать градиент показателя преломления в плоскости измерений в направлении, нормальном к визирному лучу, постоянным, т.е. $grad\ n = const$, что позволит преобразовать формулу (5):

$$r'' = -\frac{\rho''}{D}\int_0^D grad\ n \cdot x \cdot dx = -\frac{\rho''}{D} grad\ n \int_0^D x \cdot dx = -\frac{\rho''}{D} grad\ n \frac{D^2}{2}.$$

В окончательном виде имеем:

$$r'' = -\frac{\rho'' D}{2} grad\ n. \tag{11}$$

В соответствии с формулой средней квадратической ошибки функции общего вида и зависимостью (11):

$$m_{r''} = \sqrt{\left(\frac{dr''}{d\left(grad\ n\right)}\right)^2 m_{grad\ n}^2} = \frac{\rho'' D}{2} m_{grad\ n}, \tag{12}$$

где $m_{r''}$ и $m_{grad\ n}$ – средние квадратические ошибки определения угла рефракции и градиента показателя преломления. Тогда:

$$m_{grad\ n} = \frac{2m_{r''}}{\rho'' D}. \tag{13}$$

Формула (13) позволяет оценить требования к точности определения градиента показателя преломления в зависимости от требований к точности угловых геодезических измерений.

Примеры решения задач

Задача 1. С какой средней квадратической ошибкой должен быть известен показатель преломления, если расстояние $D \approx 1$ км требуется получить с точностью 1 мм. Влиянием других источников погрешностей пренебречь.

Решение. Воспользуемся формулой (10):

$$m_n = \frac{m_D}{D} = \frac{10^{-3}\text{м}}{10^{3}\text{м}} = 10^{-6} = 1\ N\text{-ед.}$$

Вывод: для определения расстояния с относительной ошибкой 1/1 000 000 показатель преломления должен быть известен с точностью до миллионных долей (до 1 *N*-ед).

Задача 2. С какой точностью следует определять угол рефракции и градиент показателя преломления, если тригонометрическое нивелирование на линии длиной 1 км требуется выполнить с точностью геометрического нивелирования III класса, а влияние других источников погрешностей пренебрежимо мало? Дистанцию считать горизонтальной.

Решение. В соответствии с Инструкцией по нивелированию I, II, III и IV классов случайная средняя квадратическая ошибка определения превышения в нивелирной сети III класса равна 5 мм на 1 км хода. Превышение h вычисляют по формуле:

$$h = D\cos z + i - u + \frac{D^2}{2R_3}, \tag{14}$$

где z – измеренное зенитное расстояние, i и u – высота инструмента и визирной цели, а R_3 – средний радиус кривизны Земли. Последний элемент в формуле (14) представляет собой поправку за кривизну Земли. Для простоты будем считать, что на точность определения превышения влияет только ошибка угловых измерений. В этом случае ошибка Δ_h определения превышения связана с ошибкой Δ_Z измерения зенитного расстояния формулой вида:

$$\Delta_h = \frac{dh}{dz}\Delta_Z = -\frac{D\sin z}{\rho''}\Delta_Z, \tag{15}$$

а связь средних квадратических ошибок определения превышения m_h и зенитного расстояния m_Z характеризует следующая зависимость:

$$m_h = \sqrt{\left(\frac{dh}{dz}\right)^2 m_Z^2} = \frac{D\sin z}{\rho''}\cdot m_Z.$$

Тогда

$$m_Z = \frac{\rho''}{D\sin z} m_h. \tag{16}$$

Для нашего случая:

$$m_Z = \frac{m_h \cdot \rho''}{D \sin z} = \frac{5\text{мм} \cdot 2{,}06'' \cdot 10^5}{10^6\,\text{мм} \cdot \sin 90^\circ} \approx 1{,}0''.$$

Если считать, что ошибка измерения вертикального угла целиком обусловлена влиянием ошибки определения угла рефракции: $m_Z = m_r = 1''$, то, воспользовавшись формулой (13), получим требования к точности определения градиента показателя преломления:

$$m_{grad\ n} = \frac{2m_{r''}}{\rho'' D} = \frac{2 \cdot 1''}{2{,}06 \cdot 10^5 \cdot 10^3\,\text{м}} = 10^{-8}/\text{м}.$$

Вывод: для определения превышения методом тригонометрического нивелирования на линии длиной 1 км с точностью геометрического нивелирования III класса угол рефракции должен быть известен с точностью $1''$, а градиент показателя преломления – со средней квадратической ошибкой $10^{-8}/\text{м}$.

Показатель преломления и его градиент как функции метеопараметров

В оптическом диапазоне показатель преломления является функцией температуры, давления, влажности воздуха и длины волны излучения. При измерениях в широком диапазоне световых волн формула для определения эффективного группового индекса преломления имеет вид:

$$N = (n-1)10^6 = 83{,}11\frac{p}{T} - 11{,}4\frac{e}{T}, \qquad (17)$$

где T, p и e – температура, давление и влажность (парциальное давление водяного пара) воздуха в К и гПа.

При спутниковых измерениях используют радиоволны. Зависимость индекса преломления от метеопараметров в радиодиапазоне описывает формула Фрума-Эссена:

$$N = (n-1)10^6 = 73{,}63\frac{p}{T} - 12{,}92\frac{e}{T} + 371914\frac{e}{T^2}. \quad (18)$$

Изменение метеопараметров приведет к изменению показателя преломления:

$$\Delta N = \frac{\partial N}{\partial T}\Delta T + \frac{\partial N}{\partial p}\Delta p + \frac{\partial N}{\partial e}\Delta e. \quad (19)$$

Точность определения показателя преломления в точке зависит от точности измерения температуры, давления и влажности воздуха. Воспользуемся формулой средней квадратической ошибки функции общего вида для того чтобы выразить ошибку определения индекса преломления через ошибки определения аргументов T, p и e:

$$m_N = \sqrt{\left(\frac{\partial N}{\partial T}\right)^2 m_T^2 + \left(\frac{\partial N}{\partial p}\right)^2 m_p^2 + \left(\frac{\partial N}{\partial e}\right)^2 m_e^2}\ . \quad (20)$$

В таблице (1) приведены значения частных производных функций (17) и (18), вычисленные для нормальных условий (T – 293,15 К, p – 1013,25 гПа, e – 13,33 гПа).

Таблица 1 – Значения частных производных показателя преломления в оптическом и радио- диапазонах

Производная	**Оптический диапазон**	**Радиодиапазон**
$\partial n/\partial T$	$-1\cdot10^{-6}/\text{K}$	$-1{,}3\cdot10^{-6}/\text{K}$
$\partial n/\partial p$	$0{,}3\cdot10^{-6}/\text{гПа}$	$0{,}3\cdot10^{-6}/\text{гПа}$
$\partial n/\partial e$	$-0{,}04\cdot10^{-6}/\text{гПа}$	$4{,}3\cdot10^{-6}/\text{гПа}$

Заменив приращения в формуле (19) градиентами, получим приближенную формулу, выражающую градиент показателя преломления световых волн через градиенты метеопараметров при нормальных условиях (воспользуемся второй колонкой Таблицы 1):

$$grad\ n = -1\cdot10^{-6}\,grad\ T + 0{,}3\cdot10^{-6}\,grad\ p - 0{,}04\cdot10^{-6}\,grad\ e. \quad (21)$$

Выразим среднюю квадратическую ошибку определения градиента показателя преломления $m_{grad\,n}$ через ошибки градиентов метеопараметров:

$$m_{grad\,n}=\sqrt{\left(\frac{\partial(grad\,n)}{\partial(grad\,T)}\right)^2 m_{grad\,T}^2+\left(\frac{\partial(grad\,n)}{\partial(grad\;p)}\right)^2 m_{grad\;p}^2+\left(\frac{\partial(grad\,n)}{\partial(grad\,e)}\right)^2 m_{grad\,e}^2}. \qquad (22)$$

Частные производные в формуле (22) равны коэффициентам при аргументах линейной функции (21):

$$m_{grad\,n}=\sqrt{\left(-1\cdot10^{-6}\right)^2 m_{grad\,T}^2+\left(0{,}3\cdot10^{-6}\right)^2 m_{grad\;p}^2+\left(-0{,}04\cdot10^{-6}\right)^2 m_{grad\,e}^2}. \qquad (23)$$

Примеры решения задач

Задача 3. С какой точностью следует определять температуру, давление и влажность воздуха, если измеренное светодальномером расстояние требуется получить со средней квадратической ошибкой 1 мм на км дистанции?

Решение. Согласно выводам, полученным при решении ***Задачи 1***, для измерения расстояния с точностью 1 мм на км показатель преломления следует определять с точностью 1 *N*-ед., т.е.:

$$m_{\;n}=\sqrt{\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)^2 m_T^2+\left(\frac{\partial n}{\partial p}\right)^2 m_p^2+\left(\frac{\partial n}{\partial e}\right)^2 m_e^2}=1\;N\text{-ед.}=10^{-6}.$$

Воспользуемся принципом равных влияний:

$$\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)^2 m_T^2=\left(\frac{\partial n}{\partial p}\right)^2 m_p^2=\left(\frac{\partial n}{\partial e}\right)^2 m_e^2=\frac{m_n^2}{3}.$$

Тогда

$$m_T=\frac{m_n}{\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)\sqrt{3}}; \qquad m_p=\frac{m_n}{\left(\frac{\partial n}{\partial p}\right)\sqrt{3}}; \qquad m_e=\frac{m_n}{\left(\frac{\partial n}{\partial e}\right)\sqrt{3}}. \qquad (24)$$

Подставив в формулы (24) значение средней квадратической ошибки показателя преломления, полученное при решении ***Задачи 1***, и частные производные для светового диапазона (Таблица 1), получим:

$$m_T = \frac{m_n}{\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)\sqrt{3}} = \frac{10^{-6}}{1\cdot 10^{-6}\sqrt{3}} = 0,6 \text{ К};$$

$$m_p = \frac{m_n}{\left(\frac{\partial n}{\partial p}\right)\sqrt{3}} = \frac{10^{-6}}{0,3\cdot 10^{-6}\sqrt{3}} = 1,9 \text{ гПа};$$

$$m_e = \frac{m_n}{\left(\frac{\partial n}{\partial e}\right)\sqrt{3}} = \frac{10^{-6}}{0,04\cdot 10^{-6}\sqrt{3}} = 14,4 \text{ гПа}.$$

Вывод: при измерении расстояний светодальномером с относительной ошибкой 1/1 000 000 температуру, давление и влажность следует определять с точностью 0,6 К, 1,9 гПа и 14 гПа, соответственно.

Задача 4. С какой точностью следует определять градиенты температуры, давления и влажности воздуха, если измеренное методом тригонометрического нивелирования превышение требуется получить с точностью геометрического нивелирования III класса?

Решение. При решении ***Задачи 2*** мы показали, что для определения превышения со средней квадратической ошибкой 5 мм/км (III класс) угол рефракции на линии длиной 1 км должен быть известен с точностью 1", а градиент показателя преломления с точностью – 10^{-8}/м:

$$m_{grad\ n} = \sqrt{\left(-1\cdot 10^{-6}\right)^2 m_{grad\ T}^2 + \left(0,3\cdot 10^{-6}\right)^2 m_{grad\ p}^2 + \left(0,04\cdot 10^{-6}\right)^2 m_{grad\ e}^2} = 10^{-8} \text{ / м}.$$

По принципу равных влияний:

$$1\cdot 10^{-6} m_{grad\ T} = 0,3\cdot 10^{-6} m_{grad\ p} = 0,04\cdot 10^{-6} m_{grad\ e} = \frac{m_{grad\ n}}{\sqrt{3}}.$$

Тогда

$$m_{grad\ T} = \frac{m_{grad\ n}}{1 \cdot 10^{-6}\sqrt{3}} = \frac{10^{-8}}{10^{-6}\sqrt{3}} = 0{,}006\ ^0 / \text{м};$$

$$m_{grad\ p} = \frac{m_{grad\ n}}{0{,}3 \cdot 10^{-6}\sqrt{3}} = \frac{10^{-8}}{0{,}3 \cdot 10^{-6}\sqrt{3}} = 0{,}019\ \text{гПа} / \text{м};$$

$$m_{grad\ e} = \frac{m_{grad\ n}}{0{,}04 \cdot 10^{-6}\sqrt{3}} = \frac{10^{-8}}{0{,}04 \cdot 10^{-6}\sqrt{3}} = 0{,}14\ \text{гПа} / \text{м}.$$

Вывод: для определения превышения со средней квадратической ошибкой 5 мм/км (III класс) на линии длиной 1 км градиенты температуры, давления и влажности следует определять со средними квадратическими ошибками $0{,}006\ ^0 / \text{м}$, $0{,}019\ \text{гПа} / \text{м}$ и $0{,}14\ \text{гПа} / \text{м}$, соответственно.

Задание контрольной работы № 1

Исходные данные к задачам Контрольной работы № 1 помещены в Таблицу 2. При формировании индивидуальных исходных данных следует использовать две последние цифры шифра –***ij***.

Например, если шифр заканчивается на 08, то i=0, j=8. Согласно Таблице 2 при решении задач следует использовать D=1,6 км; M=50000; ΔT=-8 ^{o}C; e= 9 гПа; z=95^o.

Линейные измерения

Задача 1. С какой средней квадратической ошибкой m_n следует определять показатель преломления, если расстояние D требуется измерить с относительной ошибкой 1/M, а измерения выполняют светодальномером.

Задача 2. В условиях предыдущей задачи оценить требования к точности измерения температуры m_T, давления m_p и влажности m_e воздуха.

Задача 3. К какой ошибке Δ_D определения расстояния D приведет неучет изменения температуры на ΔT, если значения других метеопараметров были постоянными, т.е. $\Delta p=\Delta e=0$.

Задача 4. Сравнить ошибки определения расстояния D свето- $\Delta_{D\text{св}}$ и радиодальномером $\Delta_{D\text{радио}}$, обусловленные неучетом влияния влажности, если на момент измерений на высоте измерений абсолютная влажность была равна $e=\Delta e$.

Таблица 2 – Исходные данные к контрольной работе № 1

Цифра в шифре	***i***	***j***	***i***	***j***	***i***	***j***
	Целые км в расстоянии D	Десятые доли км в расстоянии D	M	ΔT, в ^{o}C	e, в гПа	z^{o}
0	1	0	50000	+2	9	80
1	1	2	100000	+4	11	85
2	2	4	150000	+6	13	90
3	2	6	200000	+8	15	95
4	3	8	500000	+10	17	100
5	3	0	50000	-2	9	80
6	4	2	100000	-4	11	85
7	4	4	150000	-6	13	90
8	5	6	200000	-8	15	95
9	5	8	500000	-10	17	100

Угловые измерения

Задача 5. К какой ошибке определения превышения Δ_h приведет угол вертикальной рефракции $r=10''$ на трассе протяженностью D, если измеренное зенитное расстояние равно z? Считать, что ошибка определения зенитного расстояния $\Delta_Z=r$. Сравнить полученное значение с предельной случайной средней квадратической ошибкой нивелирования I, II, III и IV классов

(предельную ошибку принять равной утроенной случайной средней квадратической ошибке (Таблица 3)).

Задача 6. В условиях предыдущей задачи определить соответствующее значение вертикального градиента показателя преломления.

Задача 7. Используя исходные данные *Задачи 5* и результаты, полученные в *Задаче 6*, вычислить вертикальный градиент температуры, который мог привести к формированию угла рефракции *r*, если градиент давления равен его нормальному значению 0,12 гПа/м, а градиент влажности пренебрежимо мал.

Задача 8. Вычислить углы горизонтальной рефракции для визирных линий длиной *D*, расположенных на расстояниях 0,5; 1,0 и 3,0 м от нагретой бетонной стены, если горизонтальные температурные градиенты равны

$$\left(grad_{\text{гор}}T\right)_{0,5} = 1\ ^{\circ}/\text{м};\ \left(grad_{\text{гор}}T\right)_{1,0} = 0,1\ ^{\circ}/\text{м};\ \left(grad_{\text{гор}}T\right)_{3,0} = 0,01\ ^{\circ}/\text{м},$$

а горизонтальные градиенты давления и влажности пренебрежимо малы.

На каком расстоянии от стены (из трех указанных выше) следует располагать визирную линию, если измерения выполняют в полигонометрии IV класса (предельная ошибка угловых измерений – 5″)?

Таблица 3 – Точность нивелирования I, II, III и IV классов

Класс нивелирования	**Случайная средняя квадратическая ошибка, мм/км**	**Допустимые невязки в полигонах и по линиям, мм**
I	0,8	3 мм$\sqrt{L}$ [1]
II	2,0	5 мм$\sqrt{L}$
III	5,0	10 мм$\sqrt{L}$
IV	10,0	20 мм$\sqrt{L}$

[1] L – длина нивелирной линии в км.

Контрольная работа № 2

МЕТОДЫ УЧЕТА ВЛИЯНИЯ АТМОСФЕРЫ НА РЕЗУЛЬТАТЫ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

В тригонометрическом нивелировании для учета влияния вертикальной рефракции используют **коэффициент рефракции** k, под которым понимают отношение радиуса кривизны Земли $R_З$ к среднему радиусу кривизны рефракционной кривой $\rho_{ср}$. В отличие от угла рефракции коэффициент рефракции не зависит от длины траектории:

$$k = \frac{R_З}{\rho_{ср}} = R_З \cdot grad_{ср} n, \tag{25}$$

где $grad_{ср} n$ – средний для визирной линии вертикальный градиент показателя преломления. Поправку h_r в измеренное превышение за влияние рефракции вычисляют по формуле:

$$h_r = -k \frac{D^2}{2 \cdot R_З}. \tag{26}$$

Средняя квадратическая ошибка m_{h_r} определения поправки за рефракцию связана со средней квадратической ошибкой m_k определения коэффициента рефракции формулой вида:

$$m_{h_r} = m_k \frac{D^2}{2 \cdot R_З} \Rightarrow m_k = m_{h_r} \frac{2 \cdot R_З}{D^2}. \tag{27}$$

При выводе формулы (27) влиянием других источников ошибок пренебрегли.

В практике геодезического производства при расчете поправки за влияние вертикальной рефракции принято заменять фактическое значение коэффициента рефракции $k_{факт}$ его стандартным значением $k_{ст}$, характеризующим некоторое среднестатистическое состояние атмосферы. Средний радиус кривизны рефракционной кривой равен семи радиусам Земли. Соответствующее значение коэффициента рефракции

$$k_{\text{ст}} = \frac{R_З}{\rho_{\text{ср}}} = \frac{1}{7} \approx 0{,}14$$

и называют *стандартным коэффициентом рефракции*. В программном обеспечении электронных тахеометров при обработке тригонометрического нивелирования используют, как правило, *k*=+(0,13-0,14).

Если фактический коэффициент рефракции отличается от стандартного значения на величину Δ_k, поправка за влияние рефракции будет определена с ошибкой, равной

$$\Delta_{h_r} = -\Delta_k \frac{D^2}{2 \cdot R_З}. \qquad (28)$$

Наземные линейные измерения. В современном геодезическом производстве наземные линейные измерения, как правило, выполняют посредством электронных тахеометров. В качестве источников излучения в электронных тахеометрах используют лазеры с длиной волны излучения, близкой к (800-900) нм (инфракрасный диапазон). При расчетах по умолчанию используют значение показателя преломления для данной длины волны излучения для нормальных условий на уровне моря. Нормальные значения температуры, атмосферного давления и абсолютной влажности равны +20 °С, 1013,25 гПа и 13,33 гПа, соответственно. Подставив эти значения в формулу, подобную формуле (17), получают **нормальное значение индекса преломления**.

Формулы для вычисления нормального индекса преломления отличаются коэффициентами при отношениях p/T и e/T, значения коэффициентов зависят от длины волны излучения, генерируемого в данном тахеометре. Например, в электронном тахеометре Nikon NPL-632 с длиной волны излучения 870 нм, нормальное значение индекса преломления принимают равным 275 *N*-ед, а фактический индекс преломления вычисляют по упрощенной зависимости:

$$N = (n-1)10^6 = 79{,}51\frac{p}{T}. \qquad (29)$$

Поправку в измеренное расстояние за отличие фактического состояния атмосферы от стандартных условий обозначают через ***ppm*** и выражают в мм/км:

$$ppm = N_{\text{норм}} - N, \tag{30}$$

где N – значение индекса преломления, вычисленное по фактическим значениям температуры и давления. Отличием фактической влажности от ее нормального значения пренебрегают, что оправдано при измерениях в оптическом диапазоне. Температуру и давление, как правило, определяют только в точке стояния прибора, пренебрегая возможным изменением состояния атмосферы вдоль измеряемой дистанции.

Спутниковые геодезические измерения. Скорость $v_{\text{троп}}$ распространения спутникового сигнала в *нейтральной атмосфере* зависит от физического состояния атмосферы вдоль траектории, которое характеризуют температура, давление и влажность воздуха. Зависимость показателя преломления радиоволн от метеопараметров описывает формула (18). Задержку сигнала в нейтральной атмосфере, несмотря на то, что она включает совокупное влияние тропосферы и стратосферы, принято называть **тропосферной задержкой** $d_{\text{троп}}$:

$$D_{\text{вак}} = c \cdot \tau_{\text{троп}} > D_{\text{троп}} = v_{\text{троп}} \cdot \tau_{\text{троп}}, \tag{31}$$

$$d_{\text{троп}} = D_{\text{вак}} - D_{\text{троп}}, \tag{32}$$

где $D_{\text{вак}}$ и $D_{\text{троп}}$ – расстояние, пройденное радиосигналом за время $\tau_{\text{троп}}$ в вакууме и тропосфере, соответственно.

Тропосферная задержка формируется в нижних слоях атмосферы толщиной (40-45) км и составляет около (2,3-2,5) м для спутника, расположенного в зените. Программное обеспечение, используемое при обработке спутниковых измерений, позволяет учесть влияние тропосферной задержки с помощью моделей атмосферы. Наибольшее распространение

получили модели, позволяющие учесть фактические значения метеовеличин в месте расположения спутникового приемника. Это модели Хопфилд, Саастамойнена и др.

Процесс вычисления тропосферной задержки и эффективность используемых в геодезической практике моделей рассмотрим на примере модели Хопфилд. Используя результаты наземных метеорологических измерений, вычисляют высоту тропосферы для сухой составляющей показателя преломления:

$$H_{\text{с}} = 40136 + 148,72\left(T - 273,15\right), \tag{33}$$

где T – температура воздуха в точке расположения приемника в градусах по шкале Кельвина.

Высоту тропосферы $H_{\text{в}}$ для влажной составляющей показателя преломления принимают равной 11000 м (нижний слой атмосферы, в котором сосредоточена основная масса атмосферной влаги). Для определения сухой $d_{\text{с}}$ и влажной $d_{\text{в}}$ зенитных тропосферных задержек используют формулы:

$$\begin{aligned} d_{\text{с}} &= \frac{10^{-6}}{5} \cdot 77,63 \frac{p}{T} H_{\text{с}}; \\ d_{\text{в}} &= \frac{10^{-6}}{5} \cdot \left(-12,96 \frac{e}{T} + 371914 \frac{e}{T^2} \right) H_{\text{в}}, \end{aligned} \tag{34}$$

где P и e – давление и влажность (парциальное давление водяного пара) в точке расположения приемника, выраженные в гПа.

Полная тропосферная задержка для спутника, расположенного на произвольной высоте α над горизонтом, рассчитывается по формуле:

$$d_{\text{троп}} = d_{\text{с}} \frac{1}{\sin\left(\sqrt{\alpha^2 + 6,25}\right)} + d_{\text{в}} \frac{1}{\sin\left(\sqrt{\alpha^2 + 2,25}\right)}. \tag{35}$$

Примеры решения задач

Задача 5. Вычислить поправку в превышение за влияние вертикальной рефракции, если превышение измерено методом тригонометрического нивелирования на трассе протяженностью 1500 м (наклонная дальность), стандартный коэффициент рефракции принять равным 0,14, средний радиус кривизны земного сфероида – 6371 км.

Решение. Воспользуемся формулой (26):

$$h_r = -k\frac{D^2}{2\cdot R_з} = -0{,}14\frac{1500^2}{2\cdot 6371\cdot 10^3} = -25 \text{ мм}.$$

Задача 6. В условиях предыдущей задачи вычислить ошибку Δ_{h_r} определения поправки за рефракцию, если на момент измерений фактический градиент температуры $grad_{\text{ср}}T$ на высоте визирного луча был равен +0,1 °С/м. Сравнить полученное значение с точностью геометрического нивелирования IV класса. Градиент давления принять равным его нормальному значению $grad_{\text{норм}}p = +0{,}12$ гПа/м, влиянием градиента влажности пренебречь.

Решение. По формуле (21) вычислим средний для трассы градиент показателя преломления:

$$grad_{\text{ср}}n = -1\cdot 10^{-6} grad_{\text{ср}}T + 0{,}3\cdot 10^{-6} grad_{\text{норм}}p =$$

$$= -1\cdot 10^{-6}\cdot 0{,}1\ ^{\circ}\text{С/м} + 0{,}3\cdot 10^{-6}\cdot 0{,}12 \text{ гПа/м} = -0{,}064\cdot 10^{-6}/\text{м}.$$

Воспользуемся формулой (25) для определения фактического значения коэффициента рефракции:

$$k_{\text{факт}} = R_{\text{З}}\cdot grad_{\text{ср}}n = 6371\cdot 10^3 \text{ м}\cdot\left(-0{,}064\cdot 10^{-6}/\text{ м}\right) = -0{,}41.$$

Тогда фактическая поправка за влияние вертикальной рефракции будет равна:

$$\left(h_r\right)_{\text{факт}} = -k_{\text{факт}} \frac{D^2}{2 \cdot R_{\text{З}}} = -\left(-0,41\right)\frac{1500^2}{2 \cdot 6371 \cdot 10^3} = +72 \text{ мм}.$$

Ошибка определения поправки за рефракцию составила:

$$\Delta_{h_r} = h_r - \left(h_r\right)_{\text{факт}} = \left(-25 + 72\right) \text{ мм} = 97 \text{ мм}.$$

Согласно инструкции случайная средняя квадратическая ошибка определения превышения в нивелирном ходе IV класса – 10 мм/км. Предельная случайная средняя квадратическая ошибка с учетом расстояния 1500 м равна:

$$\Delta_{\text{пред}} = 3 \cdot 10 \text{ мм} \cdot D\left(\text{в км}\right) = 45 \text{ мм}.$$

Вывод: Ошибка, обусловленная использованием стандартного коэффициента рефракции, в данном случае превысила допустимое значение в 2 раза.

Задача 7. Вычислить наклонную дальность, исправленную за влияние атмосферы $D_{\text{испр}}$, если температура и давление, измеренные в точке стояния прибора равны -15 $^{\text{o}}$C и 1020 гПа, соответственно, а измеренное расстояние составило 1025,098 м. При вычислении нормального и фактического значений индекса преломления использовать формулу (29).

Решение. Вычислим нормальный $N_{\text{норм}}$ и фактический N индексы преломления:

$$N_{\text{норм}} = \left(n-1\right)10^6 = 79,51\frac{p}{T} = 79,51\frac{1013,25}{273+20} = 275 \text{ } N \text{ -ед.},$$

$$N = \left(n-1\right)10^6 = 79,51\frac{p}{T} = 79,51\frac{1020}{273+\left(-15\right)} = 314 \text{ } N \text{ -ед.}$$

Поправка за отличие температуры и давления от нормальных условий:

$$ppm = N_{\text{норм}} - N = 275 - 314 = -39 \text{ мм/км}.$$

Поправка в измеренное расстояние:

$$\Delta D = ppm \cdot D(\text{км}) = -39 \text{ мм/км} \cdot 1{,}025 = \text{-}40 \text{ мм}.$$

Наклонная дальность после коррекции:

$$D_{\text{испр}} = D + \Delta D = (1025{,}098 - 0{,}040)\text{м} = 1025{,}058 \text{ м}.$$

Задача 8. В условиях предыдущей задачи сравнить ошибку определения расстояния, обусловленную неучетом поправки *ppm*, с приборной погрешностью (для Nikon NPL-632 ошибка измерения расстояния с призмой – 3мм+2мм/км).

Решение. Ошибка определения расстояния Δ_D вследствие неучета поправки за фактическое состояние атмосферы равна 39 мм/км или в относительной мере

$$\frac{\Delta_D}{D} = \frac{0{,}039}{1000} = \frac{1}{25000}.$$

Абсолютная и относительная приборные погрешности равны, соответственно:

$$3 \text{ мм} + 2 \text{ мм/км} = 5{,}0 \text{ мм/км} \qquad \text{и} \qquad \frac{0{,}005}{1000} = \frac{1}{205000}.$$

Вывод. Неучет фактического состояния атмосферы может привести к ошибке, почти в 8 раз превышающей влияние приборной погрешности.

Задача 9. Оценить влияние ошибки определения показателя преломления, вычисленного по результатам измерения температуры и давления в начальной точке дистанции $t_{\text{нач}}$=+25 $^{\text{o}}$C, $p_{\text{нач}}$=1005 гПа, если трасса протяженностью около 2 км проходит над двумя резко отличающимися подстилающими поверхностями, температура на высоте траектории в конце измеряемой дистанции $t_{\text{кон}}$=+30 $^{\text{o}}$C, протяженность трассы над каждой подстилающей поверхностью примерно одинаковая, давление вдоль трассы практически не менялось.

Решение. Индекс преломления в начале трассы равен:

$$N_{\text{нач}} = 79,51\frac{p}{T_{\text{нач}}} = 79,51\frac{1005}{273+25} = 268\ N\text{-ед.}$$

Т.к. протяженность участков трассы одинаковая, среднеитегральное значение индекса преломления вычислим, используя среднюю температуру:

$$N_{\text{ср}} = 79,51\frac{p}{\left(\frac{T_{\text{нач}}+T_{\text{кон}}}{2}\right)} = 79,51\frac{1005}{273+\left(\frac{25+30}{2}\right)} = 266\ N\text{-ед.}$$

Ошибка определения индекса преломления:

$$\Delta_N = N_{\text{нач}} - N_{\text{ср}} = \left(268-266\right)N\text{-ед.} = 2\ N\text{-ед.}$$

Ошибка определения расстояния:

$$\Delta_D\left(\text{мм}\right) = \Delta_N \cdot D\left(\text{км}\right) = 4\text{ мм.}$$

В относительной мере:

$$\frac{\Delta_D}{D} = \frac{0,004}{2000} = \frac{1}{500000}.$$

Вывод. В данных условиях измерение температуры и давления только в начальной точке дистанции практически не сказалось на точности измерения наклонной дальности.

Задача 10. Используя модель Хопфилд, вычислить значение тропосферной задержки для спутника, расположенного на высоте 40^{o} над горизонтом, если температура, давление и влажность в точке расположения спутникового приемника равны соответственно -10 $^{\text{o}}$C, 1015 гПа и 1 гПа.

Решение. По формуле (33) вычислим высоту тропосферы для сухой составляющей показателя преломления:

$$H_{\text{с}} = 40136 + 148,72t = 40136 + 148,72 \cdot \left(-10\right) = 38649\text{ м.}$$

Согласно формуле (34) сухая и влажная составляющие зенитной тропосферной задержки равны:

$$d_{\text{с}} = \frac{10^{-6}}{5} \cdot 77{,}63 \frac{p}{T} H_{\text{с}} = \frac{10^{-6}}{5} \cdot 77{,}63 \frac{1015}{\left(273{,}15 + \left(-10\right)\right)} 38649 = 2{,}315 \text{ м.}$$

$$d_{\text{в}} = \frac{10^{-6}}{5} \cdot \left(-12{,}96 \frac{e}{T} + 371914 \frac{e}{T^2} \right) H_{\text{в}} =$$

$$= \frac{10^{-6}}{5} \cdot \left(-12{,}96 \frac{1}{\left(273{,}15 + \left(-10\right)\right)} + 371914 \frac{1}{\left(273{,}15 + \left(-10\right)\right)^2} \right) 11000 = 0{,}012 \text{ м.}$$

Воспользуемся формулой (35) для вычисления полной тропосферной задержки с учетом высоты спутника:

$$d_{\text{троп}} = d_{\text{с}} \frac{1}{\sin\left(\sqrt{\alpha^2 + 6{,}25}\right)} + d_{\text{в}} \frac{1}{\sin\left(\sqrt{\alpha^2 + 2{,}25}\right)} =$$

$$= 2{,}315 \frac{1}{\sin\left(\sqrt{40^2 + 6{,}25}\right)} + 0{,}012 \frac{1}{\sin\left(\sqrt{40^2 + 2{,}25}\right)} = 3{,}614 \text{ м.}$$

Задание контрольной работы № 2

Исходные данные к задачам Контрольной работы № 2 помещены в Таблицу 4. Расстояния *D* взять из исходных данных к Контрольной работе № 1 (Таблица 2). При формировании индивидуальных исходных данных следует использовать две последние цифры шифра ***--ij***.

Задача 1. Вычислить поправку h_r в превышение за влияние вертикальной рефракции, если превышение измерено методом тригонометрического нивелирования на трассе протяженностью *D* (наклонная дальность), а фактический коэффициент рефракции равен $k_{\text{факт}}$, средний радиус кривизны земного сфероида принять равным 6371 км.

Задача 2. В условиях предыдущей задачи вычислить ошибку Δ_{h_r} определения поправки за рефракцию, если при вычислениях использовали стандартный коэффициент рефракции, равный +0,14. Сравнить полученное значение с

предельной случайной средней квадратической ошибкой нивелирования I, II, III и IV классов (Таблица 3).

Таблица 4 – Исходные данные к контрольной работе № 2

Цифра в шифре	***i***	***j***	***i***	***j***	***i***	***j***	***i***	***j***
	$k_{факт}$	$t_{нач}$, в ^{o}C	$p_{нач}$, в гПа	z^{o}	α	t, в ^{o}C	p, в гПа	e, в гПа
0	-0,50	-20	1025	80	15	-20	1025	1
1	-0,10	-10	1025	85	20	-10	1025	2
2	+0,10	0	1020	90	25	0	1020	5
3	+0,50	+5	1020	95	30	+5	1020	8
4	+1,00	+10	1015	100	35	+10	1015	10
5	-0,50	+15	1015	80	40	+15	1015	12
6	-0,10	+20	1000	85	45	+20	1000	14
7	+0,10	+25	1000	90	50	+25	1000	16
8	+0,50	+30	995	95	55	+30	995	18
9	+1,00	+35	995	100	60	+35	995	20

Задача 3. В условиях *Задачи 1* вычислить значения вертикальных градиентов показателя преломления $grad_{ср}n$ и температуры $grad_{ср}T$, которые могли сформировать такое значение $k_{факт}$. Градиент давления считать равным его нормальному значению 0,12 гПа/м.

Задача 4. Вычислить поправку ΔD в измеренную наклонную дальность D, если температура и давление в точке стояния прибора равны $t_{нач}$ и $p_{нач}$. Для определения индекса преломления использовать формулу (29).

Задача 5. Показатель преломления вычисляли, используя температуру $t_{нач}$ и давление $p_{нач}$, измеренные на высоте 1,5 м встроенными в электронный тахеометр датчиками. Между тем, в среднем траектория длиной D проходила

на высоте 20 м над подстилающей поверхностью. Вычислить ошибку в измеренном расстоянии Δ_D, если средние для слоя (1,5-20) м значения градиентов температуры и давления равны $grad_{\text{вер}}T = -0{,}1\ ^{\circ}/\text{м}$; $grad_{\text{вер}}p = 0{,}12$ гПа/м. Влиянием влажности пренебречь.

Примечание. Изменение температуры ΔT и давления Δp с высотой вычислить, используя их вертикальные градиенты и разность высот:

$$\Delta T = (20 - 1{,}5)\, grad_{\text{вер}}T;\ \Delta p = (20 - 1{,}5)\, grad_{\text{вер}}p.$$

Задача 6. Используя модель Хопфилд, вычислить значение тропосферной задержки $d_{\text{троп}}$ для спутника, расположенного на высоте α над горизонтом, если температура и давление в точке расположения спутникового приемника равны $t_{\text{нач}}$ и $p_{\text{нач}}$, а влиянием влажной составляющей тропосферной задержки пренебрегли.

Задача 7. В условиях предыдущей задачи оценить ошибку определения псевдодальности Δ_d, обусловленную пренебрежением влажной составляющей тропосферной задержки, если абсолютная влажность в точке расположения спутникового приемника равна e.

Рекомендуемая литература

основная литература:

1. Вшивкова О.В. Физика Земли и атмосферы. Влияние атмосферы на результаты геодезических измерений: Учебное пособие. – М.: МИИГАиК, 2017. – 104 с.
2. Матвеев Л.Т. Курс общей метеорологии. Физика атмосферы. – Л.: Гидрометеоиздат, 1984. – 752 с.

дополнительная литература:

3. Гейгер Р. Климат приземного слоя воздуха. – М.: ИЛ, 1960. – 488 с.
4. Магницкий В.А. Общая геофизика. М.: Изд-во МГУ, 1995. – 317 с.

Внутривузовское издание

Подписано в печать 27.03.2017. Гарнитура Таймс
Формат 60×90/16 Бумага офсетная
Объем 2,5 усл. печ. л
Тираж 10 экз. Заказ № 15

Отпечатано в УПП «Репрография» МИИГАиК