Министерство науки
и высшего образования
Российской Федерации

**Московский
государственный
университет геодезии
и картографии
(МИИГАиК)**

Т.А. Волковая, К.И. Лоссов

Теория вероятностей и математическая статистика

методические указания по выполнению
контрольной работы по направлению подготовки
21.03.03 «Геодезия и дистанционное зондирование»
заочная форма обучения

МОСКВА 2023

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный университет геодезии и картографии» (МИИГАиК)

Т.А. Волковая, К.И. Лоссов

Теория вероятностей и математическая статистика

методические указания по выполнению контрольной работы
по направлениям подготовки 21.03.03 «Геодезия и дистанционное зондирование»
заочная форма обучения

МИИГАиК
Москва
2023

УДК 519.2
ББК 22.171
В67

Рецензенты:
д-р пед. наук, доцент **М.В. Литвиненко** (МИИГАиК)
канд. физ.-мат. наук, **Е.С. Крупицын** (МГПУ)

Волковая, Татьяна Анатольевна
В67 Теория вероятностей и математическая статистика / Т.А. Волковая, К.И. Лоссов: методические указания по выполнению контрольной работы по направлению подготовки 21.03.03 «Геодезия и дистанционное зондирование», заочная форма обучения. — Москва : МИИГАиК, 2023. — 31 с.

В пособии изложены методические указания по выполнению контрольной работы «Теория вероятностей и математическая статистика» для студентов заочной формы обучения по направлению подготовки 21.03.03 «Геодезия и дистанционное зондирование».

УДК 519.2
ББК 22.171

Электронное учебное издание

Волковая Татьяна Анатольевна, Лоссов Константин Иванович
Теория вероятностей и математическая статистика
Публикуется в авторской редакции
Верстка *Е.Д. Журавлева*

Рассмотрено и одобрено на заседании
Редакционно-издательского совета МИИГАиК
2023 г.
Электронная версия учебно-методического пособия размещена
на сайте МИИГАиК www.miigaik.ru

© МИИГАиК, 2023
© Т.А. Волковая, К.И. Лоссов, 2023

Содержание

1 Требования к знаниям и умениям, которые студент должен будет продемонстрировать по результатам самостоятельной учебно-познавательной деятельности в ходе выполнения работы **4**

2 Условие допуска к защите **5**

3 Методические указания по выполнению контрольной работы **6**

4 Методические указания по оформлению контрольной работы **7**

5 Задания для контрольной работы **8**

Задачи 1 – 10 ..... **8**
Задачи 11 – 20 ..... **9**
Задачи 21 – 30 ..... **10**
Задачи 31 – 40 ..... **11**
Задачи 41 – 50 ..... **11**
Задачи 51 – 60 ..... **17**
Задачи 61 – 70 ..... **18**

6 Вопросы для самоконтроля **19**

7 Демонстрационный вариант контрольной работы **21**

Задача 1 ..... **21**
Задача 2 ..... **22**
Задача 3 ..... **22**
Задача 4 ..... **24**
Задача 5 ..... **25**
Задача 6 ..... **28**
Задача 7 ..... **29**

8 Перечень рекомендуемой литературы **31**

1 Требования к знаниям и умениям, которые студент должен будет продемонстрировать по результатам самостоятельной учебно-познавательной деятельности в ходе выполнения работы

По учебному плану для студентов 2 курса заочной формы обучения по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» по направлению подготовки 21.03.03 «Геодезия и дистанционное зондирование» предусматривается выполнение контрольной работы.

По результатам самостоятельной учебно-познавательной деятельности в ходе выполнения контрольной работы студент должен:

- *знать*: теоретические сведения по всем вопросам теории вероятностей и математической статистики, которые рассматриваются в контрольной работе. С этой целью необходимо изучить следующие темы: классификация событий, элементы комбинаторики, теоремы сложения и умножения, формула полной вероятности, повторные испытания, случайные величины и их законы распределения, двумерные случайные величины, закон больших числе, основы выборочного метода, основы теории оценивания, проверка статистических гипотез, используя, в частности, литературу, указанную в п. [8]. Полезно также ознакомиться с вопросами для самоконтроля п. [6] и ответить на них.
- *уметь*: решать задачи, относящиеся к указанным разделам. С этой целью полезно разобрать решение задач демонстрационного варианта п. [7].

2 Условие допуска к защите

По результатам проверки студент может получить следующие оценки:

1. Работа допущена к защите.
2. Работа допущена к защите с исправлениями.
3. Работа не допущена к защите.

В таблице приводятся действия студента, получившего ту или иную оценку своей работы:

Результат проверки	**Действия студента**
Работа допущена к защите	Студент приносит распечатанную или отсканированную работу на экзамен
Работа допущена к защите с исправлениями	Сделав исправления в работе по указанию преподавателя, студент не присылает повторно работу на проверку, а приносит в период сессии в распечатанном виде для последующей проверки преподавателем
Работа не допущена к защите	Сделав исправления в работе по указанию преподавателя, студент присылает работу на проверку повторно до тех пор, пока работа не будет допущена к защите без исправлений или с незначительными исправлениями

3 Методические указания по выполнению контрольной работы

В каждой контрольной работе студент решает все те задачи, номера которых оканчиваются на ту же цифру, на которую оканчивается номер учебного шифра. Например, если номер шифра оканчивается на 5, то студент должен решить задачи 5, 15, 25 и т. д.

При выполнении контрольной работы студент должен изложить подробное решение всех задач своего варианта, желательно, в той же последовательности, как они приводятся в задании. Содержание решения задачи должно включать условие задачи, пошаговый ход решения, при необходимости, демонстрационный чертеж.

Работы должны быть представлены не менее, чем за 2 недели до начала сессии.

4 Методические указания по оформлению контрольной работы

Каждая работа выполняется в отдельном файле «от руки» с последующим сканированием и сохранением в PDF. Чертежи к работе также выполняются «от руки». Работы в других форматах к проверке не допускаются.

5 Задания для контрольной работы

Теория вероятностей и математическая статистика

ЗАДАЧИ 1–10

В задачах № 1 – 10 использовать классическое определение и непосредственный подсчет вероятности.

1. В ящике имеются 10 белых и 15 черных шаров. Наудачу извлекаются 5 шаров. Найти вероятность того, что среди них будет ровно два белых шара.
2. Из студенческой группы, в которой 10 студентов и 12 студенток, для анкетирования произвольным образом отбирают пять человек. Найти вероятность того, что среди них будет хотя бы одна студентка.
3. В ящике лежат 20 стандартных деталей и 5 нестандартных. Наудачу извлекаются 6 деталей. Какова вероятность того, что среди них ровно две нестандартные?
4. В корзине лежат 12 белых грибов и 8 ложных белых (желчных) грибов. Случайным образом из корзины выбрали 6 грибов. Какова вероятность того, что все выбранные грибы — истинные белые?
5. Какова вероятность того, что при подбрасывании двух игральных кубиков сумма числа очков на их верхних гранях будет кратна 5?
6. В корзине стоят 13 красных роз, 11 белых и 9 розовых. Наудачу выбирают 5 роз. Какова вероятность того, что все они одного цвета?
7. Вероятность приобрести выигрышный лотерейный билет равна 1/10. Какова вероятность того, что среди пяти купленных билетов будет ровно два выигрышных?
8. Вероятность попасть в цель равна 0,7. Стрелок стреляет до первого попадания. Какова вероятность того, что он сделает три выстрела?
9. Студент выучил 8 вопросов из 10 по теме «Вероятность» и 7 вопросов из 10 по теме «Статистика». Билет состоит из двух вопросов, отобранных случайным образом: первый — по теме «Вероятность», второй — по теме «Статистика». Какова вероятность того, что студент выучил ответы на оба вопроса?
10. В клетке сидят 10 привитых цыплят и 4 непривитых. Цыплят делят на две равные группы и расселяют в две клетки. Какова вероятность того, что в каждую группу попадет по два непривитых цыпленка?

ЗАДАЧИ 11 – 20

В задачах № 11 – 20 использовать формулу полной вероятности и формулу Байеса.

11. В двух коробках однотипные конденсаторы. В первой — 20 штук, из них 3 неисправных; во второй — 40 штук, из них 2 неисправных. Наугад была выбрана коробка, а затем из нее наугад был выбран конденсатор. Он оказался неисправным. Найти вероятность того, что он был взят из первой коробки.
12. На базе находятся лампы, изготовленные на двух заводах. Из них 70 % изготовлено на первом заводе, а 30 % — на втором. Известно, что 90 % ламп, изготовленных на первом заводе, соответствуют стандарту, а среди ламп, изготовленных на втором заводе, соответствуют стандарту лишь 80 %. Найти вероятность того, что взятая наугад лампа с базы будет соответствовать стандарту.
13. Радиосообщение может быть передано днем (с вероятностью 3/4), либо ночью (с вероятностью 1/4). Из-за помех вероятность его успешного приема составляет днем 60 %, а ночью 80 %. Найти вероятность того, что сообщение будет принято.
14. В город поступило 3000 л молока с первого завода и 3500 — со второго завода. Известно, что средний процент непригодного молока среди продукции первого завода равен 1,5 %, второго — 1 %. Найти вероятность того, что купленный литр молока в этом городе окажется непригодным.
15. Статистика запросов кредитов в банке такова: 10 % — государственные органы, 20 % — другие банки, остальные — физические лица. Вероятности того, что взятый кредит не будет возвращён, составляют 0,01, 0,05 и 0,2 соответственно. Определить, какая доля кредитов в среднем не возвращается.
16. Партия ламп на 20 % изготовлена первым заводом, на 50 % — вторым, на 30 % — третьим. Вероятность брака для первого завода равна 0,02, для второго — 0,03, для третьего 0,01. Какова вероятность того, что взятая наугад лампа окажется доброкачественной?
17. На склад поступает продукция трех фабрик. Продукция первой фабрики составляет 25 %, второй — 35 %, третьей — 40 %, причем процент брака для первой фабрики равен 1 %, для второй — 3 %, для третьей — 2 %. Какова вероятность того, что наудачу взятое изделие окажется стандартным?
18. На склад поступает продукция трех фабрик. Продукция первой фабрики составляет 20 %, второй – 35 %, третьей – 45 %, причем процент брака для первой фабрики равен 3 %, для второй — 2 %, для третьей — 4 %. Найдите вероятность того, что наудачу взятое стандартное изделие изготовлено на первой фабрике.
19. Имеется три одинаковых по виду ящика. В первом ящике 10 белых и 8 черных шаров, во втором 20 белых и 16 черных шаров,

в третьем 18 черных шаров и 2 белых шара. Найдите вероятность того, что наудачу выбранный белый шар вынут из второго ящика.

20. В двух коробках находятся однотипные диоды. В первой — 20 шт., из них 2 неисправных; во второй — 10 шт., из них 4 неисправных. Наугад была выбрана коробка, а затем из нее наугад был выбран диод. Он оказался неисправным. Найти вероятность того, что он был взят из второй коробки.

ЗАДАЧИ 21–30

В задачах 21 – 30, используя заданный закон распределения случайной величины X и данную функцию $Y = \varphi(X)$, выполните следующие действия:

- Найдите вероятность $P(X = x_i) = P_i$.
- Найдите функцию распределения $F(x)$ и постройте ее график.
- Найдите ряд распределения случайной величины Y.
- Найдите математическое ожидание и дисперсию случайной величины Y.

21	$\boldsymbol{x}$: −1, 1, 5, 7 $\boldsymbol{p}$: 0,3, P_2, 0,1, 0,3 $Y = X^2 - 1$	22	$\boldsymbol{x}$: −2, −1, 0, 2 $\boldsymbol{p}$: 0,2, 0,3, 0,1, P_4 $Y = 2X^2$
23	$\boldsymbol{x}$: 1, 3, 4, 7 $\boldsymbol{p}$: 0,2, P_2, 0,4, 0,1 $Y = 3X + 1$	24	$\boldsymbol{x}$: −3, −2, 0, 2 $\boldsymbol{p}$: 0,2, P_2, 0,3, 0,3 $Y = X^2 + 1$
25	$\boldsymbol{x}$: 2, 3, 6, 7 $\boldsymbol{p}$: 0,1, 0,3, P_3, 0,3 $Y = 3 - 2X$	26	$\boldsymbol{x}$: −2, −1, 0, 2 $\boldsymbol{p}$: 0,2, P_2, 0,3, 0,2 $Y = 2 - X^2$
27	$\boldsymbol{x}$: 1, 4, 5, 8 $\boldsymbol{p}$: 0,3, 0,1, P_3, 0,2 $Y = 5X - 2$	28	$\boldsymbol{x}$: −3, −1, 0, 3 $\boldsymbol{p}$: 0,1, 0,2, 0,3, P_4 $Y = 3X^2$
29	$\boldsymbol{x}$: 0, 2, 3, 5 $\boldsymbol{p}$: 0,1, 0,2, P_3, 0,4 $Y = 2X - 3$	30	$\boldsymbol{x}$: −1, 0, 1, 4 $\boldsymbol{p}$: P_1, 0,3, 0,2, 0,3 $Y = X^2$

ЗАДАЧИ 31–40

В задачах № 31 – 40 найти математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$ и вероятность $P(X > a)$ непрерывной случайной величины X с плотностью вероятностей $f(X)$.

31	$f(x)=\begin{cases}0, x<-3\\ \frac{1}{6}, -3\le x\le 3\\ 0, x>3\end{cases}$ $a=1{,}5$	32	$f(x)=\begin{cases}0, x<0\\ \frac{1}{3}, 0\le x\le 3\\ 0, x>3\end{cases}$ $a=0{,}5$
33	$f(x)=\begin{cases}0, x<-4\\ \left\lvert\frac{x}{16}\right\rvert, -4\le x\le 4\\ 0, x>4\end{cases}$ $a=2$	34	$f(x)=\begin{cases}0, x<0\\ \frac{x}{2}, 0\le x\le 2\\ 0, x>2\end{cases}$ $a=0{,}75$
35	$f(x)=\begin{cases}0, x<-3\\ \frac{x}{18}+\frac{1}{6}, -3\le x\le 3\\ 0, x>3\end{cases}$ $a=2$	36	$f(x)=\begin{cases}0, x<0\\ \frac{x}{9}+\frac{1}{6}, 0\le x\le 3\\ 0, x>3\end{cases}$ $a=2$
37	$f(x)=\begin{cases}0, x<-0\\ \frac{3x^2}{64}, 0\le x\le 4\\ 0, x>4\end{cases}$ $a=2$	38	$f(x)=\begin{cases}0, x<-2\\ \frac{3x^2}{16}, -2\le x\le 2\\ 0, x>2\end{cases}$ $a=1{,}5$
39	$f(x)=\begin{cases}0, x<-1\\ \frac{x}{2}+\frac{1}{2}, -1\le x\le 1\\ 0, x>1\end{cases}$ $a=0{,}2$	40	$f(x)=\begin{cases}0, x<0\\ (x-2)^2-\frac{5}{6}, 0\le x\le 2\\ 0, x>2\end{cases}$ $a=1$

ЗАДАЧИ 41–50

В задачах № 41 – 50 дана таблица, которая содержит результаты определений X_1, X_2, X_3 в метрах пространственных координат x_1, x_2, x_3 некоторого пункта (общее для всех данных слагаемое не влияет на расчеты и потому опущено). Требуется оценить математическое ожидание, дисперсию соответствующего трехмерного случайного вектора $\vec{X}(X_1, X_2, X_3)$, его ковариационную C и корреляционную K матрицы. Выборка объемом 10 из генеральной совокупности трехмерного вектора приведена в таблице.

41.

i	X_1	X_2	X_3
1	1,8	1,85	1,98
2	2,4	0,6	1,3
3	1,75	−0,3	0,02
4	−0,4	0,7	1,55
5	1,8	1,3	1,02
6	2,14	2,25	1,1
7	2,8	2,75	−0,04
8	1,5	2,25	1,8
9	1,7	−0,15	1,1
10	0,1	1,65	1,9
11	0,4	1,21	1,3

42.

i	X_1	X_2	X_3
1	0,8	−0,15	−0,02
2	2,4	1,6	2,3
3	1,75	0,7	1,02
4	0,6	−0,3	−0,45
5	0,8	1,3	1,02
6	2,14	2,25	0,1
7	0,8	2,75	1,96
8	2,5	1,25	−0,2
9	1,7	1,85	2,1
10	0,1	1,65	1,9
11	0,2	1,31	1,4

43.

i	X_1	X_2	X_3
1	0,8	0,85	0,98
2	1,4	0,6	2,3
3	0,75	0,7	2,02
4	0,6	0,7	−0,45
5	0,8	2,3	0,02
6	0,14	0,25	1,1
7	2,8	2,75	−0,04
8	2,5	0,25	0,8
9	0,7	0,85	0,1
10	1,1	1,65	-0,1
11	1,5	1,5	0,5

44.

i	X_1	X_2	X_3
1	1,8	1,85	−0,02
2	2,4	1,6	2,3
3	1,75	−0,3	0,02
4	0,6	0,7	1,55
5	0,8	2,3	2,02
6	1,14	1,25	0,1
7	0,8	1,75	−0,04
8	2,5	2,25	−0,2
9	0,7	-0,15	2,1
10	1,1	0,65	0,9
11	1,8	0,8	0,3

45.

i	X_1	X_2	X_3
1	1,8	1,85	−0,02
2	2,4	2,6	3,3
3	−0,25	0,7	0,02
4	1,6	0,7	1,55
5	1,8	2,3	2,02
6	1,14	0,25	2,1
7	2,8	1,75	0,96
8	2,5	1,25	−0,2
9	2,7	0,85	2,1
10	0,1	1,65	0,9
11	−0,2	1,5	1,3

46.

i	X_1	X_2	X_3
1	−0,2	0,85	1,98
2	2,4	1,6	2,3
3	0,75	0,7	1,02
4	1,6	0,7	−0,45
5	1,8	1,3	0,02
6	0,14	0,25	1,1
7	2,8	1,75	−0,04
8	1,5	0,25	1,8
9	0,7	1,85	1,1
10	0,1	0,65	−0,1
11	0,6	0,9	0,2

47.

i	X_1	X_2	X_3
1	−0,2	−0,15	0,98
2	2,4	1,6	2,3
3	0,75	1,7	2,02
4	0,6	1,7	1,55
5	0,8	2,3	1,02
6	2,14	2,25	1,1
7	1,8	0,75	−0,04
8	0,5	2,25	1,8
9	0,7	−0,15	2,1
10	2,1	0,65	−0,1
11	1,9	0,7	0,2

48.

i	X_1	X_2	X_3
1	0,8	1,85	−0,52
2	1,4	0,6	3,3
3	−0,25	0,7	1,02
4	1,6	−0,3	1,55
5	1,8	1,3	0,02
6	0,15	1,25	1,1
7	1,8	1,75	1,96
8	0,5	0,25	−0,2
9	1,7	0,85	1,1
10	1,1	1,65	−0,1
11	1,5	−0,2	1,3

49.

i	X_1	X_2	X_3
1	0,8	1,85	1,98
2	1,4	1,6	1,3
3	0,75	1,7	1,05
4	1,6	−0,3	−0,45
5	1,8	0,3	1,02
6	2,14	0,25	0,1
7	2,8	0,75	0,96
8	2,5	1,25	1,8
9	1,7	1,85	0,1
10	2,1	0,65	1,9
11	1,7	1,3	−0,02

50.

i	X_1	X_2	X_3
1	−0,2	0,85	−0,02
2	1,4	2,6	2,3
3	−0,25	−0,3	1,02
4	0,6	0,7	−0,45
5	1,8	2,3	2,02
6	0,14	1,25	1,1
7	1,8	0,75	−0,04
8	2,5	1,25	1,8
9	2,7	−0,15	2,1
10	2,1	−0,35	−0,1
11	3,1	0,1	0,1

ЗАДАЧИ 51 – 60

В задачах № 51 – 60 дан статистический ряд распределения. На уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности, используя χ^2 – критерий Пирсона.

51.

x_i	[95;105)	[105;115)	[115;125)	[125;135)	[135;145)
n_i	12	16	24	18	14

52.

x_i	[145;155)	[155;165)	[165;175)	[175;185)	[185;195)
n_i	9	18	40	22	11

53.

x_i	[45;50)	[50;55)	[55;60)	[60;65)	[65;70)
n_i	16	22	24	20	18

54.

x_i	[30;35)	[35;40)	[40;45)	[45;50)	[50;55)
n_i	14	16	33	24	13

55.

x_i	[42;56)	[56;70)	[70;84)	[84;98)	[98;102)
n_i	14	18	31	25	12

56.

x_i	[100;112)	[112;124)	[124;136)	[136;148)	[148;160)
n_i	15	23	16	28	18

57.

x_i	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)
n_i	17	22	37	17	7

58.

x_i	[5;15)	[15;25)	[25;35)	[35;45)	[45;55)
n_i	15	24	42	13	6

59.

x_i	[13;18)	[18;23)	[23;28)	[28;33)	[33;38)
n_i	18	22	24	20	16

60.

x_i	[38;43)	[43;48)	[48;53)	[53;58)	[58;63)
n_i	8	36	34	16	6

ЗАДАЧИ 61 – 70

В задачах № 61 – 70 найти доверительный интервал для оценки с надежностью γ неизвестного математического ожидания a нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение σ, выборочная средняя $\overline{x}$, объем выборки n.

61. $\gamma = 0{,}99$, $\overline{x} = 57{,}3$, $n = 122$, $\sigma = 5{,}5$
62. $\gamma = 0{,}9$, $\overline{x} = 16{,}3$, $n = 33$, $\sigma = 1{,}3$
63. $\gamma = 0{,}95$, $\overline{x} = 23{,}2$, $n = 37$, $\sigma = 2{,}2$
64. $\gamma = 0{,}99$, $\overline{x} = 15{,}7$, $n = 31$, $\sigma = 2{,}3$
65. $\gamma = 0{,}99$, $\overline{x} = 37{,}7$, $n = 47$, $\sigma = 1{,}7$
66. $\gamma = 0{,}95$, $\overline{x} = 16{,}2$, $n = 43$, $\sigma = 2{,}7$
67. $\gamma = 0{,}95$, $\overline{x} = 32{,}7$, $n = 50$, $\sigma = 2{,}1$
68. $\gamma = 0{,}9$, $\overline{x} = 15{,}2$, $n = 17$, $\sigma = 1{,}2$
69. $\gamma = 0{,}99$, $\overline{x} = 13{,}3$, $n = 26$, $\sigma = 1{,}4$
70. $\gamma = 0{,}95$, $\overline{x} = 27{,}3$, $n = 101$, $\sigma = 3{,}7$

6 Вопросы для самоконтроля

Теория вероятностей и математическая статистика

1. Основные формулы комбинаторики.
2. Классификация случайных событий.
3. Классическое определение вероятности.
4. Геометрическое определение вероятности.
5. Статистическое определение вероятности.
6. Алгебра событий.
7. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
8. Формула полной вероятности.
9. Формула Байеса.
10. Формула Бернулли.
11. Локальная теорема Муавра-Лапласа.
12. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.
13. Формула Пуассона.
14. Дискретные случайные величины, закон распределения дискретной случайной величины.
15. Функция распределения дискретной случайной величины.
16. Числовые характеристики дискретной случайной величины.
17. Биномиальное распределение.
18. Распределение Пуассона.
19. Непрерывные случайные величины.
20. Функция распределения и плотность распределения непрерывной случайной величины.
21. Числовые характеристики непрерывной случайной величины.
22. Закон равномерного распределения и его числовые характеристики.
23. Нормальный закон распределения, правило «трех сигм».
24. Показательный закон распределения и функция надежности.
25. Функция случайного аргумента и ее числовые характеристики.
26. Неравенство и теорема Чебышева.
27. Центральная предельная теорема.
28. Двумерная дискретная случайная величина и ее функция распределения.
29. Непрерывная двумерная случайная величина и законы ее задания.
30. Условные законы распределения двумерной случайной величины.
31. Зависимые и независимые величины.
32. Числовые характеристики двумерной случайной величины.
33. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции. Линейная корреляция.
34. Генеральная и выборочная совокупности. Объем совокупности. Повторная и бесповторная выборки.

35. Вариационный ряд. Статистический ряд распределения.
36. Эмпирическая функция распределения. Полигон частот
    Гистограмма частот.
37. Выборочная средняя.
38. Выборочна и исправленная дисперсии. Выборочное и исправленное среднеквадратическое отклонение.
39. Выборочные начальные и центральные моменты. Асимметрия и эксцесс.
40. Мода, медиана, размах вариации.
41. Понятие статистической оценки параметров генеральной совокупности.
42. Несмещенные, состоятельные, эффективные оценки.
43. Несмещенные оценки генеральной средней и генеральной дисперсии.
44. Точечные и интервальные статистические оценки.
45. Доверительный интервал, доверительная вероятность, точность оценки.
46. Нахождение доверительного интервала для генеральной средней нормальной генеральной совокупности при известном σ.
47. Методы получения оценок: метод максимального правдоподобия, метод моментов, метод наименьших квадратов.
48. Понятие функциональной, статистической и корреляционной зависимости.
49. Выборочное уравнение регрессии.
50. Линейная регрессия.
51. Корреляционная таблица. Выборочный коэффициент корреляции.
52. Понятие статистической гипотезы. Нулевая и альтернативная гипотезы. Ошибки первого и второго рода.
53. Понятие статистического критерия. Критическая область и критические точки статистического критерия.
54. Понятие критерия согласия. χ^2 – критерий Пирсона.

7 Демонстрационный вариант контрольной работы

ЗАДАЧА 1

Найти вероятность того, что среди шести карт, наугад взятых из колоды в 36 карт, окажутся ровно три фигуры черного цвета.

Решение: При конечном числе равновозможных элементарных исходов вероятность события равна отношению числа элементарных исходов, благоприятствующих этому событию, к общему числу элементарных исходов.

1. Определяем пространство элементарных исходов. Элементарных исход — это произвольный набор 6 карт из колоды в 36 карт.
2. Отбираем те элементарные исходы, которые приводят к наступлению события (благоприятные исходы). Признак, по которому карты относятся к множеству A — черная фигура, то есть туз, король, дама, валет треф либо пик. A содержит только эти карты, а B — все остальные. Благоприятные исходы формируются путем произвольного выбора $m_1 = 3$ карт из множества A и произвольного выбора $m - m_1 = 6 - 3 = 3$ карт из множества B (где $m = 6$ — число карт, наугад взятых из колоды).
3. Подсчитываем общее число элементарных исходов N, которое равно числу подмножеств из 6 элементов в множестве из 36 элементов, то есть

$$N = C_{36}^{6} = \frac{36!}{6!(36-6)!} = \frac{31\times32\times33\times34\times35\times36}{1\times2\times3\times4\times5\times6} = 1947792.$$

4. Подсчитываем число элементарных исходов n, благоприятствующих заданному событию. Благоприятные исходы формируются путем произвольного выбора $m_1 = 3$ карт из множества A, состоящего из 8 карт и произвольного набора $m - m_1 = 6 - 3 = 3$ карт из множества B, состоящего из $36 - m = 28$ карт. Поэтому число благоприятных исходов равно

$$N = C_8^3 C_{28}^3 = \frac{8!}{3!5!}\times\frac{28!}{3!25!} = 183456.$$

5. Согласно классическому определению, вероятность заданного события P будет равняться:

$$P = \frac{n}{N} = \frac{C_8^3 C_{28}^3}{C_{36}^6} = \frac{183456}{1947792} = \frac{546}{5797} \approx 0{,}0942.$$

Ответ: $P = \dfrac{546}{5797} \approx 0{,}0942$

ЗАДАЧА 2

В первой урне находится 7 черных и 3 белых шара, а во второй урне — 4 черных и 6 белых шаров. Из наудачу взятой урны достали один шар, который оказался белым. Какова вероятность того, что этот шар был вынут из первой урны?

Решение: Предварительно вычислим вероятность события A (вынутый наудачу шар — белый) по формуле полной вероятности:

$$P(A) = P(B_1)P_{B_1}(A) + P(B_2)P_{B_2}(A)$$

где $P(B_1)$ — вероятность того, что шар извлечен из первой урны; $P(B_2)$ —вероятность того, что шар извлечен из второй урны; $P_{B_1}(A)$ — условная вероятность того, что вынутый шар белый, если он извлечен из первой урны; $P_{B_2}(A)$ — условная вероятность того, что вынутый шар белый, если он извлечен из второй урны.

По условиям задачи имеем:

$$P(B_1) = P(B_2) = \frac{1}{2},$$

$$P_{B_1}(A) = \frac{3}{10},$$

$$P_{B_2}(A) = \frac{6}{10}.$$

Тогда $P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{3}{10} + \frac{1}{2} \times \frac{6}{10} = \frac{9}{20} = 0{,}45.$

Теперь вычислим условную вероятность того, что этот шар был извлечен из первой урны, по формуле Байеса:

$$P_A(B_1) = \frac{P(B_1)P_{B_1}(A)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{3}{10}}{\frac{9}{20}} = \frac{1}{3}.$$

Ответ: $\frac{1}{3}$.

ЗАДАЧА 3

Дискретная случайная величина X задана законом распределения.

X	−2	1	2	3
P	0,2	0,1	P_3	0,4

- Найдите вероятность P_3.
- Найдите функцию распределения $F(x)$.
- Найдите закон распределения случайной величины $Y = 2X^2 + 2$.
- Найдите $M(X)$, $M(Y)$, $D(X)$ и $D(Y)$.

Решение:

1) Так как сумма вероятностей в законе распределения равна 1, то $P_3 = 0{,}3$.
2)
   - Если $x \le -2$, то $F(x) = 0$. Действительно, по заданному закону случайная величина X не принимает значений, меньших числа -2.
   - Если $-2 < x \le 1$, то $F(x) = 0{,}2$ (X может принимать значение -2 с вероятностью 0,2).
   - Если $1 < x \le 2$, то $F(x) = 0{,}3$ (X может принимать значение -2 с вероятностью 0,2 и значение 1 с вероятностью 0,1).
     Если $2 < x \le 3$, то $F(x) = 0{,}6$ (X может принимать значение -2, 1, 2 с соответствующими вероятностями).
   - Если $x > 3$, то $F(x) = 1$. Действительно, событие $X \le 3$ достоверно и вероятность этого события равна 1.

   Таким образом,

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \le -2, \\ 0{,}2 & \text{при } -2 < x \le 1, \\ 0{,}3 & \text{при } 1 < x \le 2, \\ 0{,}6 & \text{при } 2 < x \le 3, \\ 1 & \text{при } x > 3 \end{cases}.$$

3) Найдем возможные значения случайной величины $Y = 2x^2 + 2$:

$$y_1 = 2x_1^2 + 2 = 10, \quad y_2 = 2x_2^2 + 2 = 4,$$
$$y_3 = 2x_3^2 + 2 = 10, \quad y_4 = 2x_4^2 + 2 = 20.$$

   Вычислим вероятности возможных значений Y:
   - $P(Y = 10) = P(X = x_1) + P(X = x_3) = 0{,}5$,
   - $P(Y=4) = P(X = x_2) = 0{,}1$,
   - $P(Y=20) = P(X = x_4) = 0{,}4$.

   Тогда, искомый закон распределения имеет вид:

Y	4	10	20
P	0,1	0,5	0,4

4) Вычислим $M(X)$ и $D(X)$:

$$M(X) = \sum_{i=1}^{4} x_i p_i = -2 \times 0{,}2 + 1 \times 0{,}1 + 2 \times 0{,}3 + 3 \times 0{,}4 = 1{,}5,$$

$$D(X) = M(X^2) - M^2(X) = 4 \times 0{,}2 + 1 \times 0{,}1 + 4 \times 0{,}3 + 9 \times 0{,}4 - 2{,}25 = 3{,}45.$$

Для вычисления $M(Y)$ и $D(Y)$ можно использовать закон распределения Y.

Тогда

$$M(Y)=\sum_{i=1}^{3} y_i p_i = 13{,}4,$$

$$D(Y)=M(Y^2)-M^2(Y)=16\times 0{,}1+100\times 0{,}5+400\times 0{,}4-(13{,}4)^2=32{,}04.$$

Ответ:

$$P_3=0{,}3,\ F(x)=\begin{cases} 0 & \text{при } x\le -2, \\ 0{,}2 & \text{при } -2<x\le 1, \\ 0{,}3 & \text{при } 1<x\le 2, \\ 0{,}6 & \text{при } 2<x\le 3, \\ 1 & \text{при } x>3 \end{cases}.$$

Y	4	10	20
P	0,1	0,5	0,4

$M(X) = 1{,}5$, $M(Y) = 13{,}4$, $D(X) = 3{,}45$, $D(Y) = 32{,}04$.

ЗАДАЧА 4

Найти математическое ожидание $M(X)$, дисперсию $D(X)$ и вероятность $P\left(X>\frac{a}{2}\right)$ непрерывной случайной величины X с заданной функцией плотности вероятностей

$$f(x)=\begin{cases} -\frac{3}{4a^3}(x^2-a^2), x\in[-a,a], \\ 0, x\notin[-a,a] \end{cases}.$$

Решение:

1) Находим математическое ожидание $M(X)$ непрерывной случайной величины X по формуле:

$$M(X)=\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx$$

(предполагается, что интеграл сходится абсолютно). Получаем:

$$M(X)=\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx=-\frac{3}{4a^3}\int_{-a}^{a} x(x^2-a^2)dx=-\frac{3}{4a^3}\left(\frac{x^3}{4}-\frac{a^2x^2}{2}\right)\Bigg|_{-a}^{a}=0.$$

2) Находим дисперсию $D(X)$ непрерывной случайной величины X по формуле:

$$D(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}(x-M(X))^2 f(x)dx=\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx-(M(X))^2.$$

Получаем:

$$D(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}x^2f(x)dx-(M(X))^2=-\frac{3}{4a^3}\int_{-a}^{a}x(x^2-a^2)dx=-\frac{3}{4a^3}\left(\frac{x^5}{5}-\frac{a^2x^3}{3}\right)\Bigg|_{-a}^{a}=$$

$$-\frac{3}{2a^3}\left(\frac{a^5}{5}-\frac{a^5}{3}\right)=\frac{a^5}{5a^3}=\frac{a^2}{5}.$$

3) Находим $P\left(X>\frac{a}{2}\right)$ по формуле:

$$P(X>c)=\int_{c}^{+\infty}f(x)dx$$

при $c=\frac{a}{2}$. Получаем:

$$P\left(X>\frac{a}{2}\right)=\int_{\frac{a}{2}}^{+\infty}f(x)dx=-\frac{3}{4a^3}\int_{\frac{a}{2}}^{a}(x^2-a^2)dx=-\frac{3}{4a^3}\left(\frac{x^3}{3}-a^2x\right)\Bigg|_{\frac{a}{2}}^{a}=$$

$$-\frac{3}{4a^3}\left(\frac{a^3}{3}-a^3-\frac{a^3}{24}+\frac{a^3}{2}\right)=\frac{5}{32}.$$

Ответ: $M(X)=0,\ D(X)=\frac{a^2}{5},\ P\left(X-\frac{a}{2}\right)=\frac{5}{32}.$

ЗАДАЧА 5

Таблица содержит результаты определений X_1, X_2, X_3 в метрах пространственных координат x_1, x_2, x_3 некоторого пункта (общее для всех данных слагаемое не влияет на расчеты и потому опущено). Требуется оценить математическое ожидание, дисперсию соответствующего трехмерного случайного $\vec{X}(X_1, X_2, X_3)$ вектора , его ковариационную C и корреляционную K матрицы. Выборка объемом 7 из генеральной совокупности трехмерного вектора приведена в таблице.

i	X_1	X_2	X_3
1	0,80	0,85	0,98
2	1,40	1,60	2,30
3	0,75	0,70	1,02
4	0,60	0,70	0,55
5	1,80	1,30	1,02
6	1,14	1,25	1,10
7	1,80	1,75	0,96

Решение:

Пусть дана выборка объемом n из генеральной совокупности l–мерного вектора X.

X_1	X_2	...	X_l
$x_{1,1}$	$x_{1,2}$	...	$x_{1,l}$
$x_{2,1}$	$x_{2,2}$	...	$x_{2,l}$
...	...	...	
$x_{n,1}$	$x_{n,2}$	...	$x_{n,l}$
$\overline{x}_1$	$\overline{x}_2$		$\overline{x}_l$

Его *математическое ожидание* $\vec{M} = \left(\hat{m}_1, \hat{m}_2, ..., \hat{m}_l\right)$,

где $\hat{m}_j = \overline{x}_j = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_{i,j}, j = 1,2,...,l,$

дисперсия $\vec{D} = \left(\hat{d}_1, \hat{d}_2, ..., \hat{d}_l\right)$,

где $\hat{d}_j = \hat{\sigma}_j^{\,2} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_{i,j} - \overline{x}_j\right), j = 1,2,...,l,$

ковариационная матрица $C = \left(\hat{c}_{i,j}\right)$,

где $\hat{c}_{j,g} = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_{i,j} - \overline{x}_j\right)\left(x_{i,g} - \overline{x}_g\right), j,g = 1,2,...,l,$

корреляционная матрица $K = \left(\hat{k}_{i,j}\right)$,

где $\hat{k}_{j,g} = \frac{\hat{c}_{j,g}}{\hat{\sigma}_j \cdot \hat{\sigma}_g} = \frac{\overline{x_j \cdot x_g} - \overline{x}_j \cdot \overline{x}_g}{\sqrt{\overline{x_j^{\,2}} - \overline{x}_j^{\,2}} - \sqrt{\overline{x_g^{\,2}} - \overline{x}_g^{\,2}}}, j,g = 1,2,...,l,$

а черта сверху означает результат усреднения по i.

Вычисления дают следующие результаты:

$$\hat{m}_1 = \frac{0{,}80 + 1{,}40 + 0{,}75 + 0{,}60 + 1{,}80 + 1{,}14 + 1{,}80}{7} = 1{,}184,$$

$$\hat{m}_2 = \frac{0{,}85 + 1{,}60 + 0{,}70 + 0{,}70 + 1{,}30 + 1{,}25 + 1{,}75}{7} = 1{,}164,$$

$$\hat{m}_3 = \frac{0{,}98 + 2{,}30 + 1{,}02 + 0{,}55 + 1{,}02 + 1{,}10 + 0{,}96}{7} = 1{,}133.$$

Математическое ожидание $\vec{M} = \left(1{,}184;\ 1{,}164;\ 1{,}133\right)$,

$$\hat{d}_1 = \frac{\left(1{,}184 - 0{,}80\right)^2 + \left(1{,}184 - 1{,}40\right)^2 + \left(1{,}184 - 0{,}75\right)^2}{6} +$$
$$+ \frac{\left(1{,}184 - 0{,}60\right)^2 + \left(1{,}184 - 1{,}80\right)^2 + \left(1{,}184 - 1{,}14\right)^2 + \left(1{,}184 - 1{,}80\right)^2}{6} = 0{,}247.$$

Аналогичным образом получаем $\hat{d}_1 = 0{,}181$, $\hat{d}_2 = 0{,}297$.
Находим оценки среднеквадратического отклонения:

$$\hat{\sigma}_1 = \sqrt{0{,}247} = 0{,}497,$$

$$\hat{\sigma}_2 = \sqrt{0{,}181} = 0{,}426,$$

$$\hat{\sigma}_3 = \sqrt{0{,}247} = 0{,}545.$$

Находим матрицу A отклонений от средних значений:

$x_{i,1} - \overline{x}_1$	$x_{i,2} - \overline{x}_2$	$x_{i,3} - \overline{x}_3$
−0,38428571	−0,31429	−0,15286
0,21571429	0,435714	1,167143
−0,43428571	−0,46429	−0,11286
−0,58428571	−0,46429	−0,58286
0,61571429	0,135714	−0,11286
−0,04428571	0,085714	−0,03286
0,61571429	0,585714	−0,17286

$$A = \begin{pmatrix} -0{,}384 & -0{,}314 & -0{,}153 \\ 0{,}215 & 0{,}436 & 1{,}167 \\ -0{,}434 & -0{,}464 & -0{,}113 \\ -0{,}584 & -0{,}464 & -0{,}583 \\ 0{,}615 & 0{,}136 & -0{,}113 \\ -0{,}044 & 0{,}086 & -0{,}033 \\ 0{,}616 & 0{,}586 & -0{,}173 \end{pmatrix}$$

$$\hat{C} = A^T A = \begin{pmatrix} -0{,}384 & 0{,}215 & -0{,}434 & -0{,}584 & 0{,}615 & -0{,}044 & 0{,}616 \\ -0{,}314 & 0{,}436 & -0{,}464 & -0{,}464 & 0{,}136 & 0{,}086 & 0{,}586 \\ -0{,}153 & 1{,}167 & -0{,}113 & -0{,}583 & -0{,}113 & -0{,}033 & -0{,}173 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -0{,}384 & -0{,}314 & -0{,}153 \\ 0{,}215 & 0{,}436 & 1{,}167 \\ -0{,}434 & -0{,}464 & -0{,}113 \\ -0{,}584 & -0{,}464 & -0{,}583 \\ 0{,}615 & 0{,}136 & -0{,}113 \\ -0{,}044 & 0{,}086 & -0{,}033 \\ 0{,}616 & 0{,}586 & -0{,}173 \end{pmatrix}$$

Выполнив матричное умножение, получим:

$$\hat{C} = A^T A = \begin{pmatrix} 0{,}247 & 0{,}188 & 0{,}088 \\ 0{,}188 & 0{,}181 & 0{,}127 \\ 0{,}088 & 0{,}127 & 0{,}297 \end{pmatrix}.$$

Тогда

$$\hat{K}=\begin{pmatrix} \frac{0,247}{0,497\times 0,497} & \frac{0,188}{0,497\times 0,426} & \frac{0,088}{0,497\times 0,545} \\ \frac{0,188}{0,426\times 0,497} & \frac{0,181}{0,426\times 0,426} & \frac{0.127}{0,426\times 0,545} \\ \frac{0,088}{0,545\times 0,497} & \frac{0,127}{0,545\times 0,426} & \frac{0,297}{0,545\times 0,545} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1,000 & 0,887 & 0,323 \\ 0,887 & 1,000 & 0,546 \\ 0,323 & 0,546 & 1,000 \end{pmatrix}.$$

Все полученные значения следует округлить до двух значащих цифр.

ЗАДАЧА 6

Дан статистический ряд распределения. На уровне значимости $\alpha = 0{,}05$ проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности, используя χ^2 – критерий Пирсона.
Решение: Параметры нормального закона a и σ неизвестны, поэтому заменяем их оценками по выборке — несмещенными и состоятельными выборочной средней и исправленной дисперсией соответственно. Поскольку число элементов выборки достаточно велико, вместо исправленной дисперсии можно взять выборочную.

$$\overline{x}=119{,}2,\quad s^2=87{,}48,\quad s=9{,}35.$$

i	интервал $[x_i, x_{i+1}]$	частота n_i	частость $w_i=\frac{n_i}{n}$	накопленная частота $n_i^{накопл}$	накопленная частость $w_i^{накопл}=\frac{n_i^{накопл}}{n}$
1	94,0 – 100,0	3	0,03	3	0,03
2	100,0 – 106,0	7	0,07	10	0,10
3	106,0 – 112,0	11	0,11	21	0,21
4	112,0 – 118,0	20	0,20	41	0,41
5	118,0 – 124,0	28	0,28	69	0,69
6	124,0 – 130,0	19	0,19	88	0,88
7	130,0 – 136,0	10	0,10	98	0,98
8	136,0 – 142,0	2	0,02	100	1,00
	$\sum$	100	1,00		

Итак, выдвигаемая гипотеза H_0: случайная величина X распределена нормально с параметрами $a = 119{,}2$, $\sigma^2 = 87{,}48$.

Для расчета вероятностей p_i попадания случайной величины X в интервал $[x_i, x_{i+1}]$ используем функцию Лапласа в соответствии со свойствами нормального распределения:

$$p\left(X \in [x_i, x_{i+1}]\right) = \frac{1}{2}\left(\Phi\left(\frac{x_{i+1}-a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{x_i - a}{\sigma}\right)\right) \approx \frac{1}{2}\left(\Phi\left(\frac{x_{i+1}-119{,}2}{9{,}35}\right) - \Phi\left(\frac{x_i - 119{,}2}{9{,}35}\right)\right).$$

Например,

$$p_1 = p\left(X \in [94{,}100]\right) \approx \frac{1}{2}\left(\Phi\left(\frac{100-119{,}2}{9{,}35}\right) - \Phi\left(\frac{94-119{,}2}{9{,}35}\right)\right) = \frac{1}{2}\left(\Phi(-2{,}05) - \Phi(-2{,}69)\right) = 0{,}0166$$

и соответствующая первому интервалу теоретическая частота $np_1 = 100 \times 0{,}0166 \approx 1{,}7$

Результаты расчетов удобно представить в виде таблицы:

i	интервал $[x_i, x_{i+1}]$	частота n_i	вероятности p_i	теоретические частоты np_i	$(n_i - np_i)^2$	$\frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$
1	94,0 – 100,0	3 } 10	0,017	1,7 } 7,6	5,76	0,758
2	100,0 – 106,0	7	0,059	5,9		
3	106,0 – 112,0	11	0,141	14,1	9,61	0,682
4	112,0 – 118,0	20	0,228	22,8	7,84	0,344
5	118,0 – 124,0	28	0,247	24,7	10,89	0,441
6	124,0 – 130,0	19	0,182	18,2	0,64	0,035
7	130,0 – 136,0	10 } 12	0,087	8,7 } 11,6	0,16	0,014
8	136,0 – 142,0	2	0,029	2,9		
	$\sum$	100	0,990	99,0	–	$\chi^2 = 2{,}27$

Учитывая, что в рассматриваемом эмпирическом распределение частоты первого и последнего интервалов меньше 5, целесообразно объединить указанные интервалы с соседними.

Фактически наблюдаемое значение статистики $\chi^2 = 2{,}27$. Число интервалов (с учетом объединения крайних) $m = 6$, а нормальный закон распределения определяется $r = 2$ параметрами, то число степеней свободы $k = m - r - 1 = 6 - 2 - 1 = 3$. Соответствующее критическое значение статистики $\chi^2 = \chi^2_{0{,}05;3} = 7{,}28, \chi^2 < \chi^2_{кр}$, поэтому гипотеза о выбранном теоретическом нормальном законе согласуется с опытными данными.

ЗАДАЧА 7

Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,95 неизвестного математического ожидания a нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = 5$, выборочная средняя $\overline{x} = 14$, объем выборки $n = 25$.

Решение: Пусть задана генеральная совокупность с нормальным распределением $X \sim N(a, \sigma)$, где значение стандартного отклонения σ известно. Для оценки параметра a воспользуемся величиной $\overline{X}$.

Величина $\frac{\overline{x}-a}{\sigma}\sqrt{n} \sim N(0,1)$ (имеет стандартное нормальное распределение).

Получаем $P\left(\left|\frac{\overline{x}-a}{\sigma}\right| \le t_\gamma\right) = \gamma.$

Таким образом, доверительный интервал имеет вид: $\overline{x} - t_\gamma\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) < a < \overline{x} + t_\gamma\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$,

где $\Delta = t_\gamma\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$ — точность оценки, n — объем выборки,

t_γ — начение аргумента функции Лапласа $\Phi(t)$, при котором $\Phi\left(t_\gamma\right) = \frac{\gamma}{2}$.

Все величины, кроме t_γ, известны.

$$\Phi\left(t_\gamma\right) = \frac{0{,}95}{2} = 0{,}475 \Rightarrow t_\gamma = 1{,}96.$$

Подставив в $\overline{x} - t_\gamma\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) < a < \overline{x} + t_\gamma\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$ значения $t_\gamma = 1{,}96$, $\sigma = 5$, $\overline{x} = 14$, $n = 25$,

получим:

$$14 - 1{,}96 \times \left(\frac{5}{\sqrt{25}}\right) < a < 14 + 1{,}96 \times \left(\frac{5}{\sqrt{25}}\right) \Rightarrow 12{,}04 < a < 15{,}96.$$

8 Перечень рекомендуемой литературы

1. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. — М.: Юрайт, 2020.
2. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. — М.: Юрайт, 2019.
3. Письменный Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам. — М.: Айрис-пресс, 2020.
4. Кибзун А.И. Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами. — М.: Физматлит, 2014.
5. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. —М.: Юнити-Дана, 2018.
6. Сугаипова Л.С. Теория вероятностей. Случайные величины и случайные векторы. — М.: МИИГАиК, 2007.
7. Маркарян Е.Г., Улымжиев М.Д. Методические указания, программа, контрольная работа и решение демонстрационного варианта по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика». — М.: МИИГАиК, 2017.
8. Решебник. Высшая математика. Специальные разделы / Под редакцией Кириллова А.И. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.
9. Колемаев В.А. Теория вероятностей в примерах и задачах. — М.: ГУУ, 2001.